

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ  
ՆԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Նունե Գևորգյան  
Ռիսա Նովիաննիսյան  
Գայանե Օրդուխանյան

# ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱԿՏԻԿԱ

Ուսումնական ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Ն. Գևորգյան, Ռ. Հովհաննիսյան,  
Գ. Օրդուխանյան

# ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

*Ուսումնական ձեռնարկ*

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

2025

ՀՏԴ 336(075.8)

ԳՄԴ 65.26q631g73

Գ 479

Հրատարակության է երաշխավորել  
ԵՊՀ գիտական խորհուրդը:

Գևորգյան Ն., Հովհաննիսյան Ռ., Օրդուխանյան Գ.

Գ 479 Ֆինանսական մաթեմատիկա / Ն. Գևորգյան, Ռ. Հովհաննիսյան, Գ. Օրդուխանյան.- Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2025:- 116 էջ:

Սույն ուսումնական ձեռնարկը նախատեսված է ֆինանսական մաթեմատիկայի հիմնական գաղափարների և մեթոդների ուսումնասիրության համար՝ հատուկ ուշադրություն դարձնելով տոկոսադրույքների տեսությանը և դրա կիրառություններին: Ձեռնարկի բովանդակությունը կառուցված է այնպես, որ ուսանողներին ծանոթացնի տոկոսադրույքների տեսությանը, դրամական հոսքերի կառավարմանը, անուիտետների հաշվարկման մեթոդներին, ինչպես նաև ներդրումային նախագծերի վերլուծությանը: Բացի այդ, քննարկվում են պարտատոմսերի և բաժնետոմսերի գների հաշվարկման մեթոդները, զուտ ներկա արժեքի և եկամտաբերության ներքին նորմի որոշման եղանակները, ինչպես նաև Միջին-վարիացիայի պորտֆելային տեսությունը: Ձեռնարկի բովանդակությունը կառուցված է այնպես, որ ուսանողներին տրամադրի ինչպես տեսական հիմքեր, այնպես էլ գործնական խնդիրների լուծման օրինակներ՝ նպաստելով նրանց վերլուծական կարողությունների զարգացմանը:

ՀՏԴ 336(075.8)

ԳՄԴ 65.26q631g73

ISBN 978-5-8084-2738-9

<https://doi.org/10.46991/YSUPH/9785808427389>

© ԵՊՀ հրատ., 2025

© Գևորգյան Ն., Հովհաննիսյան Ռ., Օրդուխանյան Գ., 2025

## Ներածություն

Ֆինանսական մաթեմատիկական ֆինանսական համակարգի հիմքերից մեկն է, որի միջոցով գնահատվում են ներդրումների արդյունավետությունը, վարկերի կառավարման մեխանիզմները, պարտատոմսերի և բաժնետոմսերի արժեքները և ֆինանսական այլ գործիքներ: Այս ուսումնական ձեռնարկը նպատակ ունի ուսանողներին և ֆինանսական մասնագետներին ծանոթացնել ֆինանսական մաթեմատիկայի հիմնական գաղափարներին և մեթոդներին՝ տրամադրելով թե՛ տեսական հիմքեր, թե՛ գործնական կիրառումներ:

Ուսումնական նյութը կառուցված է վեց հիմնական մասերից, որոնք տրամաբանական հաջորդականությամբ ներկայացնում են ֆինանսական մաթեմատիկայի տարբեր ասպեկտները:

**Առաջին մասում** անդրադարձ է կատարվում տոկոսադրույքների տեսությանը: Տոկոսադրույքների հաշվարկման մեթոդները ֆինանսական ոլորտի կարևոր գործիքներից են՝ օգտագործվում են ներդրումների գնահատման, վարկերի հաշվարկման և դրամական հոսքերի կառավարման համար: Այս բաժնում ուսանողները կուսումնասիրեն պարզ և բարդ տոկոսադրույքների տեսակները, դրանց փոխակերպումները, ինչպես նաև զեղչադրույքների կիրառումը տարբեր ժամանակահատվածներում: Բացի այդ, մանրամասնորեն ներկայացված է տոկոսադրույքների հաշվարկման կիրառումը դրամական հոսքերի ժամանակային արժեքի վերլուծության մեջ:

**Երկրորդ մասը** նվիրված է անուիտետներին և վարկերի մնացորդի հաշվարկմանը: Ուսանողները կուսումնասիրեն

անուփոփոխների տարբեր տեսակները՝ պարզ, բարդ, հետա-  
ձգված անուփոփոխներ և այլն: Այս բաժնում ներկայացված են  
նաև վարկերի մնացորդի հաշվարկման մեթոդները՝ ներառելով  
ինչպես ֆիքսված տոկոսադրույքով, այնպես էլ փոփոխական  
տոկոսադրույքով վարկերի հաշվարկի օրինակներ: Անուփոփո-  
խների հաշվարկման մեթոդներն ունեն առանցքային նշանակու-  
թյուն ֆինանսական պլանավորման և վարկերի կառավարման  
գործընթացներում:

**Երրորդ մասում** քննարկվում են ներդրումային նախագծերի  
գնահատման մեթոդները: Այստեղ ուսանողները կծանոթանան  
զուտ ներկա արժեքի (NPV) և եկամտաբերության ներքին նորմի  
(IRR) հաշվարկման սկզբունքներին: Բացի այդ, կներկայացվեն  
կանխատեսվող դրամական հոսքերի կազմման մեթոդները,  
ինչպես նաև ֆինանսական մոդելավորման հիմունքները: Այս  
բաժինն ընդգրկում է նաև ներդրումային նախագծերի գնահատ-  
ման գործիքների կիրառումը՝ հաշվի առնելով ռիսկի գործոն-  
ները:

**Չորրորդ և հինգերորդ մասերը** նվիրված են պարտատոմ-  
սերի և բաժնետոմսերի արժեքների հաշվարկման մեթոդներին:  
Ֆիքսված եկամուտ ունեցող պարտատոմսերի և փոփոխական  
եկամուտ ունեցող բաժնետոմսերի հաշվարկման մեթոդաբանու-  
թյունը ներկայացվում է մանրամասնորեն՝ ընդգրկելով ինչպես  
կանխատեսվող դրամական հոսքերի գնահատումը, այնպես էլ  
դրանց գեղջման մեթոդները: Ուսանողները կուսումնասիրեն  
տարբեր վերլուծական գործիքներ՝ օգտագործելով ֆինանսա-  
կան գործիքների գնահատման ժամանակակից մեթոդները:

**Վեցերորդ մասը** կենտրոնանում է *Միջին-վարիացիայի պորտֆելային* տեսության վրա, որը հիմնված է ռիսկի և եկամտաբերության փոխկապակցության վերլուծության վրա: Այստեղ ուսանողները կուսումնասիրեն ինչպես ռիսկի և եկամտաբերության հաշվարկման մեթոդները, այնպես էլ պորտֆելային օպտիմալացման գործընթացները: Ներկայացված են ներդրումների դիվերսիֆիկացման և պորտֆելների կառավարման գործիքներ, որոնք կարևոր են ներդրումային որոշումների կայացման ժամանակ:

Սույն ձեռնարկը նախատեսված է բուհերի ուսանողների, ֆինանսական ոլորտի մասնագետների և վերապատրաստվողների համար: Այն նպատակ ունի աջակցելու նրանց վերլուծական կարողությունների զարգացմանը՝ տրամադրելով անհրաժեշտ տեսական և գործնական գործիքներ ֆինանսական մաթեմատիկայի խնդիրների լուծման համար: Ուսանողները կստանան անհրաժեշտ հմտություններ՝ հաշվարկելու տոկոսադրույքներ, անուիտետներ, վարկերի մնացորդներ, ներդրումների արժեքներ և պորտֆելների ռիսկայնություն, ինչը կարևոր է ֆինանսական վերլուծության և կառավարման համար:



# Մաս 1

## Տոկոս(ներ)ի և տոկոսադրույքի տեսության տարրերը

### Տեսական մաս

Տվյալ բաժնում օգտագործելու ենք հետևյալ նշանակումները.  $t$ ՝ ժամանակի պահ, որը հաշվելու ենք տարիներով,  $A(0)$  մայր գումար (Principal)՝ սկզբնական ներդրման չափ՝ արտահայտված դրամական միավորներով,  $A(t)$ ՝ ներդրման արժեքը  $t$  պահին՝  $t \geq 0$ :

**Սահմանում:**  $A(t), t \geq 0$  ֆունկցիան կոչվում է գումարի ֆունկցիա:

**Սահմանում:**  $A(t), t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով նկարագրվող ներդրման  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում վաստակած (կուտակած) տոկոս(ներ) (Interest) կամ տոկոսագումար կանվանենք  $A(t_1) - A(t_0)$  տարբերությունը, և կնշանակենք  $I_{[t_0; t_1]} = A(t_1) - A(t_0)$ :

**Սահմանում:** Եթե  $A(0) = 1$ , ապա գումարի  $A(t)$  ֆունկցիան կոչվում է կուտակման ֆունկցիա, Accumulation Function, և նշանակվում է  $a(t)$ -ով: Այսինքն՝ կուտակման ֆունկցիան 1 միավոր ներդրման գումարի ֆունկցիան է:

**Սահմանում:**  $A(t), t \geq 0$ , գումարի ֆունկցիայով նկարագրվող ներդրման համար  $t_0$ -ից  $t_1$  ընկած ժամանակահատ-



վաճում արդյունավետ (էֆեկտիվ) տոկոսադրույք է կոչվում  $i_{[t_0; t_1]} = \frac{A(t_1) - A(t_0)}{A(t_0)}$ ,  $0 < t_0 < t_1$  մեծությունը:

**Արդյունավետ տոկոսադրույքի մի քանի հատկություն:** Եթե  $A(t)$ -ն և  $a(t)$ -ն միևնույն ներդրման գումարի և կուտակման ֆունկցիաներ են, իսկ  $i_{[t_0; t_1]}$ -ն  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածի ներդրման արդյունավետ տոկոսադրույքը, ապա՝

- $i_{[t_0; t_1]} = \frac{a(t_1) - a(t_0)}{a(t_0)}$ ,  $0 \leq t_0 < t_1$

կամայական  $0 \leq t_0 < t_1$  թվերի համար

- $A(t_1) = A(t_0)(1 + i_{[t_0; t_1]})$
- $a(t_1) = a(t_0)(1 + i_{[t_0; t_1]})$

**Սահմանում:**  $A(t)$ ,  $t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով նկարագրվող ներդրման համար  $t_0$ -ից  $t_1$  ընկած ժամանակահատվածում արդյունավետ զեղչադրույք (դիսկոնտ) է կոչվում  $d_{[t_0; t_1]} = \frac{A(t_1) - A(t_0)}{A(t_1)}$ ,  $0 \leq t_0 < t_1$  մեծությունը:

**Արդյունավետ զեղչադրույքի մի քանի հատկություն:** Եթե  $A(t)$ -ն և  $a(t)$ -ն միևնույն ներդրման համապատասխանաբար գումարի և կուտակման ֆունկցիաներ են,  $i_{[t_0; t_1]}$ -ն  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում ներդրման արդյունավետ տոկոսադրույքն է,  $d_{[t_0; t_1]}$  արդյունավետ զեղչադրույքը, ապա՝

- $d_{[t_0; t_1]} = \frac{a(t_1) - a(t_0)}{a(t_1)}$ ,  $0 \leq t_0 < t_1$
- $A(t_0) = A(t_1)(1 - d_{[t_0; t_1]})$
- $a(t_0) = a(t_1)(1 - d_{[t_0; t_1]})$
- $(1 + i)(1 - d) = 1$
- $(1 + i_{[t_0; t_1]})(1 - d_{[t_0; t_1]}) = 1$
- $i = \frac{d}{1-d}$ ,  $d = \frac{i}{1+i}$

### ԿՈՒՏԱԿՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԵՂԱՆԱԿՆԵՐԸ

**Սահմանում:** Ներդրումն իրագործում է տարեկան  $i$  տոկոսադրույքով պարզ տոկոսներով (պարզ տոկոսների բանաձևով, simple interest) կուտակում (հաշվեգրում), եթե

$$a(t) = 1 + it, t \geq 0$$

**Սահմանում:** Ներդրումն իրագործում է տարեկան  $i$  տոկոսադրույքով բարդ տոկոսներով կուտակում (հաշվեգրում), եթե

$$a(t) = (1 + i)^t, t \geq 0$$

**Սահմանում:** Ներդրումն իրագործում է տարեկան  $i^{(m)}$  նոմինալ (անվանական) տոկոսադրույքով բարդ  $m$ -պարբերական (տարեկան  $m$  անգամ վճարվող) տոկոսներով կուտակում, եթե

$$a(t) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{mt}, t \geq 0$$

**Սահմանում:** Ներդրումն իրագործում է տարեկան  $r$  տոկոսադրույքով անընդհատ տոկոսներով (continuous interest) կուտակում, եթե

$$a(t) = e^{rt}, t \geq 0$$

### ԿՈՒՏԱԿՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅՈՒՆԸ

**Սահմանում:**  $A$  և  $B$  նախագծերը համարժեք են  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում, ( $A \sim B [t_0; t_1]$ -ում), եթե

$$i^A_{[t_0; t_1]} = i^B_{[t_0; t_1]},$$

որտեղ  $i^A_{[t_0; t_1]}$ -ն  $A$  նախագծի Արդյունավետ տոկոսադրույքն է  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում, իսկ  $i^B_{[t_0; t_1]}$ -ն համապատասխանաբար  $B$  նախագծի:

**Սահմանում:** Կասենք  $A$  նախագիծը գերադասելի է  $B$  նախագծից  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում և կգրենք  $A > B [t_0; t_1]$ -ում, եթե

$$i^A_{[t_0; t_1]} > i^B_{[t_0; t_1]}$$

**Սահմանում:**  $A$  նախագիծը գերադասելի է  $B$ -ից կամայական  $[0, T], T > 0$  ժամանակահատվածում այն և միայն այն դեպքում, երբ

$$a^A(t) > a^B(t), t \geq 0$$

**Սահմանում:** Երկու տոկոսադրույքներ կոչվում են համարժեք, եթե դրանք համարժեք են կամայական  $[t_0; t_1]$  ժամանակահատվածում:

### ՏԱՐԲԵՐ ՍՏԱՆԴԱՐՏ ՏՈԿՈՍԱԴՐՈՒՅՔՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅՈՒՆԸ

Որպեսզի  $i^{(m)} \% p.a. m$  պարբերական բարդ տոկոսադրույքը լինի համարժեք  $i \% p.a.$  բարդ տոկոսադրույքին, անհրաժեշտ է և բավարար, որ

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

Որպեսզի  $i^{(m)} \% p.a. m$  պարբերական բարդ տոկոսադրույքը լինի համարժեք  $i^{(n)} \% p.a. n$  պարբերական բարդ տոկոսադրույքին, անհրաժեշտ է և բավարար, որ

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = \left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^n$$

Որպեսզի  $r \% p.a.$  անընդհատ տոկոսադրույքը լինի համարժեք  $i \% p.a.$  բարդ տոկոսադրույքին, անհրաժեշտ է և բավարար, որ

$$e^r = 1 + i$$

Որպեսզի  $i^{(m)} \% p.a. m$  պարբերական բարդ տոկոսադրույքը լինի համարժեք  $r \% p.a.$  անընդհատ տոկոսադրույքին, անհրաժեշտ է և բավարար, որ

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = e^r$$

### Նույն տոկոսադրույքով տարբեր կուտակումների համեմատումը

- $(i \text{ պարզ}) < (i \text{ բարդ})[0, T]$  – ում, եթե  $T > 1$ ;
- $(i \text{ պարզ}) > (i \text{ բարդ}) [0, T]$ -ում, եթե  $T < 1$ ; կամայական  $[0, T]$  ժամանակահատվածում;
- $(i \text{ բարդ}) < (i^{(n)} \text{ պարբ.}) < (i^{(m)} \text{ պարբ.}) < (i \text{ անընդհատ})$ , ուր  $n < m$ :

### ՏՈԿՈՍԻ ՈՒԺ

**Սահմանում:**  $a(t), t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով նկարագրվող նախագծի տոկոսի ուժ (տոկոսադրույքի ուժ, տոկոսի ինտենսիվություն) կոչվում է հետևյալ ֆունկցիան՝

$$\delta(t) = \delta_t = \frac{a'(t)}{a(t)}, \quad \forall t > 0$$

### Տոկոսի ուժի մի քանի հատկություններ

- $\delta(t) = \frac{A'(t)}{A(t)}, \quad \forall t > 0$
- $\delta(t) = (\ln a(t))' = (\ln A(t))'$
- $\delta(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i_{[t, t+h]}}{h}$
- Մասնավորապես, եթե  $\Delta t \approx 0$ ,  
 ապա՝  $i_{[t_0, t_0+\Delta t]} = \frac{A(t_0+\Delta t) - A(t_0)}{A(t_0)} \approx \frac{A'(t_0)\Delta t}{A(t_0)} = \delta(t_0)\Delta t$
- $a(t) = e^{\int_0^t \delta(\tau) d\tau} = \exp(\int_0^t \delta(\tau) d\tau)$
- $A(t) = A(0) \cdot \exp(\int_0^t \delta(\tau) d\tau)$

**ՆԵՐԿԱ, ԲԵՐՎԱԾ ԵՎ ԱՊԱԳԱ ԱՐԺԵՔՆԵՐ,  
ԴԻՍԿՈՆՏԱՎՈՐՈՒՄ**

Դիցուք՝ նախագիծը նկարագրվում է  $a(t)$ ,  $t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով, և ֆիքսել ենք  $[t_0, t_1]$  ժամանակահատվածը: Ենթադրենք՝  $t_0$  պահին նախագծում գումարը  $A(t_0)$  է, իսկ  $t_1$  պահին կուտակված գումարը՝  $A(t_1)$ : Այդ դեպքում՝  $A(t_1) = \frac{a(t_1)}{a(t_0)} A(t_0)$ :

Դիցուք՝ նախագիծը նկարագրվում է  $a(t)$  կուտակման ֆունկցիայով:  $t_0$  պահի  $K$  գումարի **ապագա արժեքը**  $t_1$  պահին հավասար է  $FV(K, t_0, t_1) = K \cdot \frac{a(t_1)}{a(t_0)}$  :

$t$  պահի  $K$  գումարի բերված արժեքը  $0$  պահին կոչվում է **ներկա արժեք՝**  $PV(K, t)$  (Present Value)՝  $PV(K, t) = K \frac{a(0)}{a(t)} = \frac{K}{a(t)}$ :

$\forall t \geq 0$ :

$\frac{1}{a(t)}$  գործակիցը, որը հաշվում է  $t$  պահի  $1$  միավոր գումարի ներկա արժեքը, կոչվում է **դիսկոնտի ֆունկցիա** և նշանակվում  $v(t)$ -ով՝  $v(t) = \frac{1}{a(t)}$ ,  $t \geq 0$ :

**Դիսկոնտի ֆունկցիա, հատկություններ**

Դիցուք՝ նախագիծը բնութագրվում է  $a(t)$  կուտակման ֆունկցիայով, և  $v(t)$ -ն այդ նախագծի դիսկոնտի ֆունկցիան է: Այդ դեպքում.

- $a(t) \cdot v(t) = 1, \forall t \geq 0$ ;
- $A(0) = A(t) \cdot v(t), \forall t \geq 0$ ;
- $A(t_1) = A(t_0) \cdot v(t_0) \cdot a(t_1)$ ;
- Եթե  $a$ -ն դիֆերենցելի է, և  $\delta(t)$ -ն այս նախագծի տոկոսի ուժն է, ապա՝  $v(t) = \exp\left(-\int_0^t \delta(\tau) d\tau\right)$ :

$i\%$  *p. a.* բարդ տոկոսադրույքին համապատասխան դիսկոնտի գործակից կոչվում է  $v = \frac{1}{1+i}$ : Այդ դեպքում՝  $v(t) = v^t, \forall t \geq 0$ :

**Պարզ զեղչադրույքով (դիսկոնտով) կուտակում**

Կասենք՝ ներդրումն իրագործում է տարեկան  $d$  պարզ զեղչադրույքով (simple discount) կուտակում, եթե  $v(t) = 1 - d \cdot t, 0 \leq t < \frac{1}{d}$ ; այսինքն՝  $a(t) = \frac{1}{1-dt}, 0 \leq t < \frac{1}{d}$ : Մասնավորապես, եթե 0 պահին մեր ունեցած գումարը նախագծում  $A(0)$  է, ապա  $t$  պահին կլինի

$$A(t) = A(0) \cdot \frac{1}{1 - dt}$$

**Ներդրման ժամանակահատվածի հաշվարկման եղանակներ**

Ենթադրենք, գործարքի սկզբի ամսաթիվն է  $T_1 = D_1/M_1/Y_1$ , ավարտի ամսաթիվն է  $T_2 = D_2/M_2/Y_2$ :

• **act/act մեթոդ.**

$$t = \frac{T_1\text{-ից մինչև } Y_1 \text{ տարվա վերջ իրական օրերի քանակը}}{Y_1 \text{ տարվա մեջ եղած օրերի քանակը}} + (Y_2 - Y_1 - 1) + \frac{Y_2 \text{ տարվա սկզբից մինչև } T_2\text{-ն իրական օրերի քանակը}}{Y_2 \text{ տարվա մեջ եղած օրերի քանակը}}$$

• **act/360 մեթոդ.**

$$t = \frac{T_1\text{-ից մինչև } T_2\text{-ն իրական օրերի քանակը}}{360}$$

Այսինքն՝ այս դեպքում համարվում է, որ յուրաքանչյուր տարի ունի 360 օր:

• **act/365 մեթոդ.**

$$t = \frac{T_1\text{-ից մինչև } T_2\text{-ն իրական օրերի քանակը}}{365}$$

Այսինքն՝ այս դեպքում համարվում է, որ յուրաքանչյուր տարի ունի 365 օր:

- **30/360 մեթոդ.**

$$t = \frac{360 \cdot (Y_2 - Y_1) + 30 \cdot (M_2 - M_1) + (D_2 - D_1)}{360}$$

### **Ինֆլյացիայի և հարկերի ազդեցությունը տոկոսադրույքի վրա**

Տարեկան  $i\%$  պարզ տոկոսադրույքով ներդնելիս և  $i_{tax}\%$  եկամտահարկ վճարելիս գումարը փաստացի կուտակում է

$$i_{aftertax} = i \cdot (1 - i_{tax})$$

տարեկան պարզ տոկոսադրույքով:

Տարեկան  $i\%$  բարդ տոկոսադրույքով ներդնելիս և  $i_{tax}\%$  եկամտահարկ վճարելիս գումարը փաստացի կուտակում է

$$i_{aftertax} = i \cdot (1 - i_{tax})$$

տարեկան բարդ տոկոսադրույքով:

**Ֆիշերի բանաձև:** Ենթադրենք՝ ունենք  $i\%$  *p.a.* բարդ տոկոսներով կուտակող նախագիծ, իսկ ինֆլյացիայի դրույքը տարեկան  $i_{inf}\%$  հաստատուն բարդ տոկոս է:  $i_{real}$ -ը կոչվում է **ինֆլյացիայով ճշգրտված տոկոսադրույք** և հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$i_{real} = \frac{i - i_{inf}}{1 + i_{inf}}$$

## Խնդիրներ

1. Դիցուք՝ ունենք ներդրում, որը նկարագրվում է  $A(t) = 2t^2 + 17t + 5, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով:  
ա) Գտնել ներդրման մայր գումարը:  
բ) Գտնել ներդրման արժեքը (կուտակված գումարը)  $t = 2$  պահին:
2. Անհատը կատարել է մեկ տարի ժամկետով 10 000 միավոր գումարի ներդրում: Գտնել անհատի վաստակած տոկոսը, եթե մեկ տարի հետո ներդրված գումարը դարձել է 12 000 միավոր: Գտնել արդյունավետ տոկոսադրույքը:
3. Դիցուք՝ կատարվել է մեկ տարի ժամկետով 12 000 միավոր գումարի ներդրում: Մեկ տարի հետո ներդրված գումարի չափը դարձել է 15 000 միավոր գումար: Գտնել այդ ժամանակահատվածում վաստակած տոկոսագումարը:
4. Դիցուք՝ ներդրումը նկարագրվում է  $A(t) = 3t^2 + 7, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով:  
ա) Հաշվել ներդրման 3-րդ տարում կուտակված տոկոսագումարը:  
բ) Հաշվել  $[1, 2]$  ժամանակահատվածում կուտակված տոկոսագումարը:
5. Գտնել  $a(t) = 2t + 1, t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով նկարագրվող գումարի ֆունկցիան, որի համապատասխան ներդրման մայր գումարը 1000 միավոր է:
6. Կարո՞ղ է արդյոք  $a(t) = 4 + \ln^2(1 + 2t)$  ֆունկցիան լինել ինչ-որ ներդրման կուտակման ֆունկցիա:
7. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը նկարագրվում է



$A(t) = 3 + 9t, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով: Գտնել ներդրումային նախագծի կուտակման ֆունկցիան:

8. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը նկարագրվում է  $a(t) = 2t^2 + t + 1, t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով: Գտնել այդ նախագծի գումարի ֆունկցիան և կուտակված արժեքը  $t = 3$  պահին, եթե ներդրման մայր գումարը 100 միավոր է:
9. Դիցուք՝ ունենք  $t = 0$  պահին 1000 միավոր սկզբնական ներդրում, որի արդյունավետ տոկոսադրույքը  $[0, 1]$  ժամանակահատվածի համար 0.1 է: Հաշվել ներդրման արժեքը  $t = 1$  պահին:
10. Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որի արդյունավետ տոկոսադրույքը 5-րդ տարում 0.2 է, իսկ 6-րդ տարում՝ 0.25: Հաշվել ներդրման գումարը 6-րդ տարվա վերջում, եթե  $A(4) = 1000$  միավոր:
11. Դիցուք՝ ունենք ներդրում, որի արդյունավետ տոկոսադրույքը 4-րդ տարում 0.1 է, իսկ 5-րդ տարում՝ 0.2: Հաշվել ներդրման գումարը 5-րդ տարվա վերջում, եթե  $A(3) = 200$  միավոր:
12. Դիցուք՝ ունենք 100 միավոր սկզբնական արժեքով ներդրում, որի  $[0, 1]$  ժամանակահատվածում կուտակված տոկոսագումարը 5 միավոր է: Գտնել այդ ժամանակահատվածի արդյունավետ տոկոսադրույքը:
13. Դիցուք՝ ունենք ներդրում, որի արժեքը  $t = 1$  պահին 1000 միավոր է, իսկ  $[1, 2]$  ժամանակահատվածում կուտակված տոկոսագումարը՝ 30 միավոր: Գտնել այդ ժամանակահատվածի արդյունավետ տոկոսադրույքը:

14. Դիցուք՝ ունենք ներդումային նախագիծ, որը նկարագրվում է  $A(t) = t^2 + 16t + 5, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով: Գտնել  $[2, 3]$  ժամանակահատվածի արդյունավետ զեղչադրույքը:
15. Անհատը կատարել է 100 միավոր գումարի ներդրում մեկ տարի ժամկետով: Մեկ տարի հետո ներդրված գումարի չափը կազմել է 120 միավոր: Գտնել այդ ժամանակահատվածի արդյունավետ զեղչադրույքը:
16. Դիցուք՝ ունենք 1000 միավոր սկզբնական ներդրում: Գտնել մեկ տարի հետո կուտակված գումարի արժեքը՝  $A(1)$ -ը, եթե  $d_{[0,1]} = 0.1$ :
17. Դիցուք՝ ներդրումը նկարագրվում է  $A(t) = 5t^2 + t + 1, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով:
- ա) Գտնել ներդրման մայր գումարը:
  - բ) Գտնել ներդրման արժեքը (կուտակված գումարը)  $t = 2$  պահին:
  - գ) Գտնել կուտակման ֆունկցիան:
  - դ) Գտնել  $[0, 3]$  ժամանակահատվածի արդյունավետ տոկոսադրույքը:
  - ե) Գտնել 3-րդ տարվա արդյունավետ տոկոսադրույքը:
  - զ) Գտնել 2-րդ տարվա արդյունավետ զեղչադրույքը:
18. Դիցուք՝ ներդրումը նկարագրվում է  $a(t) = 5t + 1, t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով, որի ներդրման մայր գումարը 100 միավոր է:
- ա) Գտնել ներդրումային նախագծի գումարի ֆունկցիան:
  - բ) Գտնել ներդրման արժեքը (կուտակված գումարը)  $t = 2$  պահին:

- զ) Գտնել  $[0, 3]$  ժամանակահատվածի արդյունավետ տոկոսադրույքը:
- դ) Գտնել 3-րդ տարվա արդյունավետ տոկոսադրույքը:
- ե) Գտնել 2-րդ տարվա արդյունավետ զեղչադրույքը:
19. Դիցուք՝ ունենք ներդրում, որը նկարագրվում է  $A(t) = 6t^2 + t + 15, t \geq 0$  գումարի ֆունկցիայով:
- ա) Գտնել ներդրման սկզբնական գումարը:
- բ) Գտնել ներդրման արժեքը (կուտակված արժեքը)  $t = 2$  պահին:
- գ) Գտնել ներդրման կուտակման ֆունկցիան:
- դ) Հաշվել 2-րդ տարում կուտակված տոկոսները:
- ե) Հաշվել  $[4, 5]$  ժամանակահատվածում կուտակված տոկոսները:
20. Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որի կուտակված գումարը  $t = 2$  պահին 1000 միավոր է, ներդրման արդյունավետ տոկոսադրույքը 3-րդ տարում՝ 0.24, 4-րդ տարում՝ 0.25, 5-րդ տարում՝ 0.5, 6-րդ տարում՝ 0.1:
- ա) Հաշվել ներդրման գումարը 6-րդ տարվա վերջում:
- բ) Գտնել  $i_{[2,6]}$ :
- գ) Գտնել  $d_{[3,4]}$ :
- դ) Գտնել  $d_{[2,6]}$ :
21. Գտնել 1000 միավոր սկզբնական ներդրումով կուտակված գումարի արժեքը 3 տարի հետո, եթե ներդրումը նկարագրվում է.
- ա) 6% տարեկան բարդ զեղչադրույքով,
- բ) 6% տարեկան պարզ տոկոսադրույքով,
- գ) 6% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով:

22. Դիցուք՝ ունենք 100 միավոր սկզբնական ներդրում: Գտնել կուտակված գումարը 2 տարի հետո, եթե ներդրումը նկարագրվում է.
- ա) 4% տարեկան բարդ զեղչադրույքով,
  - բ) 4% տարեկան պարզ տոկոսադրույքով,
  - գ) 4% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով:
23. Տարեկան 6% բարդ զեղչադրույքով կուտակված գումարը 2025 թ.-ի հունվարի 1-ի դրությամբ կազմում է 1000 միավոր: Գտնել ներդրված գումարը, եթե ներդրումը կատարվել է 2015 թ.-ի հունվարի 1-ին:
24. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը նկարագրվում է տարեկան 7% պարզ տոկոսադրույքով: Գտնել առաջին և հինգերորդ տարիների համար արդյունավետ զեղչադրույքը՝  $d_{[0;1]}$ ,  $d_{[4;5]}$ :
25. Անհատը 2021 թ. հունվարի 1-ին կատարում է 2000 միավոր ներդրում: Տարեկան բարդ զեղչադրույքը 12% է:
- ա) Հաշվել ներդրման կուտակված գումարի չափը 2025 թ. հունվարի 1-ի դրությամբ:
  - բ) Հաշվել ներդրման բարդ տոկոսադրույքը:
26. Դիցուք՝ ունենք ներդրում, որի կուտակված գումարը  $t = 3$  պահին 1 300 միավոր է: Գտնել մայր գումարը, եթե տարեկան բարդ զեղչադրույք 6% է:
27. Ա և Բ անհատները 0 պահին բացում են կուտակային հաշիվներ բանկում: Ա անհատը կատարում է 100 միավոր ներդրում, իսկ Բ անհատը՝ 50 միավոր: Յուրաքանչյուր հաշիվ կուտակվում է նույն՝ տարեկան բարդ տոկոսադրույքով: Ա անհատի հաշվի վաստակած տոկոսները 11-րդ

տարվա ընթացքում հավասար է  $X$  միավորի:  $F$  անհատի հաշվի վաստակած տոկոսները 17-րդ տարվա ընթացքում նույնպես  $X$  միավոր է: Գտնել  $X$ -ը:

28. 2020 թ. հունվարի 1-ի դրությամբ անհատի ավանդային բալանսը 14 000 միավոր է: Հաշվել անհատի ավանդային բալանսը 2032 թ. հունվարի 1-ի դրությամբ, եթե տարեկան պարզ տոկոսադրույթը 8% է:
29. Դիցուք՝ 1000 միավոր գումարը կուտակվում է տարեկան 12% պարզ տոկոսադրույթով: Քանի՞ տարի հետո կուտակված գումարը կկազմի 1400 միավոր:
30. Ինչպիսի՞ պարզ տոկոսադրույթի դեպքում 1000 միավոր գումարը 6 տարի հետո կլինի 1400 միավոր:
31. Դիցուք՝ ունենք 1000 միավոր ներդրում, որի կուտակված գումարը  $t$  տարի հետո 1300 միավոր է: Կուտակումը կատարվում է  $i$  պարզ տոկոսադրույթով: Գտնել 500 միավոր ներդրման կուտակված գումարը  $2i/3$  տոկոսադրույթի դեպքում, ենթադրելով, որ այս ներդրման ժամանակահատվածը  $2t$  է:
32. Ենթադրենք՝ գումարը կուտակվում է հետևյալ կերպ. Առաջին տարում՝ 13%, երկրորդ տարում՝ 11%, երրորդ տարում՝ 15%: Գտնել այս ժամանակահատվածի համար միջին տոկոսադրույթը:
33.  $X$  գումարի կուտակված արժեքը մեկ տարի հետո կազմում է 216 միավոր, իսկ մեկ տարի առաջ՝ 200 միավոր: Գտնել  $X$ -ը, եթե կուտակումը բարդ տոկոսադրույթով է:
34. Արտահայտել  $d^{(7)}$ -ը  $i^{(5)}$ -ի միջոցով:
35.  $i = 0.05$  արժեքի դեպքում գտնել  $i^{(6)}$  և  $d^{(6)}$ -ի արժեքները:

- 36.** Անհատը ներդրել է 300 միավոր գումար տարեկան 12% նոմինալ տոկոսադրույքով: Գտնել, թե որքան կկազմի ներդրման գումարը ժամկետի վերջում, եթե՝
- ա) տոկոսադրույքը հաշվեգրվում է կիսամյակային, ներդրման ժամկետը՝ 2 տարի,
  - բ) տոկոսադրույքը հաշվեգրվում է եռամսյակային, ներդրման ժամկետը՝ 2 տարի,
  - գ) տոկոսադրույքը հաշվեգրվում է յուրաքանչյուր ամիս, ներդրման ժամկետը՝ 2,5 տարի:
- 37.** Բանկը ներգրավում է տարեկան 6% եռամսյակը մեկ հաշվարկվող բարդ նոմինալ տոկոսադրույքով ավանդ: Գտնել՝
- ա) ավանդի արդյունավետ տոկոսադրույքը՝  $i$ -ն,
  - բ) համարժեք կիսամյակային հաշվեգրվող նոմինալ տոկոսադրույքը,
  - գ) ավանդի արդյունավետ զեղչադրույքը՝  $d$ -ն:
- 38.** Դիցուք՝ ունենք 3000 միավոր սկզբնական ներդրում: Գտնել կուտակված գումարը 2 տարի հետո, եթե կուտակումը կատարվում է.
- ա) 7% տարեկան պարզ տոկոսադրույքով,
  - բ) 7% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով,
  - գ) 7% տարեկան բարդ զեղչադրույքով,
  - դ) 7% նոմինալ բարդ զեղչադրույքով՝ տարեկան 4 անգամ հաշվեգրվող,
  - ե) 7% անընդհատ տոկոսադրույքով:
- 39.** Տրված է, որ  $i = 0.08$ : Գտնել  $i^{(12)}$  և  $d^{(4)}$  հմպտ. Արժեքները:

40. 1000 միավոր ներդրման կուտակված արժեքը 2 տարի հետո 2600 միավոր է: Հաշվել տարեկան (կիսամյակային հաշվեգրվող) նոմինալ տոկոսադրույքը:
41. Անհատը կատարում է 10 միավոր ներդրում և ևս 20 միավոր՝ 15 տարի հետո: Կուտակումը կատարվում է հետևյալ կերպ: Առաջին 10 տարին՝ եռամսյակը մեկ հաշվեգրվող նոմինալ տոկոսադրույքով, իսկ մնացած տարիներին՝ 6% նոմինալ կիսամյակային տոկոսադրույքով: 30 տարի հետո կուտակված գումարը ֆոնդում կազմում է 100 միավոր: Գտնել  $d^{(4)}$ -ը:
42. Դիցուք՝ ունենք 1000 միավոր սկզբնական արժեքով ներդրում, որն առաջին տարում կուտակում է 7% բարդ տոկոսադրույքով, երկրորդում՝ 6%, իսկ երրորդ տարում՝ 9%: Գտնել միջին տոկոսադրույքը և կուտակված արժեքը երրորդ տարվա վերջում:
43. Հայրը ցանկանում է 8 տարի հետո գումար կուտակել որդու կրթության համար՝ 100 000 միավոր: Ներդրումային նախագիծը առաջարկում է տարեկան 8% ամսական հաշվեգրվող նոմինալ տոկոսադրույքով կուտակում: Հաշվել համարժեք տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը, և գտնել, թե որքան գումար պետք է ներդնի հայրը որդու կրթության համար:
44. Դիցուք՝ ունենք երկու ներդրումային նախագիծ: Առաջինը կուտակում է կիսամյակային վճարվող 11% տարեկան նոմինալ տոկոսադրույքով, երկրորդը՝ առաջին տարում 10% բարդ տոկոսադրույքով, երկրորդ տարում՝ 12%: Երկու տարի ներդրման դեպքում ո՞ր նախագիծն է նախընտրելի:

45. Արդյո՞ք հետևյալ կուտակման ֆունկցիաներով նկարագրվող ներդրումային նախագծերը համարժեք են  $[2, 3]$  ժամանակահատվածի համար. Ա ներդրում. ներդրումն իրականացվում է  $a(t) = 16t + 1, t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով, Բ ներդրում. ներդրումն իրականացվում է  $a(t) = 2t^2 + 1, t \geq 0$  կուտակման ֆունկցիայով:
46. Դիցուք՝ ունենք երկու ներդրումային նախագիծ: Ա ներդրումային նախագծի դեպքում ներդրում իրականացվում է  $A(t) = 2t^2 + 17t + 5, t \geq 0$  ֆունկցիայով: Բ ներդրումային նախագծի դեպքում ներդրումն իրականացվում է  $A(t) = 7t + 5, t \geq 0$  ֆունկցիայով: Արդյո՞ք Ա և Բ նախագծերը համարժեք են  $[0, 1]$  ժամանակահատվածում:
47. Դիցուք՝ երկու տարբեր բանկեր առաջարկում են նույն տարեկան 8% տոկոսադրույքով ավանդ: Առաջինը կուտակում է պարզ տոկոսադրույքով, իսկ 2-րդը՝ բարդ: Հաճախորդը ո՞ր ավանդատեսակը կընտրի, եթե՝
- ա) ավանդի ժամկետը 2 տարի է,
  - բ) ավանդի ժամկետը 6 ամիս է,
  - գ) ավանդի ժամկետը 1 տարի է:
48. Դիցուք՝ ներդրումային կազմակերպությունը առաջարկում է 3 տարի ժամկետով և 12% բարդ տոկոսադրույքով երկու ներդրում: Առաջին ներդրումային նախագիծը ենթադրում է սկզբնական 10 000 միավոր ներդրում, իսկ առաջին և երկրորդ տարվա վերջում 50 000 միավոր ավելացում, յուրաքանչյուր տարի ներդրումից ստացված տոկոսները ավելանում են մայր գումարին: Երկրորդ ներդրումային նախագիծը ենթադրում է 110 000 սկզբնական ներդրում՝



առանց ավելացման հնարավորության: Ո՞ր նախագիծը կընտրի ներդրողը և ինչո՞ւ:

- 49.** Դիցուք՝ ունենք երկու ներդրումային նախագիծ. առաջինը կուտակում է կիսամյակային վճարվող 12% տարեկան նոմինալ բարդ տոկոսադրույքով, երկրորդ նախագիծը կուտակում է առաջին տարում 10% արդյունավետ բարդ տոկոսադրույքով, իսկ երկրորդ տարում՝ 13%: Ներդրողը ցանկանում է երկու տարվա ներդրում կատարել: Ո՞ր ներդրումային նախագիծը կընտրի:
- 50.** Դիցուք՝ կուտակային հաշիվը նկարագրվում է  $A(t) = 100(1 + t + t^2)$  ֆունկցիայով: Գտնել համապատասխան տոկոսադրույքի ուժը:
- 51.** Դիցուք՝ ունենք երկու ներդրումային նախագիծ: Առաջին ներդրումային նախագիծը առաջարկում է տարեկան 5% պարզ տոկոսադրույքով կուտակում, իսկ 2-րդը՝ 4% բարդ տոկոսադրույքով կուտակում: Ե՞րբ տոկոսադրույքի ուժը հավասար կլինի երկու ներդրումային նախագծերի համար:
- 52.** Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որտեղ տոկոսադրույքի ուժը հավասար է  $\delta(t) = 0,02t$ :
- ա) Գտնել տարեկան էֆեկտիվ տոկոսադրույքը 2-րդ և 5-րդ տարվա համար:
- բ) 1000 միավոր սկզբնական ներդրման համար գտնել 2 և 5 տարի հետո կուտակված գումարը:
- 53.** Դիցուք՝ անհատը կատարում է 500 միավոր գումարի ներդրում 5 ամսով 12% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով, այնուհետև վերափոխում է ներդրումը և հաջորդ 7 ամսվա

համար կուտակում  $\delta = 0.086$  տոկոսադրույքի ուժով, որից հետո հաջորդ 1 տարվա համար՝  $\delta = 0.11$ -ով: Հաշվել անհատի կուտակած գումարը ժամկետի վերջում:

54. Անհատը կատարում է 6000 միավոր գումարի ներդրում: Մեկ տարի հետո յուրաքանչյուր տարվա սկզբում կատարում է  $X$  գումարի կանխիկացում: 11-րդ կանխիկացումից անհատի հաշվին մնում է 600 միավոր գումար: 6% բարդ տոկոսադրույքի համար հաշվել յուրաքանչյուր կանխիկացված գումարի չափը:

55. Ներքոնշյալ հավասարություններից որո՞նք են ճիշտ, որո՞նք սխալ.

ա)  $d^{(p)} = p[1 - (1 - d)^{1/p}]$ ,

բ)  $i^{(p)} = 1/p[(1 + i)^p - 1]$ ,

գ)  $v = [1 - d^{(p)}/p]^p$ :

56. Հաշվել 6 միավոր գումարի կուտակված արժեքը 6% տոկոսադրույքի ուժի դեպքում, եթե գումարը կուտակվում է.

ա) 3 ամիս,

բ) 3 տարի,

գ) 7 տարի և 5 օր:

57. Հաշվել  $i^{(9)}$  և  $d^{(9)}$ , եթե  $i = 0.09$ :

58. Արտահայտել.

ա)  $d$ -ն  $\delta$ -ով,

բ)  $i$ -ն  $\delta$ -ով,

գ)  $d$ -ն  $i$ -ով,

դ)  $\delta$ -ն  $i$ -ով,

ե)  $\delta$ -ն  $d$ -ով:

59. Դիցուք՝  $\delta(t) = 0,003t + 0,0001t^2, t > 0$ : Հաշվել 1000 միավոր գումարի սկզբնական ներդրման արդյունավետ տոկոսադրույքը և կուտակված արժեքը  $t = 4$  պահին:
60. Գտնել տոկոսադրույքի ուժը, եթե՝  
 ա)  $i = 0.13$  (կիրառվում է բարդ տոկոսադրույք),  
 բ)  $d = 0.13$  (կիրառվում է բարդ գեղչադրույք):
61. Առաջին անհատը կատարում է 100 միավոր ներդրում իր կուտակային հաշվին, որի նոմինալ կիսամյակային հաշվեգրվող տոկոսադրույքը տարեկան 4% է: Նույն պահին երկրորդ անհատը կատարում է 100 միավոր ներդրում իր կուտակային հաշվին, որի կուտակումը կատարվում է  $\delta$  տոկոսադրույքի ուժով: Հաշվել տոկոսադրույքի ուժը, եթե նրանց կուտակված գումարները հավասարվում են 7,25 տարի հետո:
62. Դիցուք՝ 0 պահին կատարվում է 10 000 միավոր գումարի ներդրում  $X$  և  $Y$  ֆոնդերից յուրաքանչյուրում:  $X$  ֆոնդը կուտակում է 5% տարեկան բարդ արդյունավետ տոկոսադրույքով, իսկ  $Y$  ֆոնդը՝ 8% տարեկան պարզ տոկոսադրույքով:  $t$  պահին երկու ֆոնդերի տոկոսադրույքի ուժերը հավասար են: Գտնել  $t$  պահին  $X$  և  $Y$  ֆոնդերի կուտակված արժեքների տարբերությունը:
63. Դիցուք՝ ֆոնդում ժամանակի 3-րդ պահին ներդրվել է  $K = 1000$  միավոր գումար: Գտնել ներդրման ներկա արժեքը, բերված արժեքը  $t = 2$  պահին և ապագա արժեքը 6-րդ պահին, եթե՝  
 ա) գումարը կուտակվում է  $a(t) = 2t + 1, t \geq 0$ , կուտակման ֆունկցիայով,

- բ) գումարը կուտակվում է տարեկան 7% պարզ տոկոսադրույքով,
- գ) գումարը կուտակվում է տարեկան 7% բարդ տոկոսադրույքով,
- դ) գումարը կուտակվում է բարդ տոկոսադրույքով, դիսկոնտավորման գործակիցը՝ 0.6:
- 64.** Դիցուք՝ ունենք երկու ներդրումային նախագիծ: Առաջինը առաջարկում է 13% պարզ տոկոսադրույքով կուտակում, 2-րդը՝ 10% բարդ տոկոսադրույքով կուտակում: Ե՞րբ նախագծերի տոկոսադրույքի ուժը կլինի իրար հավասար:
- 65.** Դիցուք՝ ունենք կուտակային ֆոնդ, որտեղ ներդրողը պարտավոր է յուրաքանչյուր տարի ներդնել ֆիքսված գումար պայմանով, որ տարեկան կուտակվող 6% բարդ տոկոսադրույքի դեպքում 3-րդ տարվա վերջում կստանա 10 000 գումար: Առաջին վճարը կատարվում է անմիջապես: Որքա՞ն գումար պետք է ներդրողը ներդնի յուրաքանչյուր տարի կուտակային ֆոնդում:
- 66.** Անհատը ցանկանում է կուտակել 100 000 միավոր գումար ժամանակի  $t = 5$  պահին: Տարեկան 9% բարդ զեղչադրույքի դեպքում ի՞նչ պարբերական վճարումներ նա պետք է կատարի ժամանակի  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  պահերին:
- 67.** Դիցուք՝ ներդրումային նախագծից անհատը ստանում է առաջին տարվա սկզբում 100 միավոր, 200 միավոր՝ 2-րդ տարվա սկզբում և ևս 100 միավոր՝ 3-րդ տարվա սկզբում: Հաշվել  $i$  արդյունավետ տոկոսադրույքը, եթե դրամական հոսքի ներկա արժեքը 364.46 միավոր է:

- 68.** Անհատը ակնկալում է, որ կստանա 1000 միավոր գումար  $t = 4$  պահին և 3000 միավոր գումար՝  $t = 9$  պահին: 9.5% տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքի դեպքում հաշվել տվյալ դրամական հոսքի ներկա արժեքը:
- 69.**  $t = 0$  պահին առաջին անհատը իր կուտակային հաշվին կատարում է 4000 միավոր գումարի ներդրում, որը կուտակում է 5% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով: Այդ նույն հաշվին  $t = 3$  պահին մուտք է անում ևս 3000 միավոր գումար:  $t = x$  պահին երկրորդ անհատը ներդրում է կատարում 7000 միավոր գումար իր կուտակային հաշվին, որը կուտակում է 12% տարեկան բարդ տոկոսադրույքով:  $t = 5$  պահին առաջին և երկրորդ անհատների կուտակված արժեքները հավասարվում են: Գտնել  $x$ -ը:
- 70.** Դիցուք՝ անհատը կատարում է ներդրում իր կուտակային հաշվին  $t = 0$  պահին 3000 միավոր գումար և  $t = 4$  պահին՝ 2000 միավոր գումար: 8-րդ պահին անհատի կուտակված արժեքը 7000 միավոր է: Գտնել կուտակային հաշվի տարեկան բարդ տոկոսադրույքը:
- 71.** Հաշվել 780 միավոր գումարի դիսկոնտավորված ներկա արժեքը, եթե տոկոսադրույքի ուժը հավասար է 5%, իսկ տարիների քանակը՝ 6:
- 72.** Դիցուք՝ 6 տարիների ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում կատարվում է տարեկան վճարումներ՝ վճարվող գումարը զույգ տարիներին կազմում է 200 միավոր, իսկ կենտ տարիներին՝ 100 միավոր: Գտնել գումարների ներկա արժեքը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 3% է:

73. Դիցուք՝ Ա բանկում 6 ամիս (180 օր) ժամկետային ավանդի տարեկան պարզ տոկոսադրույքը 12% է: 120 000 միավոր գումար ներդնելու դեպքում եկամտահարկը 10% է, ապա՝
- ա) հաշվի առնելով եկամտահարկը գտնել պարզ տոկոսադրույքը՝  $i_{aftertax}$ :
  - բ) Գտնել ավանդի կուտակված գումարը ժամկետի վերջում:
74. Դիցուք՝ Ա բանկում 3 տարով ժամկետային ավանդի բարդ տոկոսադրույքը կազմում է 8%: 60 000 միավոր գումար ներդնելու դեպքում.
- ա) հաշվել պարզ տոկոսադրույքը՝  $i_{aftertax}$ , եթե եկամտահարկը 10% է:
  - բ) Գտնել ավանդի կուտակված գումարը ժամկետի վերջում:
75. Անհատը 2019 թ.-ի ապրիլի 1-ին կատարում է 3 տարի ժամկետով 100 000 միավոր գումարի ներդրում, որը կուտակում է տարեկան 11% բարդ տոկոսադրույքով, իսկ եկամտահարկը կազմում է 10%: Հաշվել կուտակված տոկոսագումարը ժամկետի վերջում:
76. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը կուտակում է տարեկան 10% բարդ տոկոսադրույքով: Ինֆլյացիայի տարեկան դրույքը կազմում է 3%: Հաշվել ինֆլյացիայով ճշգրտված տոկոսադրույքը:
77. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը կուտակում է տարեկան 7% բարդ տոկոսադրույքով: Ինֆլյացիայի տարեկան դրույքը կազմում է 2%: Նախագծում 500 000 միավոր գումար

ներդնելու դեպքում հաշվել 2-րդ պահին կուտակված գումարի գնողունակությունը:

- 78.** Անհատը 2020 թ.-ի մարտի 28-ին բանկում ներդնում է 700 միավոր գումար: Ավանդը կուտակվում է տարեկան է 12% բարդ տոկոսադրույքով: Հաշվել, թե որքան գումար կլինի անհատի հաշվին 2021 թ.-ի ապրիլի 30-ին, եթե օրերի հաշվարկը կատարվում է՝
- ա)  $act/act$  եղանակով,
  - բ)  $act/360$  եղանակով,
  - գ)  $30/360$  եղանակով:

# Մաս 2

## Դրամական հոսքեր, անուիտետներ, վարկեր

### Տեսական մաս

Այս բաժնում և այսուհետ, եթե այլ բան ասված չէ, ենթադրելու ենք, որ նախագիծը կուտակում է տարեկան  $i\%$  բարդ տոկոսադրույքով:

Ենթադրենք, թե ժամանակի  $t_k$  պահերին նախագիծ մուտք/ելք է արվում  $C_k$  միավոր գումար,  $k = 1, 2, \dots, n$ , ընդ որում՝ կենթադրենք, որ  $C_k > 0$ , եթե նախագիծ մուտք է արվել  $|C_k|$  գումար;  $C_k < 0$ , եթե նախագծից ելք է արվել  $|C_k|$  գումար:

#### Դրամական հոսք

$(C_k, t_k)$  զույգերի բազմությունը կանվանենք դրամական հոսք (cash flow) և կնշանակենք ԴՀ-ով՝  $\mathcal{C} = CF = \{(C_k, t_k) : k = 1, \dots, n\}$ : Դրամական հոսքի ներկա արժեքը կլինի

$$PV(\mathcal{C}) = C_1 \cdot v^{t_1} + C_2 \cdot v^{t_2} + \dots + C_n \cdot v^{t_n} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot v^{t_k}$$

ԴՀ-ի արժեքը կամայական  $t > 0$  պահին կլինի

$$FV(\mathcal{C}, t) = PV(\mathcal{C}) \cdot (1 + i)^t$$



## ԱՆՈՒԻՏԵՏՆԵՐ

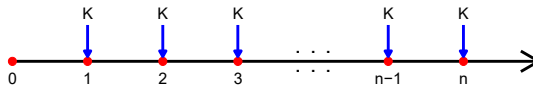
**Սահմանում:**  $\mathcal{R} = \{(C_k, t_k) : k = 1, \dots, n\}$  դրամական հոսքը կանվանենք **անուիտետ**, եթե

$$t_{k+1} - t_k = \text{const},$$

այսինքն՝ եթե վճարումները կատարվում են պարբերական:

### Ժամանակի վերջում (postnumerando) հաշվարկվող (վճարող) անուիտետներ

Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) անուիտետ:  $\mathcal{R} = \{(K, i) : i = 1, 2, \dots, n\}$ :



ԺՎՀԱ-ի համար այս մեծությունները հաշվելու նպատակով նշանակենք՝

$a_{n\bar{i}}$  =  $a_{n\bar{i}}$  = ԺՎՀԱ՝ ներկա արժեքը

$s_{n\bar{i}}$  =  $s_{n\bar{i}}$  = ԺՎՀԱ՝ կուտակված արժեքը  $n$  պահին

- $a_{n\bar{i}} = \frac{1-v^n}{i}$
- $s_{n\bar{i}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

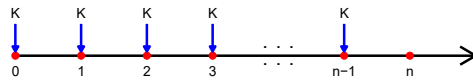
Այսպիսով՝

- $PV(\mathcal{R}) = K \cdot a_{n\bar{i}} = K \cdot \frac{1-v^n}{i}$
- $FV(\mathcal{R}, n) = K \cdot s_{n\bar{i}} = K \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

### Ժամանակի սկզբում հաշվարկվող (վճարող) անուիտետներ

Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) անուիտետ (annuity-in-advance).

$$\mathcal{K} = \text{ԺՎՀԱ} = \{(K, i) : i = 0, 1, 2, \dots, n-1\} :$$



Այս մեծությունները հաշվելու համար նշանակենք՝

$$\ddot{a}_{n\overline{\quad}} = \ddot{a}_{n\overline{\quad}i} \text{ ԺԱՀԱ՝ ներկա արժեքը} = PV(\text{ԺԱՀԱ})$$

$$\ddot{s}_{n\overline{\quad}} = \ddot{s}_{n\overline{\quad}i} = \text{ԺԱՀԱ՝ կուտակված արժեքը } n \text{ պահին}$$

- $\ddot{a}_{n\overline{\quad}} = \frac{1-v^n}{d}$
- $\ddot{s}_{n\overline{\quad}} = \frac{(1+i)^n - 1}{d}$

Այսպիսով՝

- $PV(\mathcal{K}) = K \cdot \ddot{a}_{n\overline{\quad}} = K \cdot \frac{1-v^n}{d}$
- $FV(\mathcal{K}, n) = K \cdot \ddot{s}_{n\overline{\quad}} = K \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{d}$

### Ժամանակի վերջում և սկզբում հաշվարկվող (վճարող) անժամկետ անուիտետներ.

Դրամական հոսքը կոչվում է ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) անժամկետ կամ անվերջ անուիտետ (perpetual annuity, perpetuity), եթե՝

$$\mathcal{K} = \text{ԺՎՀԱԱ} = \{(1, k) : k = 1, 2, \dots, n, \dots\} :$$

Դրամական հոսքը կոչվում է ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) անժամկետ կամ անվերջ անուիտետ (perpetual annuity, perpetuity), եթե՝

$$\mathcal{K} = \text{ԺԱՀԱԱ} = \{(1, k) : k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$$

$$a_{\infty\overline{\quad}} = a_{\infty\overline{\quad}i} = \text{ԺՎՀԱԱ՝ ներկա արժեքը} = PV(\text{ԺՎՀԱԱ})$$

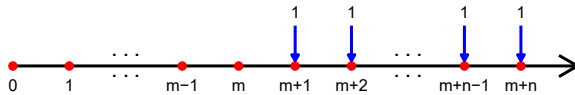
$$\ddot{a}_{\infty\overline{\quad}} = \ddot{a}_{\infty\overline{\quad}i} = \text{ԺԱՀԱԱ՝ ներկա արժեքը} = PV(\text{ԺԱՀԱԱ})$$

- $a_{\infty\overline{\quad}} = \frac{1}{i}$
- $\ddot{a}_{\infty\overline{\quad}} = \frac{1}{d}$

### Հետաձգումով անուիտետներ

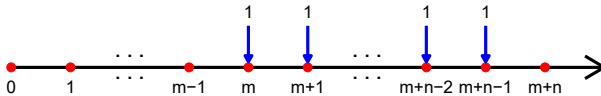
Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $m$  անգամ (տարի) հետաձգումով,  $n$  անգամ ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \{(1, k) : k = m + 1, m + 2, \dots, m + n\}:$$



Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $m$  անգամ (տարի) հետաձգումով,  $n$  անգամ ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \{(1, k) : k = m, m + 1, \dots, m + n - 1\}:$$



Այս մեծությունները հաշվելու համար նշանակենք՝

$m|a_{n\text{ } \curvearrowright}$  =  $m$  անգամ հետաձգումով,  $n$  անգամ վճարող postnumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

$m|s_{n\text{ } \curvearrowright}$  =  $m$  անգամ հետաձգումով,  $n$  անգամ վճարող postnumerando անուիտետի կուտակված արժեքը  $m + n$  պահին,

$m|\ddot{a}_{n\text{ } \curvearrowright}$  =  $m$  անգամ հետաձգումով,  $n$  անգամ վճարող prenumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

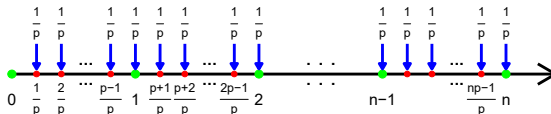
$m|\ddot{s}_{n\text{ } \curvearrowright}$  =  $m$  անգամ հետաձգումով,  $n$  անգամ վճարող prenumerando անուիտետի կուտակված արժեքը  $m + n$  պահին

- $m|a_{n\text{ } \curvearrowright} = v^m a_{n\text{ } \curvearrowright}$
- $m|s_{n\text{ } \curvearrowright} = s_{n\text{ } \curvearrowright}$
- $m|\ddot{a}_{n\text{ } \curvearrowright} = v^m \ddot{a}_{n\text{ } \curvearrowright}$
- $m|\ddot{s}_{n\text{ } \curvearrowright} = \ddot{s}_{n\text{ } \curvearrowright}$

### Տարեկան $p$ անգամ վճարող անուիտետներ

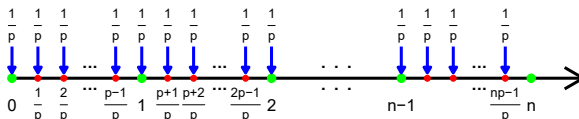
Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով, ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \left\{ \left( \frac{1}{p}, k \right) : k = \frac{1}{p}, \frac{2}{p}, \frac{3}{p}, \dots, \frac{np}{p} \right\}:$$



Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով, ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \left\{ \left( \frac{1}{p}, k \right) : k = 0, \frac{1}{p}, \frac{2}{p}, \frac{3}{p}, \dots, \frac{np-1}{p} \right\}:$$



Ներմուծենք հետևյալ մեծությունները՝

$a_{n^{-}(p)}$  = տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով postnumerando վճարող անուիտետի ներկա արժեքը,

$s_{n^{-}(p)}$  = տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով postnumerando վճարող անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին,

$\ddot{a}_{n^{-}(p)}$  = տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով prenumerando վճարող անուիտետի ներկա արժեքը,

$\ddot{s}_{n^{-}(p)}$  = տարեկան  $p$  անգամ,  $n$  տարի ժամկետով prenumerando վճարող անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին

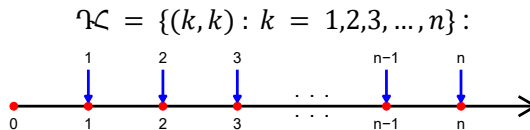
- $a_{n^{-}}(p) = \frac{1-v^n}{i^{(p)}}$
- $s_{n^{-}}(p) = \frac{(1+i)^n - 1}{i^{(p)}}$
- $\ddot{a}_{n^{-}}(p) = \frac{1-v^n}{d^{(p)}}$
- $\ddot{s}_{n^{-}}(p) = \frac{(1+i)^n - 1}{d^{(p)}}$

որտեղ՝

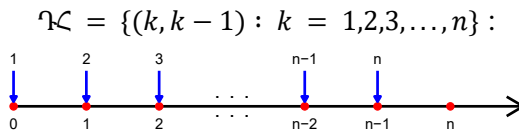
$$v = \frac{1}{1+i}, \quad \left(1 + \frac{i^{(p)}}{p}\right)^p = 1 + i, \quad \left(1 - \frac{d^{(p)}}{p}\right)^p = 1 - d$$

### Ոչ հավասարաչափ վճարող անուիտետներ

Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) թվաբանական աճող անուիտետ:



Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) թվաբանական աճող անուիտետ:



Ներմուծենք հետևյալ մեծությունները՝

$(Ia)_{n^{-}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական աճող postnumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

$(Is)_{n^{-}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական աճող postnumerando անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին,

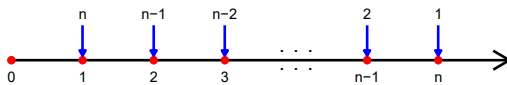
$(\ddot{I}a)_{n\overline{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական աճող prenumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

$(\ddot{I}s)_{n\overline{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական աճող prenumerando անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին

- $(Ia)_{n\overline{v}} = \frac{\ddot{a}_{n\overline{v}} - nv^n}{i}$
- $(Is)_{n\overline{v}} = \frac{\ddot{s}_{n\overline{v}} - n}{i}$
- $(\ddot{I}a)_{n\overline{d}} = \frac{\ddot{a}_{n\overline{v}} - nv^n}{d}$
- $(\ddot{I}s)_{n\overline{d}} = \frac{\ddot{s}_{n\overline{v}} - n}{d}$

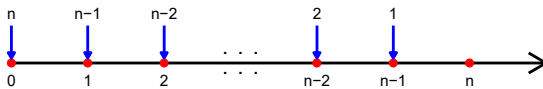
Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի վերջում վճարող (postnumerando) թվաբանական նվազող անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \{(n - k + 1, k) : k = 1, 2, 3, \dots, n\} :$$



Հետևյալ դրամական հոսքը կոչվում է  $n$  անգամ ժամանակի սկզբում վճարող (prenumerando) թվաբանական նվազող անուիտետ.

$$\mathcal{R} = \{(n - k + 1, k - 1) : k = 1, 2, 3, \dots, n\} :$$



Ներմուծենք հետևյալ մեծությունները.

$(Da)_{n\overline{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական նվազող postnumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

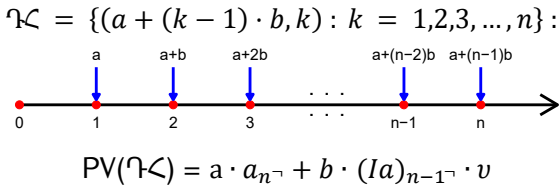
$(Ds)_{n\overline{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական նվազող postnumerando անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին,

$(\ddot{D}a)_{n\bar{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական նվազող prenumerando անուիտետի ներկա արժեքը,

$(\ddot{D}s)_{n\bar{v}}$  տարեկան  $n$  անգամ վճարող թվաբանական նվազող prenumerando անուիտետի կուտակած արժեքը  $n$  պահին

- $(Da)_{n\bar{v}} + (Ia)_{n\bar{v}} = (n + 1)a_{n\bar{v}}$
- $(Ds)_{n\bar{v}} + (Is)_{n\bar{v}} = (n + 1)s_{n\bar{v}}$
- $(\ddot{D}a)_{n\bar{v}} + (\ddot{I}a)_{n\bar{v}} = (n + 1)\ddot{a}_{n\bar{v}}$
- $(\ddot{D}s)_{n\bar{v}} + (\ddot{I}s)_{n\bar{v}} = (n + 1)\ddot{s}_{n\bar{v}}$

Այն դեպքում, երբ վճարումների մեծությունները կազմում են կամայական թվաբանական պրոգրեսիա. օրինակ՝ դիտարկենք հետևյալ  $\Gamma\text{Հ}$ -ը՝

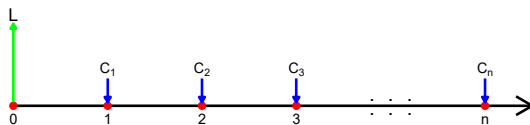


**ՎԱՐԿԵՐ**

Ենթադրենք՝

- վարկի ձևակերպման (վարկ վերցնելու) պահը 0 պահն է,
- վարկի գումարը (մայր գումարը)  $L$  է,
- վարկի ժամկետը  $n$  տարի է,
- վարկի տոկոսադրույքը  $i\% p. a.$  բարդ տոկոսադրույքն է,
- վարկը մարվում է տարեկան վճարումներով.

$\Gamma\text{Հ}$ -ով՝  $\Gamma\text{Հ} = \{(Ck, k) : k = 1, \dots, n\}$ .



$$L = C_1 \cdot v + C_2 \cdot v^2 + C_3 \cdot v^3 + \dots + C_n \cdot v^n = \sum_{k=1}^n C_k \cdot v^k$$

### Վարկի մնացորդի հաշվումը

Վարկի մնացորդի հաշվման Prospective եղանակը հաշվի է առնում միայն ապագայում վճարվելիք գումարները: Վարկի մնացորդը  $k$  պահին կլինի ԴՀ-ի բերված արժեքը  $k$  պահին՝

$$F_k = C_{k+1}v + C_{k+2}v^2 + \dots + C_nv^{n-k}$$

Վարկի մնացորդի հաշվման Retrospective եղանակը հաշվի է առնում միայն արդեն կատարված վճարումները:

$$F_k = L \cdot (1+i)^k - C_1 \cdot (1+i)^{k-1} - C_2 \cdot (1+i)^{k-2} - \dots - C_{k-1} \cdot (1+i) - C_k$$

### Վարկերի մարման եղանակները

#### Վարկերի մարման անուիտետային եղանակ

Հավասարաչափ վճարումներով (անուիտետային) սխեմայով մարման դեպքում վարկը մարվում է հավասար վճարումներով, յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարելով միևնույն գումարը, այսինքն՝ վարկը մարվում է ԴՀ =  $\{(C, k) : k = 1, \dots, n\}$ :

$$L = PV(\text{ԴՀ}) = C \cdot a_{n\bar{i}}$$

$$F_k = C \cdot a_{n-k\bar{i}} = L \cdot \frac{a_{n-k\bar{i}}}{a_{n\bar{i}}}$$

#### Վարկերի մարման դիֆերենցված եղանակ

Մայր գումարի հավասարաչափ վճարումներով (դիֆերենցված) սխեմայով մարման դեպքում վարկը մարվում է՝ ամեն վճարման ժամանակ վճարելով այդ տարում կուտակված տոկոսները և



մայր գումարի  $n$ -րդ մասը: Այսինքն՝  $k$  պահի վճարումն է ( $k = 1, 2, \dots, n$ )

$$C_k = k\text{-րդ տարվա կուտակած տոկոսը} + \frac{L}{n}$$

$$C_k = i \cdot F_{k-1} + \frac{L}{n} = i \cdot L \cdot \frac{n-k+1}{n} + \frac{L}{n}. \quad F_k = L - k \cdot \frac{L}{n} = \frac{n-k}{n} \cdot L$$

### **Վարկերի մարումը Մասնակի մարումով ֆոնդերի սխեմայով**

Ենթադրենք, որ  $0$  պահին վերցված է վարկ՝  $L$  մայր գումարով,  $n$  տարի ժամկետով և տարեկան  $i$  բարդ տոկոսադրույքով: ՄՄՖ սխեմայով վճարման դեպքում վարկառուն կատարում է հետևյալ վճարումները.

- Յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարվում է այդ տարում կուտակված տոկոսը՝  $i \cdot L$  չափով: Այսպիսով, յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարումն անելուց հետո վարկի մնացորդը միշտ մնում է նույնը՝  $F_k = L$ :
- Մարման պահին վճարվում է թե՛ վերջին տարվա կուտակված տոկոսը՝  $i \cdot L$ -ը, ու թե՛ մայր գումարն ամբողջովին՝  $L$ -ը:

Ենթադրենք, թե ՄՄՖ-ը կուտակում է տարեկան  $j$  բարդ տոկոսադրույքով: Վարկառուն  $k$  պահին վճարում է հետևյալ գումարը՝

$$C_k = i \cdot L + \frac{L}{S_{n \cdot j}}$$

## Խնդիրներ

1. Անհատը 2020 թ. հունվարի 1-ին ներդրել է 7000 միավոր գումար: Երեք տարի անց նա կանխիկացնում է իր հաշվից 5000 միավոր: Դրանից 2 տարի անց՝ 3000 միավոր, և ևս մեկ տարի անց ներդնում է 4000 միավոր: Հաշվել կուտակված գումարը 2030 թ. հունվարի 1-ի դրությամբ, եթե  $i = 0.06$ :
2. Անհատը 2010 թ. հունվարի 1-ին իր վարկային գծից օգտագործում է 2000 միավոր գումար, իսկ 2011 թ. հունվարի 1-ին ևս 3000 միավոր: 2014 թ. հունվարի 1-ին վարկային գծից մարում է 4000 միավոր: Հաշվել որքա՞ն գումար կկազմի նրա պարտքը 2018 թ. Հունվարի 1-ի դրությամբ, եթե  $i = 0.13$ :
3.  $i = 0.12$  դեպքում որքան միավոր գումար է անհրաժեշտ ներդնել անհատին այսօր, որպեսզի ունակ լինի 1 տարի հետո վճարել 200 միավոր, 2 տարի հետո՝ 500, 3 տարի հետո՝ 500 և 4 տարի հետո՝ 700 միավոր:
4. Անհատը դիտարկում է գույքի գնման երկու առաջարկ: Առաջինում նա պետք է վճարի 40 000 միավոր հիմա և ևս 40 000 երկու տարի անց: Երկրորդ դեպքում՝ 28 750 հիմա, 23 750՝ 1 տարի անց և 27 500՝ երկու տարի անց: Անհատը նկատում է, որ երկու առաջարկն էլ համարժեք են: Գտնել այն տոկոսադրույքը, որոնց դեպքում առաջարկները կլինեն համարժեք:
5. Անհատը պետք է վճարի 3-րդ տարվա վերջում 400 միավոր, իսկ 8-րդ տարվա վերջում՝ 700 միավոր: Սակայն

նա վճարում է 4-րդ տարվա վերջում՝  $X$ , իսկ 6-րդ տարվա վերջում՝  $2X$ : Գտնել  $X$ -ը, եթե  $i = 0.14$ :

6. Գնորդին առաջարկվում է ապրանքի գնի մարման երկու տարբերակ: Առաջին դեպքում գնման պահին վճարվում է 150 միավոր, 1 տարի հետո՝ 200, 2 տարի հետո՝ 250: Երկրորդ դեպքում գնման պահին վճարվում է 87 միավոր, 1 տարի հետո՝ 425 միավոր, 2 տարի հետո՝ 50: Ի՞նչ տոկոսադրույքի դեպքում առաջին տարբերակը նախընտրելի կլինի երկրորդից:
7. Անհատը պետք է կատարի վճարումներ՝ 3000 միավոր գումար, անմիջապես երկու տարի հետո՝ 4000, իսկ չորս տարի հետո՝ 5000 միավոր գումար: Որպեսզի անհատը ունակ լինի կատարել վճարումները, վերջինս ներդնում է 1200 միավոր ավանդ: Առաջին վճարումից քանի՞ տարի առաջ նա պետք է կատարի ներդրումը, եթե տարեկան բարդ տոկոսադրույքը 18% է:
8. Հաշվել 100 միավոր տարեկան վճարվող, 5 տարի ժամկետով, 9% տոկոսադրույքով անուիտետի ներկա արժեքը, եթե վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում (postnumerando), և ապագա արժեքը, եթե վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա սկզբում (prenumerando):
9. Հաշվել 150 միավոր ներդրումով, 4 տարի ժամկետով, 8% տոկոսադրույքով անուիտետի ներկա և ապագա արժեքները, եթե վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում (postnumerando):

10. Անհատը 7 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա սկզբում (prenumerando) կատարել է 200 միավոր վճարումներ: Հաշվել այս վճարումների ապագա արժեքը, եթե տարեկան արդյունավետ զեղչադրույքը 0.04 է:
11. Հայրը ցանկանում է 10 տարի հետո որդու կրթության համար կուտակել 100 000 գումար: Կրթության հիմնադրամը պահանջում է յուրաքանչյուր տարվա վերջում կատարել տարեկան հավասարաչափ ներդրում: 7.5% տոկոսադրույքի դեպքում ի՞նչ ներդրում պետք է կատարի հայրը թիրախային գումարին հասնելու համար:
12. Անհատը 55 տարեկանից սկսած 10 տարի յուրաքանչյուր տարվա սկզբում կատարում է վճարումներ կենսաթոշակային ֆոնդին 65 տարեկանից սկսած 15 տարի յուրաքանչյուր տարվա վերջում 7000 միավոր կենսաթոշակ ստանալու ակնկալիքով: 5% տոկոսադրույքի դեպքում հաշվարկել կենսաթոշակային ֆոնդին վճարվող գումարի չափը:
13. Անհատը 30 տարեկան է: Նա ցանկանում է կուտակել գումար իր ծերության համար: 35 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում կուտակում է 1500 միավոր գումար, որից հետո, հաջորդ 15 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում ստանում է ֆիքսված գումար: Հաշվել յուրաքանչյուր տարվա վերջում ստացած գումարը, եթե առաջին 30 տարվա ընթացքում տոկոսադրույքը 12% տոկոս է, այնուհետև՝ 11%:
14. Անհատը 5-րդ տարվանից սկսած 20 տարի ժամկետով յուրաքանչյուր տարվա վերջում կատարում է 500 միավոր գումարի ներդրում: Տարեկան տոկոսադրույքը 8.5% է:

ա) Որքա՞ն է կազմում անուիտետի կուտակված գումարը  $t = 25$  պահին:

բ) Որքա՞ն է կազմում անուիտետի ներկա արժեքը  $t = 0$  պահին:

15. Կազմակերպությունը 7 տարիների ընթացքում յուրաքանչ-յուր տարվա սկիզբում (prenumerando) կատարել է 200 միավոր տարեկան կենսաթոշակային վճարումներ: Գտնել այս վճարումների կուտակված արժեքը  $t = 10$  պահին, եթե տարեկան արդյունավետ զեղչադրույքը 0.04 է:
16. Տրված է  $\ddot{a}_n = 7.0296$  և  $(\ddot{a}_{2n}) = 10.9346$ : Հաշվել տոկոսադրույքը և  $n$ -ը:
17. 4% տոկոսադրույքի համար հաշվել  $5|a_{32}, \ddot{a}_{62}, a_{62}, 12|\ddot{a}_{50}, s_{62}, \ddot{s}_{61}$  արժեքները:
18. Դիտարկենք 25 տարի ժամկետով անուիտետ: Առաջին տասը տարին, յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարվում է 500 միավոր, իսկ հաջորդ տարիներին՝ յուրաքանչյուր տարվա վերջում 300 միավոր: Գտնել անուիտետի արժեքը առաջին վճարումից երեք տարի առաջ, եթե  $i = 0,08$ :
19. Անհատը ունի 2 տարի ժամկետով, տարեկան  $i^{(2)} = 0.12$  տոկոսադրույքով 60 000 միավոր գումարի հիփոթեքային վարկ: Գտնել ամսական վճարվող գումարի չափը, հաշվի առնելով, որ վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր ամսվա վերջում:
20. Դիցուք՝ ունենք 10 տարի ժամկետով անուիտետ, որի տարեկան տոկոսադրույքը 8% է (փոխարկելի): Գտնել անուիտետի արժեքը 10-րդ տարվա վերջում, եթե յուրաքանչյուր եռամսյակի վերջում վճարվում է 100 միավոր գումար:

21. Անհատը պարտք է վերցնում որոշակի գումար և պարտավորվում է մարել հետևյալ կերպ. առաջին 10 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարում է 300 միավոր գումար, հաջորդ 5 տարիների վերջում՝ 400 միավոր գումար, իսկ հետագա 3 տարիների վերջում՝ 500 միավոր գումար: Հաշվել պարտք վերցրած գումարի չափը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 24% է:
22. Անհատը բանկային քարտի սպասարկման համար 5 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում պետք է վճարի 3100 միավոր գումար: Որքա՞ն գումար է անհրաժեշտ ժամկետի սկզբում, վճարումները կատարելու համար, եթե  $i = 0.06$ :
23. Կազմակերպությունը 3-րդից 7-րդ տարիների ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում կատարում է 300 միավոր տարեկան վճարումներ: Գտնել այս վճարումների կուտակված արժեքը 10-րդ տարվա վերջում, եթե տարեկան արդյունավետ զեղչադրույքը 0.04 է:
24. Տարեկան 10% (փոխարկելի) տոկոսադրույքի դեպքում հաշվել 36 անգամ 100 միավոր յուրաքանչյուր ամսվա վերջին վճարվող գումարների ներկա արժեքը:
25. Անհատը վերցրել է պարտք 1000 միավոր և պետք է մարի ամսական վճարումներով՝ 2 տարում (postnumerando): Որքա՞ն կկազմի յուրաքանչյուր ամսվա վերջում վճարվող գումարի չափը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 24% է (փոխարկելի):
26. Դիցուք՝ ունենք 10 տարի ժամկետով անուիտետ, որի ամսական վճարումներն են 500 միավոր: 6% տոկոսադրույքի

դեպքում (փոխարկելի եռամսյակայինի) հաշվել կուտակված գումարի չափը, եթե վճարումը կատարվում է յուրաքանչյուր ամսվա վերջում:

27. Անհատը պարտք է վերցնում որոշակի գումար և պարտավորվում է մարել հետևյալ կերպ. առաջին 5 տարում՝ յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարելով 100 միավոր, հաջորդ 3 տարիների վերջում՝ 200 միավոր, և հետագա 2 տարիների վերջում՝ 400 միավոր: Հաշվել պարտք վերցված գումարի չափը, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 2% է:
28. Գտնել անվերջ վճարվող անուիտետի ներկա գումարը, եթե վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա սկզբին 300 միավոր գումարի չափով, իսկ տարեկան տոկոսադրույքը 3% է:
29. Գտնել 5 տարվա ընթացքում 300 միավոր տարեկան վճարումների ներկա արժեքը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 2% է, իսկ կուտակումը՝ անընդհատ:
30. Դիցուք՝ ունենք 300 միավոր գումարի անվերջ վճարվող անուիտետ (վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր ամսվա վերջում): Գտնել անուիտետի ներկա գումարը, եթե ամսական տոկոսադրույքը 15% է:
31. Հաշվել տարեկան 6000 միավոր գումարի վճարումներով անընդհատ հաշվեգրվող անուիտետի արժեքը 10 տարի հետո, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 6% է:
32. Գործատուն պետք է 5 տարվա ընթացքում կատարի 1000 միավոր տարեկան վճարումներ: Այդ նպատակով նվազագույնը որքա՞ն գումար պետք է ունենա գործատուն այսօր, եթե անընդհատ տոկոսադրույքը 0.02 է:

33. Անհատը պարտք է վերցրել 200 000 միավոր գումար և այն պետք է մարի ամսական վճարումներով՝ 10 տարվա ընթացքում: Գտնել յուրաքանչյուր ամսվա վերջում վճարվող ամսավճարը, եթե  $i = 0.18$  (փոխարկելի):
34. Տարեկան 10% (փոխարկելի) տոկոսադրույքի դեպքում հաշվել 01.01.2025. –ից սկսած՝ 41 անգամ յուրաքանչյուր ամսվա վերջում 100 միավոր վճարվող գումարների ներկա արժեքը 01.06.2024 թ.-ի դրությամբ:
35. Հաշվել տարեկան վճարվող անուիտետի ներկա արժեքը, եթե առաջին 6 տարվա համար վճարվում է տարեկան 1000 միավոր գումար, որից հետո, հաջորդ 4 տարվա համար՝ 400 միավոր գումար (վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա սկզբում), իսկ 10-րդ տարվա վերջում՝ միանվագ 2000 միավոր գումար: Տարեկան վճարվող տոկոսադրույքը 12% է:
36. Հաշվարկվել է, որ ներդրումային ֆոնդը իր ներդրողներին պետք է կատարի 40 000 միավոր գումարի չափով վճարումներ սկսած  $t = 5$  պահից, որոնք շարունակվելու են մինչև  $t = 34$  պահը ներառյալ: Որքա՞ն է կազմում ներդրողներին վճարվող գումարների ներկա արժեքը  $t = 0$  պահին, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 10% է:
37. Հաշվել 300 միավոր գումարի յուրաքանչյուր ամսվա վերջում անժամկետ վճարվող անուիտետի ներկա արժեքը, եթե տարեկան փոխարկելի տոկոսադրույքը 6% է:
38. Հաշվել յուրաքանչյուր տարվա վերջում 10 000 միավոր վճարումների ներկա արժեքը, եթե վճարումները կատարվում են անժամկետ: Տարեկան զեղչադրույքը 8% է:



39. Անհատը  $t = 21$  պահից մինչ  $t = 65$  պահը իր կենսաթոշակային ֆոնդին վճարում է 2000-ական միավոր գումար: 65 տարեկանը լրանալուն պես յուրաքանչյուր տարվա վերջում ստանում է  $X$  միավոր գումար: Գտնել  $X$ -ը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 11% է:
40. Դիցուք՝ անուիտետի վճարումները կատարվում են հետևյալ կերպ. առաջին տասը տարին յուրաքանչյուր տարվա վերջում, իսկ այնուհետև՝ անժամկետ: Գտնել անուիտետի ներկա արժեքը, եթե յուրաքանչյուր վճարման չափը 150 միավոր է, իսկ տոկոսադրույքը՝ 13%:
41. Հաշվել 0 պահին գումարների ներկա արժեքը, եթե 0 պահին կատարվում է 50 միավոր վճարում, 1-ին պահին՝ 60, 2-րդ պահին՝ 70 և այդպես շարունակ: Վերջին վճարումը կատարվում է 10-րդ պահին, իսկ տարեկան էֆեկտիվ տոկոսադրույքը 4.2% է:
42. Հաշվել 20 տարի նախապես վճարվող անուիտետի ներկա արժեքը, եթե 1-ին տարում վճարվում է 500 միավոր, 2-րդ տարում՝ 550 միավոր, 3-րդ տարում՝ 600 միավոր և այդպես շարունակ: Առաջին 12 տարվա համար տարեկան արդյունավետ բարդ տոկոսադրույքը 5% է, իսկ հաջորդ տարիների համար՝ 7%:
43. Դիցուք՝ 20 տարի ժամկետով վարկը կազմում է 25 000 միավոր գումար, վարկի մարման վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում: Առաջին հինգ տարիների վերջում՝  $x$  գումար, երկրորդ հինգ տարիների վերջում՝  $2x$ , երրորդ հինգ տարիների վերջում՝  $3x$ , իսկ վերջին հինգ տարիների վերջում՝  $4x$ : Գտնել  $x$ , եթե  $i = 0.12$ :

44. Դիցուք՝ վարկի մայր գումարը 4300 միավոր է: Վարկը մարվում է անուիտետային վճարումներով, 4 տարվա ընթացքում, յուրաքանչյուր տարվա վերջում 2000 միավոր վճարումներով: Գտնել արդյունավետ տոկոսադրույքը:
45. Դիցուք՝ վարկի մայր գումարը 50 000 միավոր է: Վճարումները կատարվում են 10 տարվա ընթացքում, յուրաքանչյուր 6 ամիսը մեկ (postnumerando), 13% տարեկան փոխարկելի տոկոսադրույքով: Գտնել մայր գումարի մնացորդը 6-րդ տարվա վերջում:
46. Դիցուք՝ վարկը մարվում է յուրաքանչյուր տարվա վերջում. առաջին հինգ տարվա վերջում՝ 300 միավոր, հաջորդ 8 տարիների վերջում՝ 400 միավոր, վերջին յոթ տարիների վերջում՝ 600 միավոր: Գտնել վարկի մնացորդը անմիջապես 10-րդ վճարումից հետո, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 14% է:
47. Անհատը պետք է 20 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարի 1000 միավոր գումար: Որպեսզի վճարման ժամանակահատվածը 2 տարով կրճատվի, անհատը չորրորդ տարվա վերջում վճարում է հավելյալ 2000 միավոր: Գտնել վերանայված վարկի տարեկան վճարումները, եթե  $i = 0.12$ :
48. Հիփոթեքային վարկի գումարը կազմում է 90 000 միավոր, որի մարման ժամկետը 25 տարի է: Վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր ամսվա վճարում: Գտնել առաջին վճարման մայր գումարը և տոկոսագումարը, 11.5% կիսամյակային տոկոսադրույքի դեպքում (փոխարկելի):

49. Անհատը վերցրել է 1000 միավոր գումարի վարկ 20 տարի ժամկետով: Վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում 5% տոկոսադրույքով: Գտե՛ք 11-րդ վճարման տոկոսի չափը:
50. Անհատը մեքենա գնելու համար վերցնում է 200 000 միավոր գումարի վարկ: Վարկը պետք է մարվի 5 տարվա ընթացքում: Վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր ամսվա վերջում: Գտնել ամսական վճարումների չափը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 6% է (փոխարկելի):
51. Դիցուք՝ վարկի մայր գումարը կազմում է 2000 միավոր գումար: Վարկը վճարվում է անուիտետային վճարումներով յուրաքանչյուր տարվա վերջում: 11-րդ վճարումից հետո վարկի մայր գումարի մնացորդը կազմում է 400 միավոր գումար: Հաշվել տարեկան վճարումների չափը, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 8% է:
52. Անհատը վերցրել է 62 000 միավոր գումարի վարկ, որը պետք է մարի 5 տարվա ընթացքում: Գտնել, թե ընդհանուր որքան գումար է վճարել բանկին, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 24% է, վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում, իսկ բանկին վճարված սպասարկման վարձն ընդհանուր կազմում է 5000 միավոր:
53. Դիցուք՝ անհատը վերցրել է վարկ, որը պետք է մարի 6 տարիների ընթացքում՝ անուիտետային մարման սխեմայով: Գտնել վարկի մայր գումարը, եթե վարկի մնացորդը 2-րդ տարվա վերջում կազմել է 20 000 միավոր գումար, իսկ տարեկան տոկոսադրույքը 16%:

54. Դիցուք՝ անհատը բանկից վարկ է վերցրել, որը պետք է մարի 5 տարվա ընթացքում՝ կատարելով 5000-ական միավոր կիսամյակային վճարումներ: Գտնել վարկի մնացորդային բալանսը 6-րդ վճարումից անմիջապես հետո, եթե տարեկան տոկոսադրույքը 21% է (փոխարկելի):
55. Դիցուք՝ տրամադրվել է 8 տարի ժամկետով 2500 միավոր գումարի վարկ, որը պետք է մարվի տարեկան  $K$  միավոր վճարումներով անուիտետային սխեմայով: Գտնել  $K$ -ն և հաշվել վարկի մնացորդը 5-րդ վճարումից անմիջապես հետո, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 15% է:
56. Վարկը, որը տրամադրվել էր 12 տարով, մարվել է տարեկան 3000 միավոր վճարումներով: Գտնել վճարված գումարների ներկա արժեքը, եթե տոկոսադրույքը 12% է, և վարկի ամբողջ մարման ընթացքում բանկին վճարված սպասարկման վարձը ժամանակի 0 պահին կազմում է 14 000 միավոր:
57. Դիցուք՝ անհատը վերցրել է վարկ, որը պետք է մարի 3 տարիների ընթացքում՝ կատարելով ամսական հավասարաչափ վճարումներ, տարեկան 12% փոխարկելի տոկոսադրույքով: Գտնել վարկի մայր գումարը, եթե վարկի մնացորդը 2-րդ տարվա վերջում կազմել է 1000 միավոր:
58. Դիցուք՝ անհատը վերցրել է վարկ, որը պետք է մարվի 4 տարվա ընթացքում: Գտնել վարկի մնացորդը 2-րդ վճարումից անմիջապես հետո, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 6% է, իսկ յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարվող գումարը՝ 100 միավոր:

- 59.** Դիցուք՝ տրամադրվել է 500 000 միավոր գումարի վարկ 4 տարի ժամկետով, հավասարաչափ վճարումով մարման սխեմայով, որը պետք է մարվի տարեկան *C* միավոր վճարումներով: Գտնել *C*-ն և հաշվել վարկի մնացորդը 3-րդ տարվա վերջին, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 6% է:
- 60.** Անհատը ձևակերպում է 500 000 միավոր գումարի հիփոթեքային վարկ, որը պետք է մարվի 20 տարվա ընթացքում՝ ամսական վճարումներ, իսկ տարեկան փոխարկելի տոկոսադրույքը 4% է: 24-րդ մարումից անմիջապես հետո անհատը որոշում է վերաձևակերպել վարկը ավելի ցածր տոկոսադրույքով, որի դեպքում բանկին պետք է վճարի մնացորդային բալանսի 1.5%-ի չափով տուգանք: Գտնել տուգանքի չափը:
- 61.** Կազմել 6 տարի ժամկետով վարկի ամորտիզացիոն աղյուսակը, եթե վարկի մայր գումարը 5000 է, իսկ տարեկան տոկոսադրույքը՝ 6%:

Տարի	Վճարման չափ	Վճարված տոկոս	Վճարված մայր գումար	Վարկի մնացորդ
0				

- 62.** Դիցուք՝ տրամադրվել է 3 տարի ժամկետով, 10 000 միավոր գումարով վարկ: Հաշվել յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարման չափը, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 24% է:

- 63.** Դիցուք՝ տրամադրվել է 3 տարի ժամկետով, 10 000 միավոր գումարով վարկ: Հաշվել յուրաքանչյուր տարվա վերջում վճարված գումարի չափը, եթե տարեկան արդյունավետ տոկոսադրույքը 24% է. օգտագործել վարկի մարման դիֆերենցման սխեման:
- 64.** Դիցուք՝ անհատը վարկային կազմակերպությունից  $t = 0$  պահին վերցրել է վարկ 10 000 միավոր գումարի չափով, տարեկան 10% բարդ տոկոսադրույքով, բայց մարումը սկսելու է 5-րդ տարվանից՝ 10 տարի, յուրաքանչյուր տարվա վերջում: Գտնել տարեկան վճարումների չափը և վարկի մնացորդը 5-րդ վճարումից անմիջապես հետո:
- 65.** Կազմել 6 տարի ժամկետով վարկի մասնակի մարումներով ֆոնդի սխեման, եթե վարկի մայր գումարը 5000 է, իսկ տարեկան տոկոսադրույքը՝ 6%:

Տարի	Վճար-ման չափ	Վճարված տոկոս	Ֆոնդի դեպոզիտ	Ֆոնդի բալանս
1				

- 66.** 5 տարի ժամկետով 500 միավոր վարկը մարվում է 5 անուիտետային վճարումներով՝ օգտագործելով sinking fund (ՄՄՖ) մեթոդը: Հաշվել ամենամյա վճարումների չափը, եթե վարկի տոկոսադրույքը 6% է, իսկ ֆոնդինը՝ 4%: Գտնել տարեկան տոկոսադրույքը, եթե վճարումները կատարվեն անուիտետային սխեմայով:
- 67.** Դիցուք՝ ունենք 8 տարի ժամկետով մասնակի մարումների ֆոնդի սխեմայով վճարվող անուիտետ: Վճարումները կատարվում են յուրաքանչյուր տարվա վերջում 200 միավոր

գումարի չափով, 5% տոկոսադրույքով (և վարկի և ՄՄՖ-ի դեպքում): Հաշվել ամորտիզացիոն աղյուսակի 4-րդ վճարման տոկոսադրույքի մասը և ՄՄՖ-ի դեպքում՝ 5-րդ տարվա վերջում՝ տոկոսը:

- 68.** Անհատը բանկից վերցրել է 20 000 միավոր գումարի վարկ, 12 տարի ժամկետով, տարեկան 20% տոկոսադրույքով: 7-րդ վճարումը կատարելուց հետո բանկը որոշում է վարկի մնացորդը հաշվարկել տարեկան 18% տոկոսադրույքով: Հաշվել 8-ից 12 տարիների վճարումների չափը:

# Մաս 3

## Դրամական հոսքերի վերլուծություն

### Տեսական մաս

Այս բաժնում կքննարկենք պարզապես ԴՀ-երով նկարագրվող նախագծերը, առանց ենթադրելու, թե դրանք կուտակում են ինչ-որ եղանակով:

Կհամարենք.

- Դեպի նախագիծ գումարի արտահոսք կամ նախագծից գումարի ներհոսք տեղի ունի միայն  $k = 0, 1, \dots, n$  պահերին:
- $k$  պահին նախագծում ներդրումը (ծախս, արտահոսք, outflow)  $A_k$  է,  $A_k \geq 0$ :
- $k$  պահին նախագծից ստացված հասույթը (եկամուտ, ներհոսք, inflow)  $B_k$  է,  $B_k \geq 0$ :
- $C_k = B_k - A_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ :
- $(C_k, k)$  զույգերի բազմությունը կանվանենք նախագծի

#### **Չուր դրամական հոսք (Net Cash Flow)**

$$\mathcal{NCF} = \{(C_k, k): k = 0, 1, \dots, n\}:$$



### **Ջուտ ներկա արժեք**

**Սահմանում:**  $ՋԴՀ = \{(C_k, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$  նախագծի *զույգ ներկա արժեք* (Net Present Value, NPV)՝ հաշված  $i\%$  տարեկան բարդ տոկոսադրույքով, կանվանենք

$NPV(i) = C_0 + C_1 \cdot v + C_2 \cdot v^2 + C_3 \cdot v^3 + \dots + C_n \cdot v^n = \sum_{k=0}^n C_k \cdot v^k$ ,  
որտեղ՝  $v = \frac{1}{1+i}$ :

### **Նախագծի եկամտաբերության ներքին նորմ**

**Սահմանում:**  $ՋԴՀ = \{(Ck, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$  նկարագրվող նախագծի *եկամտաբերության ներքին նորմ* (Internal Rate of Return, IRR, Effective Interest Rate, Yield Rate, Yield to Redemption) կանվանենք այն  $i$  բարդ տարեկան տոկոսադրույքը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.

- $i > -1$ ,
- $NPV(i) = 0$ :

Այս  $i$ -ն կնշանակենք IRR-ով:

### **Հետգնման ժամանակահատված**

**Սահմանում:**  $ՋԴՀ = \{(Ck, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$  նախագծի *հետգնման ժամանակահատված* (Payback Period) անվանվում է հետևյալ թիվը՝  $PP = \min\{k : \sum_{i=0}^k C_i \geq 0\}$ , եթե  $\{k : \sum_{i=0}^k C_i \geq 0\} \neq \emptyset$ : Եթե  $\{k : \sum_{i=0}^k C_i \geq 0\} = \emptyset$ , ապա կհամարենք, որ PP գոյություն չունի:

**Դիսկոնտավորված հետզնման ժամանակահատված**

Սահմանում:  $ԶԴՀ = \{(Ck, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$  նախագծի դիսկոնտավորված հետզնման ժամանակահատված (Discounted Payback Period) անվանվում է հետևյալ թիվը՝  $DPP = \min\{k : \sum_{i=0}^k C_i v^i \geq 0\}$ , եթե  $\{k : \sum_{i=0}^k C_i v^i \geq 0\} \neq \emptyset$ , եթե  $\{k : \sum_{i=0}^k C_i v^i \geq 0\} = \emptyset$ , ապա կհամարենք, որ DPP գոյություն չունի:

**Շահութաբերության ինդեքս**

Սահմանում:  $ԶԴՀ = \{(Ck, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$  նախագծի շահութաբերության ինդեքս (Profitability Index) անվանվում է հետևյալ թիվը՝

$$PI = \frac{PV(\text{Եկամուտներ})}{PV(\text{Ծախսեր})} = \frac{\sum_{k=0}^n B_k v^k}{\sum_{k=0}^n A_k v^k}$$

**ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՆԱԽԱԳԾԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ  
(INVESTMENT PROJECT APPRAISAL (CAPITAL BUDGETING))**

Դիտարկենք երկու խնդիրներ.

**Խնդիր 1**

Ունենք ներդրումային նախագիծ՝

$$ԶԴՀ = \{(C_k, k) : k = 0, 1, \dots, n\}$$

Պարզել՝ ընդունելի՞ է այս նախագիծը, թե՞ ոչ:

**Խնդիր 2**

Ունենք երկու ներդրումային նախագծեր՝ տրված

$$A = \{(C_k^A, k) : k = 0, 1, \dots, n\}, B = \{(C_k^B, k) : k = 0, 1, \dots, m\}$$

գուտ դրամական հոսքերով: Պարզել՝ ո՞ր նախագիծն է գերադասելի:

### **NPV մեթոդ**

#### **Խնդիր 1**

Եթե  $NPV(i) > 0$ , ապա ընդունել նախագիծը: Եթե  $NPV(i) < 0$ , ապա մերժել նախագիծը:

Եթե  $NPV(i) = 0$ , ապա կարելի է թե՛ ընդունել ու թե՛ մերժել նախագիծը (մասնավորապես, կարելի է հաշվի առնել այլ գործոններ, այլ մեթոդներ):

#### **Խնդիր 2**

Եթե  $NPVA(i) > NPVB(i)$ , ապա A-ն գերադասելի է B-ից:

Եթե  $NPVA(i) = NPVB(i)$ , ապա A-ն և B-ն համարժեք են (NPV իմաստով):

### **IRR մեթոդ**

Կենթադրենք, թե միայն մեկ IRR ունեն նախագծերը:

#### **Խնդիր 1**

Եթե  $IRR > i$ , ապա ընդունել նախագիծը:

Եթե  $IRR < i$ , ապա մերժել նախագիծը:

Եթե  $IRR = i$ , ապա կարելի է թե՛ ընդունել ու թե՛ մերժել նախագիծը (մասնավորապես, կարելի է հաշվի առնել այլ գործոններ, այլ մեթոդներ):

#### **Խնդիր 2**

Եթե  $IRR_A > IRR_B$ , ապա A-ն գերադասելի է B-ից:

Եթե  $IRR_A = IRR_B$ , ապա A-ն և B-ն համարժեք են (IRR իմաստով):

## **PP մեթոդ**

### **Խնդիր 1**

Եթե գոյություն ունի  $PP$ , ապա ընդունել նախագիծը:

Եթե  $PP$  գոյություն չունի, ապա մերժել նախագիծը:

### **Խնդիր 2**

Եթե  $PP_A < PP_B$ , ապա  $A$ -ն գերադասելի է  $B$ -ից: Եթե  $PP_A = PP_B$ , ապա  $A$  – ն և  $B$ -ն համարժեք են ( $PP$  իմաստով):

## **DPP մեթոդ**

### **Խնդիր 1**

Եթե գոյություն ունի  $DPP$ , ապա ընդունել նախագիծը:

Եթե  $DPP$  գոյություն չունի, ապա մերժել նախագիծը:

### **Խնդիր 2**

Եթե  $DPPA < DPPB$ , ապա  $A$ -ն գերադասելի է  $B$ -ից:

Եթե  $DPPA = DPPB$ , ապա  $A$ -ն և  $B$ -ն համարժեք են ( $DPP$  իմաստով):

## **PI մեթոդ**

### **Խնդիր 1**

Եթե  $PI > 1$ , ապա ընդունել նախագիծը:

Եթե  $PI < 1$  ապա մերժել նախագիծը:

Եթե  $PI = 1$ , ապա կարելի է թե՛ ընդունել ու թե՛ մերժել նախագիծը (մասնավորապես, կարելի է հաշվի առնել այլ գործոններ, այլ մեթոդներ):

### **Խնդիր 2**

Եթե  $PIA > PIB$ , ապա  $A$ -ն գերադասելի է  $B$ -ից:

Եթե  $PIA = PIB$ , ապա  $A$ -ն և  $B$ -ն համարժեք են ( $PI$  իմաստով):

**ՖՈՆԴԵՐԻ ԵԿԱՄՏԱԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԸ**

**Դրամով կշռված եկամտաբերություն**

Ենթադրենք, թե ֆոնդի տարեկան եկամտաբերությունը  $i$  բարդ տոկոս է:  $A(\beta)$ -ն ստացվել է  $A(\alpha)$ -ից և ՋԴՀ-ից: Այս դեպքում գումարների բերված արժեքը  $\beta$  պահին  $i$  տոկոսադրույքով պետք է լինի հենց  $A(\beta)$ -ն: Մաթեմատիկորեն՝

$$A(\beta) = A(\alpha) \cdot (1 + i)^{\beta - \alpha} + C_{t_1} \cdot (1 + i)^{\beta - t_1} + \dots + C_{t_n} \cdot (1 + i)^{\beta - t_n}:$$

Այստեղ անհայտը  $i$ -ն է: Լուծելով այս հավասարումը  $i$ -ի նկատմամբ՝ կգտնենք տարեկան եկամտաբերությունը, որը հենց կոչվում է *դրամով կշռված եկամտաբերություն* (Money Weighted Rate of Return) և նշանակվում է  $i = MWRR$ :

**Ժամանակով կշռված եկամտաբերություն**

$$i_{[\alpha, \beta]} = \frac{A(t_1)}{A(\alpha)} \cdot \frac{A(t_2)}{A(t_1) + C_{t_1}} \cdot \frac{A(t_3)}{A(t_2) + C_{t_2}} \cdot \dots \cdot \frac{A(\beta)}{A(t_n) + C_{t_n}} - 1$$

կոչվում է  $[\alpha, \beta]$  ժամանակահատվածում ֆոնդի *ժամանակով կշռված եկամտաբերություն*, և նշանակվում է՝  $TWRR$ :

## Խնդիրներ

1. Անհատը ցանկանում է կատարել 10 000 գումարի ներդրում: Ներդրումային ֆոնդի կառավարիչը առաջարկում է հետևյալ մոտեցումը.

Տարի	0	1	2	3	4
Դրամական հոսք	-10 000	+3 500	+4 500	+2 500	+5 000

Գտնել ներդրման զուտ ներկա արժեքը, եթե տոկոսադրույքը 12% է: Գտնել այն հավասարումը, որի միջոցով հնարավոր է գտնել *IRR* արժեքը:

2. Դիցուք՝ ներդրումային նախագիծը նկարագրվում է հետևյալ աղյուսակով.

Տարի	0	1	2	3
Ծախս	110	20	0	20
Շահույթ	0	70	70	40

Գտնել ներդրումային նախագծի զուտ ներկա արժեքը  $i = 0.12$  և  $i = 0.2$  տարեկան տոկոսադրույքների դեպքում: Գտնել նախագծի եկամտաբերության ներքին նորմը:

3. Անհատը պետք է ներդնի 1000 միավոր գումար Ա կամ Բ ներդրումային նախագծերից որևիցե մեկում: Ա նախագիծը չորս տարի ժամկետով՝ յուրաքանչյուր տարվա վերջում ապահովում է 200 միավոր գումարի ներհոսք, իսկ Բ նախագիծը՝ երկու տարի ժամկետով, տարեկան 300 միավոր: Գտնել այն տոկոսադրույքը, որի դեպքում Ա և Բ ներդրումային նախագծերը կլինեն համարժեք ըստ զուտ ներկա արժեքի:

4. Դիցուք՝ կատարում են 1000 միավոր գումար սկզբնական ներդրում 2 տարի ժամկետով: 1 տարի հետո ներդրումային նախագծից ելքագրում են 2230 միավոր գումար, իսկ նախագծի ժամկետի վերջում նորից ներդրվում է 1242 միավոր գումար: Հաշվել NPV-ն (նախագծի տեսանկյունից) և պարզել արդյո՞ք այս նախագիծը ընդունելի է, եթե տոկոսադրույքը 6% է:
5. Դիցուք՝ ունենք Ա և Բ ներդրումային նախագծեր: Ա նախագիծ՝  $NCF = \{(-1; 1), (1.1; 2)\}$ ; Բ նախագիծ՝  $NCF = \{(-1; 1), (1.1; 2), (0.1; 3)\}$ : Նշված ներդրումային նախագծերից ո՞րն է ավելի նախընտրելի ըստ  $NPV, IRR, PP$  մեթոդների, եթե տոկոսադրույք 0.1 է:
6. Դիցուք՝ 5-ամյա վարձակալության համար անհատը վճարում է 5 մլն միավոր գումար: Անհատը յուրաքանչյուր տարվա վերջում կստանա 1.2 մլն միավոր գումար եկամուտ: Հաշվել ներդրման  $IRR$ -ը:
7. Դիցուք՝ 100 միավոր գումարի ծախսից մեկ տարի հետո կստանաք 20 միավոր գումարի եկամուտ, իսկ 2 տարի հետո՝ 90 միավոր գումարը: Հաշվել ներդրման  $IRR$ :
8. Դիցուք՝ ունենք Ա և Բ ներդրումային նախագծեր: 100 000 միավոր գումար Ա ներդրումային նախագծում ներդնելու դեպքում հինգերորդ տարվա վերջում կստանանք 140 000 միավոր գումարի եկամուտ, իսկ Բ ներդրումային նախագծում ներդնելու դեպքում յուրաքանչյուր հաջորդող երեք տարիների վերջում կստանաք 38 850 միավոր գումարի եկամուտ: Այս նախագծերից ո՞րն է ավելի գերադասելի ըստ  $IRR$ -ի և ինչո՞ւ:

9. Ներդրողը 2 324 միավոր գումար սկզբնական ներդրում կատարելու դեպքում 6 տարվա ընթացքում յուրաքանչյուր տարի ակնկալում է ստանալ 600 միավոր գումար: Հաշվել ներդրման *DPP*-ն, եթե տոկոսադրույքը 11% է:
10. 10 000 միավոր գումար սկզբնական ներդրում կատարելու դեպքում ներդրողը առաջին տարվա վերջում կստանա 3500 միավոր, 2-րդ տարվա վերջում՝ 5000 միավոր, իսկ հաջորդող յուրաքանչյուր տարվա վերջում՝ 1500 միավոր: Հաշվել *PP1*-ը և համեմատել այս ներդրումը 2-րդ ներդրման հետ, եթե  $PP2 = 4$ :
11. *C* ընկերությունը ցանկանում է իրականացնել 50 միլիոն արժողությամբ ծրագիր, որից ակնկալում է ստանալ եկամուտ, որի ներկա արժեքը 65 միլիոն է: Հաշվել *PI* արժեքը:
12. Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որը պահանջում է 7500 միավոր սկզբնական ներդրում, իսկ հաջորդող 6 տարիներին ապահովում է 2000-ական միավոր: Հաշվել *PI* արժեքը, եթե պահանջվող եկամտաբերության դրույքը 10% է:
13. Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որը նկարագրվում է ստորև աղյուսակով.

Տարի	0	1	2	3
Ծախս	100	30	10	0
Եկամուտ	0	80	70	60

Գտնել ներդրումային նախագծի շահութաբերության ինդեքսը 12% և 20% տոկոսադրույքների դեպքում:

14. Դիցուք՝ ունենք Ա և Բ ներդրումային նախագծեր: Ա ներդրումային նախագծում 100 միավոր սկզբնական ներդրում կատարելու դեպքում հաջորդող յուրաքանչյուր 3 տարվա



վերջում ստանում ենք 50 միավոր եկամուտ: Բ ներդրումային նախագիծը նկարագրվում է ստորև աղյուսակով.

Տարի	0	1	2	3
Ծախս	20	30	10	30
Եկամուտ	0	80	70	60

Հաշվել Ա և Բ ներդրումային նախագծերի շահույթաբերության ինդեքսը, եթե երկու ներդրումային նախագծերի համար եկամտաբերության դրույքը 10% է:

15. Դիցուք՝ ստորև աղյուսակով նկարագրված են ֆոնդի արժեքները և դրամական հոսքերը 2 տարվա համար.

Ամսաթիվ	01.07.22	01.07.23	01.07.24
Ֆոնդի արժեք	150000	175000	225000
Դրամ. հոսք		30000	40000

Հաշվել ֆոնդի՝ ժամանակով և դրամով կշռված տարեկան եկամտաբերությունը, եթե ֆոնդի արժեքը 01.07.2025-ին կազմում է 280 000 միավոր:

16. Հունվարի 1-ին ֆոնդի արժեքը կազմել է 100 000 միավոր գումար: Մայիսի 1-ին այն դարձել է 120 000 միավոր, և անմիջապես կատարվել է ներդրում 30 000 միավոր գումարի չափով: Նոյեմբերի 1-ին ֆոնդի արժեքը նվազել է մինչև 130 000 միավոր, և ներդրվել է 50 000 միավոր: Հաջորդ տարվա հունվարի 1-ին ֆոնդի արժեքը կրկին 100 000 միավոր էր: Հաշվել ժամանակով կշռված եկամտաբերությունը:

17. Դիցուք՝ գնահատում ենք Ա ֆոնդի եկամտաբերությունը որոշակի ժամանակահատվածում, որը բաժանված է երեք մասերի: Առաջին մասում ֆոնդի եկամտաբերությունը 11% է, երկրորդում՝ 8%, երրորդում՝ 14%: Հաշվել ֆոնդի՝ ժամա-

նակով կշռված եկամտաբերությունը ողջ ժամանակահատվածի համար:

- 18.** Դիցուք՝ անհրաժեշտ է պարզել ֆոնդի կառավարչի աշխատանքի արդյունավետությունը որոշակի ժամանակահատվածի համար: Հայտնի է, որ ֆոնդում այդ ժամանակահատվածի սկզբում եղել է 100 միավոր գումար: Որոշ ժամանակ հետո ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ ֆոնդում կուտակված գումարը 110 միավոր է, և անմիջապես դրանից հետո մուտք է արվել 30 միավոր գումար: Որոշ ժամանակ անց ֆոնդում կուտակված գումարը կազմել է 90 միավոր, և անմիջապես դրանից հետո ֆոնդից ելք է արվել 10 միավոր գումար: Ժամանակահատվածի վերջում ֆոնդում կուտակված գումարը կազմել է 110 միավոր: Հաշվել նշված ողջ ժամանակահատվածում ֆոնդի ժամանակով կշռված եկամտաբերությունը:
- 19.** Դիցուք՝ ժամանակի սկզբին ֆոնդի գումարը կազմել է 1000 միավոր, իսկ մեկ տարի անց՝ 2000 միավոր գումար, որից հետո ֆոնդում ներդրվել է  $X$  միավոր գումար: Եվս մեկ տարի անց ֆոնդի գումարը կազմել է 2500 միավոր: Գտնել  $X$ -ը, եթե ժամանակով կշռված եկամտաբերությունը 20% է:
- 20.** Դիցուք՝ ունենք ներդրումային նախագիծ, որը նկարագրվում է հետևյալ աղյուսակով.

Տարի	0	1	2	3	4	5
Դրամ. հոսք	-6400	2400	2600	1000	2000	-5000

Հաշվել հետգնման և դիսկոնտավորված հետգնման ժամանակահատվածները, եթե պահանջվող եկամտաբերությունը 8% է: Արդյո՞ք նախագիծը ընդունելի է:



# Մաս 4

## Պարտատոմսեր

### Տեսական մաս

**Պարտատոմսը (bond)** պայմանագիր է, որը հավաստում է պարտատոմսը թողարկողի (issuer) պարտավորությունները պարտատոմսը տիրապետողի (holder) նկատմամբ՝ պարտատոմսում ֆիքսված պայմաններով:

- F, Face Value, անվանական արժեք
- T, Maturity, մարման պահ
- C, Redemption Value, հետգնման արժեք – հիմնականում  
 $C = F$
- n, կուպոնների քանակ (եթե կուպոններ կան)
- r, coupon rate, կուպոնի տարեկան անվանական դրույք

Պարտատոմսի գինը 0 պահին կլինի՝

$$P = F \cdot r \cdot a_{n^{-}} + C \cdot v^n,$$

որտեղ՝

$$a_{n^{-}} = \frac{1-v^n}{i}, \quad v = \frac{1}{1+i}$$

- Եթե  $P > C$ , ապա ասում են, որ պարտատոմսը վաճառվում է պրեմիայով, և  $(P - C)$  մեծությունն անվանվում է պրեմիա:

- Եթե  $P < C$ , ապա ասում են, որ պարտատոմսը վաճառվում է դիսկոնտով, և  $(C - P)$  մեծությունն անվանվում է դիսկոնտ:
- Եթե  $P = C$ , ապա ասում են, որ պարտատոմսը վաճառվում է հետզնման/ անվանական արժեքով (at par):

### **Պարտատոմսի գինը կուպոնի վճարումից անմիջապես հետո**

Պարտատոմսի գինը  $k$ -րդ վճարումից անմիջապես հետո կլինի՝

$$P = F \cdot r \cdot a_{n-k} + C \cdot v^{n-k}$$

### **Պարտատոմսի գինը կուպոնների վճարման պահերի միջև**

Ենթադրենք, թե ուզում ենք հաշվել պարտատոմսի գինը  $k$  և  $k + 1$  կուպոնների միջև  $t \in (k, k + 1)$  պահին: Այսինքն, ուզում ենք հաշվել  $P_t$ -ն: Հաշվարկելու համար դիտարկենք այն ԴՀ-ը, որը մնացել է վճարելու.

$$w = \frac{t \text{ պահից մինչև հաջորդ կուպոնն ընկած օրերի քանակ}}{360}$$

Այս դեպքում՝

$$\begin{aligned} P_t &= Fr \cdot v^w + Fr \cdot v^{1+w} + \dots + Fr \cdot v^{n-(k+1)+w} + C \cdot v^{n-(k+1)+w} \\ &= v^w [Fr \cdot \ddot{a}_{n-k} + C \cdot v^{n-(k+1)}] \end{aligned}$$

- $P_t^{Dirty} = P_t = v^w [Fr \cdot \ddot{a}_{n-k} + C \cdot v^{n-(k+1)}]$
- $P_t^{Clean} = P_t^{Dirty} - AI$
- $AI = Fr(1 - w)$

### ՊԱՐՏԱՏՈՄՍԻ ԴՅՈՒՐԱՑԻԱ

Պարտատոմսի դյուրացիան (Մաքրլիի դյուրացիա, Macaulay Duration) պարտատոմսով որոշվող  $\Gamma$ -ի դյուրացիան է՝

$$D = \frac{1 \cdot Fr \cdot v + 2 \cdot Fr \cdot v^2 + \dots + n \cdot Fr \cdot v^n + n \cdot C \cdot v^n}{Fr \cdot v + Fr \cdot v^2 + \dots + Fr \cdot v^n + C \cdot v^n}$$

$$= \frac{Fr \cdot \sum_{k=1}^n k \cdot v^k + n \cdot C \cdot v^n}{P}$$

$D_M = MD = \frac{D}{1+i}$  անվանում են պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիա:

Պարտատոմսի գնի բացարձակ փոփոխություն՝

$$P(i + \Delta i) - P(i) \approx \$Dur \cdot \Delta i$$

Պարտատոմսի գնի տոկոսային փոփոխություն՝

$$\frac{P(i + \Delta i) - P(i)}{P(i)} \approx -D_M \cdot \Delta i$$

$$C(i) = (1 + i)^2 \frac{P''(i)}{P(i)}. \text{ և } C_M(i) = \frac{P''(i)}{P(i)}$$

Կոչվում է պարտատոմսի ուռուցիկություն և ձևափոխված ուռուցիկություն:

Այս դեպքում՝

$$\frac{P(i + \Delta i) - P(i)}{P(i)} \approx -D \frac{\Delta i}{1 + i} + \frac{1}{2} \cdot C(i) \cdot \left(\frac{\Delta i}{1 + i}\right)^2$$

և

$$\frac{P(i + \Delta i) - P(i)}{P(i)} \approx -D_M \Delta i + \frac{1}{2} \cdot C_M(i) (\Delta i)^2$$

**Պարտատոմսերի պայուսակի դյուրացիա**

Եթե պայուսակը բաղկացած է  $n$  պարտատոմսից,  $k$ -րդ ( $k = 1, \dots, n$ ) պարտատոմսի գինը 0 պահին  $P_k$  է, իսկ դյուրացիան՝  $D_k$ , և պարտատոմսերն ունեն միևնույն ՄՄԵ-ն՝  $i$ , ապա՝

ա. պայուսակի գինը 0 պահին կլինի՝

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n;$$

բ. պայուսակի դյուրացիան կլինի՝

$$D = \frac{P_1 \cdot D_1 + P_2 \cdot D_2 + \dots + P_n \cdot D_n}{P}.$$

## Խնդիրներ

1. 5 տարի մարման ժամկետով զեղչատոկոսային պարտատոմսի մինչև մարում եկամտաբերությունը 7% է, անվանական արժեքը՝ 1000: Գտնել պարտատոմսի գինը ներկա պահին:
2. 1000 անվանական արժեքով 1 տարի մարման ժամկետով զեղչատոկոսային պարտատոմսի գինը 909.09 է: Գտնել պարտատոմսի՝ մինչև մարում եկամտաբերությունը:
3. 1000 անվանական արժեքով 3 տարի մարման ժամկետով պարտատոմսը վճարում է 8% արժեկտրոն (վճարվում է կիսամյակային պարբերականությամբ), իսկ մինչև մարում եկամտաբերությունը 10% է: Հաշվել յուրաքանչյուր կիսամյակում ստացվելիք արժեկտրոնի չափը և պարտատոմսի գինը:
4. Պարտատոմսի անվանական արժեքը 100 միավոր է, մարման ժամկետը՝ 12 տարի, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 6%, իսկ վճարումը՝ կիսամյակային: Հաշվել պարտատոմսի գինը, եթե մինչև մարում եկամտաբերությունը տարեկան 12% է:
5. Հաշվել 1000 անվանական արժեքով կիսամյակային պարբերականությամբ արժեկտրոն վճարող պարտատոմսի գինը, եթե՝
  - ա) պարտատոմսի եկամտաբերությունը 6% է, արժեկտրոնը՝ 5%, իսկ մինչև մարում ժամկետայնությունը 7 տարի է;



բ) պարտատոմսի եկամտաբերությունը 6% է, արժեկտրոնը՝ 5%, իսկ մինչև մարում ժամկետայնությունը 3 տարի է:

գ) պարտատոմսի եկամտաբերությունը 4% է, արժեկտրոնը՝ 5%, իսկ մինչև մարում ժամկետայնությունը 7 տարի է;

դ) պարտատոմսի եկամտաբերությունը 6% է, արժեկտրոնը՝ 2%, իսկ մինչև մարում ժամկետայնությունը 7 տարի է:

6. Դիցուք՝ 5 տարի մարման ժամկետով պարտատոմսի անվանական արժեքը 1000 է, հետգնման արժեքը՝ 1100, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը 6% է, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, իսկ մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 4%: Պարզել՝ արդյո՞ք պարտատոմսը պրեմիումով է վաճառվում, թե՞ դիսկոնտով, և գտնել վերջինիս չափը:
7. Դիցուք՝ ունենք 2 տարի մարման ժամկետով պարտատոմս, որի անվանական արժեքը 1000 է, հետգնման արժեքը՝ 1500, արժեկտրոնային եկամտաբերությունը՝ 12%, արժեկտրոնների վճարումը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 24%: Որոշել՝ պարտատոմսը ձեռք է բերվել պրեմիումով, թե՞ դիսկոնտով:
8. Հաշվել պարտատոմսի հետգնման գինը, եթե պարտատոմսի մարման ժամկետը 10 տարի է, իսկ պարտատոմսի գինը 1100 միավոր է, անվանական արժեքը՝ 1000 միավոր, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 6%, վճարումը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 12%:
9. Դիցուք՝ ունենք 15/12/2022 թ.-ին թողարկված և 15/12/2025 թ.-ին մարվող պարտատոմս, որի անվանական արժեքը 100 000 միավոր է, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝

12%, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 8%, տոկոսադրույքների վճարման հաճախականությունը՝ եռամսյակային: Հաշվել պարտատոմսի գինը և որոշել՝ պարտատոմսը ձեռք է բերվել պրեմիումով, թե՞ դիսկոնտով:

10. Դիցուք՝ 4 տարի մարման ժամկետով պարտատոմսի անվանական արժեքը 1000 է, հետգնման արժեքը՝ 1200, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը 4% է, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, իսկ մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 2%: Պարզել՝ արդյո՞ք այս պարտատոմսը պրեմիումով է վաճառվում, թե՞ դիսկոնտով, և գտնել պրեմիումի/դիսկոնտի չափը:

11. Պարտատոմսի մարման ժամկետը 3 տարի է, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը 10% է, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ տարեկան 8%: Ընդունելով, որ պարտատոմսի անվանական արժեքը 1000 է, մարման արժեքը՝ հավասար անվանական արժեքին, իսկ արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային՝

ա) հաշվել պարտատոմսի գինը թողարկման պահին;

բ) պարզել՝ արդյո՞ք պարտատոմսը դիսկոնտով է թողարկված, թե՞ պրեմիումով, և գտնել դիսկոնտի/պրեմիումի չափը:

12. Ներդրողը 2017 թ. սեպտեմբերի 10-ին ձեռք է բերել 29/04/15 թ. թողարկված և 29/04/25թ. մարվող, 1000 ՀՀ դրամ անվանական արժեքով, 12% արժեկտրոնային տոկոսադրույքով պարտատոմս (արժեկտրոնների վճարման պարբերականությունը՝ կիսամյակային): Պարտատոմսի՝ մինչև մարում եկամտաբերությունը 6% է: Գտնել պարտա-

տոմսի կեղտոտ և մաքուր գները և կուտակված տոկոսը ներդրման պահին՝ օրերը հաշվելով՝

ա) *ACT/ACT* մեթոդով,

բ) 30/360 մեթոդով:

13. Հաշվարկել 10 000 ՀՀ դրամ անվանական արժեքով *AMGB30163472* ՀՀ պետական պարտատոմսի մաքուր գինը և կուտակված տոկոսը 02/10/2017 թ.-ին՝ ընդունելով արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 14%, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 12%, օրերի հաշվարկման մեթոդը՝ *ACT/ACT*:
14. Հաշվարկել 10 000 ՀՀ դրամ անվանական արժեքով 01.09.2028 թ.-ին թողարկված և 01.09.2029 թ.-ին մարվող պարտատոմսի մաքուր գինը և կուտակված տոկոսը 20/10/2028 թ.-ի դրությամբ (հաշվարկման մեթոդը *ACT/ACT*), եթե արժեկտրոնային եկամտաբերությունը 12% է, արժեկտրոնների վճարումը՝ ամսական, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 6%:
15. Ընկերությունը 20/10/2028 թ.-ին ձեռք է բերել 20 տարի ժամկետով պետական պարտատոմս (մարումը՝ 15/09/2046 թ.-ին): Պարտատոմսի անվանական արժեքը 10 000 միավոր է, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 6%, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 2%: Հաշվել պարտատոմսի կեղտոտ գինը և կուտակված տոկոսը ձեռքբերման պահին՝ օրերը հաշվարկելով *ACT/ACT* մեթոդով:

16. Ներդրողը ձեռք է բերել պարտատոմս հետևյալ պայմաններով՝ անվանական արժեքը՝ 1000 ՀՀ դրամ, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 8%, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 12%, թողարկման ամսաթիվը՝ 15/07/2017, մարման ամսաթիվը՝ 15/07/2020: Հաշվարկել պարտատոմսի մաքուր գինը և կուտակված տոկոսը 20/10/2018-ին՝ օրերը հաշվարկելով 30/360 մեթոդով:
17. Գտնել 100 հետգնման արժեքով, 3% մինչև մարում եկամտաբերությամբ երկտարանոց / երկու տարվա զեղչատոկոսային պարտատոմսի Մաքուլիի և ձևափոխված դյուրացիաները:
18. Գտնել 1000 հետգնման արժեքով, 4% մինչև մարում եկամտաբերությամբ 2-տարանոց զեղչատոկոսային պարտատոմսի Մաքուլիի և ձևափոխված դյուրացիաները:
19. Գտնել 1 տարի մարման ժամկետով, 1000 անվանական արժեքով, 8% կիսամյակային վճարվող արժեկտրոնային տոկոսադրույքով, 4% մինչև մարում եկամտաբերությամբ պարտատոմսի Մաքուլիի և ձևափոխված դյուրացիաները:
20. Ներդրողը ձեռք է բերել 4 տարի ժամկետով, 10 000 ՀՀ դրամ անվանական արժեքով, 8000 ՀՀ դրամ հետգնման արժեքով պարտատոմս, որի արժեկտրոնային տոկոսադրույքը 12% է (արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային), իսկ մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 8%: Գտնել պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան:

21. Հաշվել պարտատոմսի Մաքուլիի և ձևափոխված դյուրացիաները, եթե ունենք 10 000 անվանական արժեքով, 5000 հետգնման արժեքով, 2 տարի ժամկետով պարտատոմս, որի արժեկտրոնային տոկոսադրույք 12% է, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 8%, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ եռամսակային:
22. Գտնել պարտատոմսի դյուրացիան՝ օգտվելով մոտարկման բանաձևից, եթե պարտատոմսի գինը 104.05 է, տոկոսադրույքների 20 բազիսային կետով նվազման դեպքում գինը կդառանա 104.89, իսկ նույն չափով աճի դեպքում՝ 103.22:
23. Դիցուք՝ ունենք Ա և Բ պարտատոմսերից բաղկացած պորտֆել: Ա պարտատոմսի շուկայական արժեքը 5000 է, իսկ Բ պարտատոմսի շուկայական արժեքը՝ 4000: Համապատասխանաբար՝ 7.5 և 2.0 դյուրացիա, հաշվել պորտֆելի դյուրացիան:
24. Դիցուք՝ ունենք պայուսակ բաղկացած 2 արժեթղթից: Ա պարտատոմս՝  $F = C = 1000, r = 5\%, n = 2$ , արժեկտրոնների վճարումը՝ տարեկան, շուկայական արժեքը՝ 10 000: Բ պարտատոմս՝  $F = C = 2000, r = 8\%, n = 1$ , արժեկտրոնների վճարումը՝ եռամսակային, շուկայական արժեքը՝ 50000: Ներդրողը պահանջում է 6% եկամտաբերություն: Հաշվել Ա և Բ պարտատոմսերից բաղկացած պայուսակի դյուրացիան:
25. Ֆոնդի կառավարիչն ունի հետևյալ վավերապայմաններով երկու պարտատոմսի ընտրություն.

Պարտատոմս	$T$	$F$	$i$	$r$	$n$
Ա	2 տարի	500	4%	10%	Կիսամյակային
Բ	1 տարի	1000	8%	6%	Եռամսյակային

Ինչպե՞ս պետք է կառավարիչը կազմի Ա և Բ պարտատոմսերից 100 000 000 պայուսակ, որ պայուսակի դյուրացիան լինի 1,5 տարի:

26. Ներդրողն ունի հետևյալ երկու արժեթղթերից կազմված պայուսակ՝

Պարտատոմս	Շուկայական արժեք	Դյուրացիա
Ա	501 453	3.57
Բ	747 230	10.41

Հաշվել Ա և Բ պարտատոմսերից կազմված պայուսակի ժամկետայնությունը:

27. Գտնել ստորև աղյուսակում նշված պայմաններով 3 պարտատոմսերից բաղկացած պորտֆելի դյուրացիան.

Պարտատոմս	$T$	$F$	$i$	$r$	$n$
Ա	2 տարի	1200	6%	8%	Եռամսյակային
Բ	1 տարի	1100	6%	4%	Կիսամյակային
Գ	5 տարի	900	7%	7%	տարեկան

28. Գտնել ստորև աղյուսակում նշված պայմաններով 4 պարտատոմսերից բաղկացած պորտֆելի դյուրացիան.

Պարտատոմս	$T$	$F$	$i$	$r$	$n$
Ա	2 տարի	1500	6%	8%	Եռամսյակային
Բ	3 տարի	1000	6%	4%	Կիսամսյակային
Գ	5 տարի	900	7%	7%	տարեկան
Դ	1 տարի	1000	10%	0%	-

29. Գտնել ստորև աղյուսակում նշված պայմաններով 2 պարտատոմսերից բաղկացած պորտֆելի ժամկետայնությունը.

Պարտատոմս	$T$	$F$	$i$	$r$	$n$
Ա	4 տարի	50000	2%	6%	Տարեկան
Բ	1 տարի	1000	6%	4%	Եռամսյակային

30. Պարտատոմսի գինը 100 միավոր է, իսկ մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ տարեկան 4%: Գտնել պարտատոմսի Մաքուլիի դյուրացիան, եթե պարտատոմսի գնի ածանցյալն ըստ եկամտաբերության –500 է:
31. Պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան 6.67 է: Ի՞նչ տեղի կունենա պարտատոմսի գնի հետ (տոկոսային փոփոխություն), եթե շուկայական տոկոսադրույքը աճի 130 բազիսային կետով:
32. Պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան 5.53 է: Ի՞նչ տեղի կունենա պարտատոմսի գնի հետ (տոկոսային փոփոխություն), եթե շուկայական տոկոսադրույքը նվազի 230 բազիսային կետով:

- 33.** Պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան 4.37 է, ձևափոխված ուռուցիկությունը՝ 15: Ինչպե՞ս կփոխվի պարտատոմսի գինը (տոկոսային փոփոխություն), եթե շուկայական տոկոսադրույքը աճի 150 բազիսային կետով:
- 34.** Պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան և ձևափոխված ուռուցիկությունը համապատասխանաբար՝ 3.94 և 19.37: Ի՞նչ տոկոսով կփոխվի պարտատոմսի գինը, եթե տոկոսադրույքը իջնի կամ բարձրանա 100 բազիսային կետով:
- 35.** Պարտատոմսի ձևափոխված դյուրացիան 7.65 է, տարեկան ձևափոխված ուռուցիկությունը՝ 25: Հաշվել պարտատոմսի գնի տոկոսային փոփոխությունը, եթե պարտատոմսի՝ մինչև մարում եկամտաբերությունը աճի 120 բազիսային կետով:
- 36.** Պարտատոմսի տարեկան ձևափոխված դյուրացիան 7.020 է, տարեկան ձևափոխված ուռուցիկությունը՝ 65.180: Հաշվել պարտատոմսի գնի փոփոխությունը, եթե պարտատոմսի՝ մինչև մարում եկամտաբերությունը աճի 25 բազիսային կետով:
- 37.** Ընկերությունը 21/12/2016-ին ձեռք է բերել *DE0001102341 30* տարվա պետական գերմանական պարտատոմս (մարումը՝ 15/08/2046): Պարտատոմսի անվանական արժեքը 100 000 է, արժեկտրոնային տոկոսադրույքը՝ 4%, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը՝ կիսամյակային, մինչև մարում եկամտաբերությունը՝ 2%: Հաշվել պարտատոմսի մաքուր գինը և կուտակված տոկոսը ձեռքբերման պահին՝ օրերը հաշվարկելով ACT/ACT մեթոդով:



- 38.** Գտնել 3 տարի մարման ժամկետով, 8% կիսամյակային վճարվող արժեկտրոնային տոկոսադրույքով, 1000 անվանական արժեքով, 4% մինչև մարում եկամտաբերությամբ պարտատոմսի՝
- ա) գինը;
  - բ) Մաքուլիի ժամկետայնությունը;
  - գ) ձևափոխված դյուրացիան;
  - դ) որքանո՞վ կփոխվի պարտատոմսի գինը, եթե եկամտաբերությունն աճի 40 բազիսային կետով:
- 39.** Գտնել 6 տարի մարման ժամկետով 1000 անվանական արժեքով, 4% մինչև մարում եկամտաբերությամբ զեղչատոկոսային պարտատոմսի՝
- ա) գինը;
  - բ) Մաքուլիի ժամկետայնությունը;
  - գ) ձևափոխված դյուրացիան;
  - դ) որքանո՞վ կփոխվի պարտատոմսի գինը, եթե եկամտաբերությունն աճի 40 բազիսային կետով:
- 40.** Պարտատոմսի տարեկան ձևափոխված դյուրացիան 2.1 է, տարեկան ձևափոխված ուռուցիկությունը՝ 26.2: Ի՞նչ տոկոսով կփոխվի պարտատոմսի գինը, եթե տոկոսադրույքը իջնի կամ բարձրանա 15 բազիսային կետով:

# Մաս 5

## Բաժնետոմսեր

### Տեսական մաս

**Բաժնետոմսը** փաստաթուղթ է, որը հավաստում է ընկերության սեփականության մեջ ունեցած մասնաբաժնի մասին:

Բաժնետոմսերը լինում են երկու տեսակի.

- Սովորական բաժնետոմս
- Արտոնյալ բաժնետոմս:

#### Սովորական բաժնետոմս

- Հավաստում է ընկերության կապիտալում ներդրման մասին:
- Տալիս է իրավունք մասնակցելու ընկերության տարեկան բաժնետերերի ժողովին, քվեարկելու 1 բաժնետոմս = 1 ձայն սկզբունքով:
- Տալիս է իրավունք ընկերության շահույթներից ստանալ մասնաբաժին՝ դիվիդենդների տեսքով:
- Տալիս է իրավունք ընկերության լուծարման դեպքում ունենալ մասնաբաժին ունեցվածքից:

#### Արտոնյալ բաժնետոմս

- Հավաստում է ընկերության կապիտալում ներդրման մասին:
- Չի տալիս ձայնի իրավունք:

- Տալիս է իրավունք ընկերության շահույթներից ստանալ մասնաբաժին՝ դիվիդենտների տեսքով, որոնք հաճախ ֆիքսված են:
- Տալիս է իրավունք ընկերության լուծարման դեպքում ունեցվածքից ունենալ մասնաբաժին:

### **Ինդեքսի կառուցվածքային փոփոխություն**

Ինդեքսի կառուցվածքային փոփոխություն ասելով կհասկանանք հետևյալ սահմանումներից մեկը.

- Ինդեքսում ընդգրկված ընկերությունների ցանկի փոփոխությունը՝ մի ընկերությունը դուրս է գալիս ինդեքսի ցուցակից, մյուսը՝ դրա փոխարեն մտնում:
- Ինդեքսում ընդգրկված որևէ ընկերության բաժնետոմսերի բաժանքը՝ օրինակ՝  $m : 1$  բաժանքը նշանակում է յուրաքանչյուր 1 բաժնետոմս (որի գինը  $P$  է) փոխարինվում է  $m$  հատ բաժնետոմսով, որոնցից յուրաքանչյուրի գինը  $\frac{P}{m}$  է:
- Ինդեքսում ընդգրկված որևէ ընկերության նոր բաժնետոմսերի թողարկումը / բաժնետոմսերով դիվիդենտի վճարումը:

Եթե կառուցվածքային փոփոխությունը տեղի է ունեցել  $t_0$  պահին, ապա ընտրում ենք դիվիզորի նոր՝  $divisor(t_0+)$  արժեքն այն պայմանով, որ

$$Index(t_0-) = Index(t_0+):$$

Այսինքն՝

$$\frac{\sum_k w_k(t_0-)s_k(t_0-)}{divisor(t_0-)} = \frac{\sum_k w_k(t_0+)s_k(t_0+)}{divisor(t_0+)}$$

### DJIA ինդեքս

$$DJIA(t) = \frac{\sum_{k=1}^{30} S_k(t)}{divisor(t)},$$

որտեղ՝

- $S_k(t)$  – ն  $k$ -րդ ընկերության մեկ բաժնետոմսի գինն է  $t$  պահին;
- $divisor(t)$  – ն կտոր առ կտոր հաստատուն ֆունկցիա է, որի արժեքը փոխվում է (կարող է փոխվել) միայն ինդեքսի կառուցվածքային փոփոխությունների ու նաև՝ ինդեքսում եղած որևէ ընկերության մեծ չափի դիվիդենտ (գնի 10%-ից մեծ) վճարելու դեպքում:

### S&P500 ինդեքս

S&P500 ինդեքսը հաշվելու եղանակն է՝

$$S\&P500 = \frac{\sum_{k=1}^{500} q_k(t) S_k(t)}{divisor(t)}$$

- $S_k(t)$  – ն  $k$ -րդ ընկերության մեկ բաժնետոմսի գինն է  $t$  պահին;
- $q_k(t)$  – ն  $k$ -րդ ընկերության բաժնետոմսերի քանակն է  $t$  պահին (number of outstanding shares);
- $divisor(t)$  – ն ինդեքսի դիվիզորն է:

### Բաժնետոմսի գինը

**Հաստատուն դիվիդենտների մոդել:** Ենթադրենք, թե վճարվող դիվիդենտների մեծությունը լինելու է հաստատուն: Այս դեպքում՝

$$P_0 = \sum_1^{\infty} \frac{D_k}{(1+i)^k} = \frac{D}{i}$$

**Հաստատուն աճի տեմպով դիվիդենտների մոդել՝ Գորդոնի աճի մոդելը:** Ենթադրենք, թե կանխատեսում ենք, որ ընկերության դիվիդենտները տարեկան աճելու են հաստատուն  $g$  տոկոսով: Այդ դեպքում՝

$$P_0 = \sum_1^{\infty} \frac{D_k}{(1+i)^k} = \sum_1^{\infty} \frac{D_0(1+g)^k}{(1+i)^k} = D_0 \frac{1+g}{i-g} = \frac{D_1}{i-g}$$

**Բաժնետոմսի եկամտաբերություն**

Ենթադրենք, թե բաժնետոմսի գինը  $t$  պահին  $S(t)$  է:

Այդ դեպքում բաժնետոմսի եկամտաբերությունը հաշվվում է հետևյալ կերպ.

$$i_{[\alpha,\beta]} = \frac{S(\beta) - S(\alpha) + D_{[\alpha,\beta]}}{S(\alpha)}$$

## Խնդիրներ

1. Հետևյալ աղյուսակը տեղեկություններ է պարունակում 3 բաժնետոմսերի վերաբերյալ՝

Բաժնետոմս	04/11/2023	07/11/2023	08/11/2023
Microsoft	58.71	60.42	60.47
Nike	49.96	50.91	51.08
Coca-Cola	41.69	42.46	42.88

Ենթադրելով, որ տրված երեք բաժնետոմսերից բաղկացած ինդեքսում յուրաքանչյուր ընկերությունից ներառված է 100 բաժնետոմս՝ հաշվել ինդեքսի արժեքը՝

ա) *DJIA* մոտեցմամբ, ենթադրելով, որ ինդեքսի բաժանարարը 3 է:

բ) *S&P500* մոտեցմամբ, ենթադրելով, որ ինդեքսի բաժանարարը 10 է:

գ) *ValueLineGeometricAverage* մոտեցմամբ:

դ) *ValueLineArithmeticAverage* մոտեցմամբ:

2. Դիցուք՝ ունենք հետևյալ տեղեկատվությունը՝

Ընկերություն	Փայերի քանակ	Բաժնետոմսի գին	Կապիտալիզացիա
Ա	100 000	100	10 մլն
Բ	1 500 000	10	15 մլն
Գ	20 000 000	1	20 մլն

Ենթադրելով, որ *DJIA* և *S&P500* բաժանարարները համապատասխանաբար 3 և 10 են, հաշվարկել երեք ընկերությունների բաժնետոմսերից բաղկացած ինդեքսի արժեքը.

- ա) *DJIA* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ որոշ ժամանակ անց Ա բաժնետոմսի գինը կրկնապատկվել է,
- բ) *DJIA* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ որոշ ժամանակ անց Գ բաժնետոմսի գինը կրկնապատկվել է,
- գ) *S&P500* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ որոշ ժամանակ անց Ա բաժնետոմսի գինը կրկնապատկվել է,
- դ) *S&P500* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ որոշ ժամանակ անց Գ բաժնետոմսի գինը կրկնապատկվել է:

**3.** Դիցուք՝ տրված է հետևյալ տեղեկությունը՝

Ընկերություն	Փայերի քանակ	Բաժնետոմսի գին	Կապիտալիզացիա
Ա	100 000	10	1 մլն
Բ	100 000	10	1 մլն
Գ	200 000	20	4 մլն
Դ	200 000	30	6 մլն

Ենթադրելով, որ որոշ ժամանակ անց Բ ընկերության բաժնետոմսը բաժանվել է 2:1 հարաբերությամբ՝ հաշվարկել չորս ընկերությունների բաժնետոմսերից բաղկացած ինդեքսի նոր բաժանարարը, եթե ինդեքսը կառուցված է.

- ա) *DJIA* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ նախնական բաժանարարը 4 է;
- բ) *S&P 500* մոտեցմամբ՝ ենթադրելով, որ նախնական բաժանարարը 4 է:

**4.** Դիցուք՝ 2015 թ. սեպտեմբերի 16-ին *DJIA* մեջ մտնող *Intel* կազմակերպությունն ունեցել է բաժնետոմսերի 2:1 բաժանում: *DJIA* փակման գինը 2015 թ. սեպտեմբերի 15-ին եղել է 16599.85, իսկ *Intel* կազմակերպության փակման գինը՝

34.5, բաժանարարը՝ 0.14602: Գտնել բաժանարարը 2015 թ. սեպտեմբերի 16-ին:

5. Տրված են *DJIA*, *NASDAQ* և *S&P500* ինդեքսների տվյալները՝

Ինդեքս	01/01/2013	01/01/2015	01/01/2016
<i>DJIA</i>	13860.58	17164.95	16466.30
<i>NASDAQ</i>	3142.13	4635.24	4613.95
<i>S&amp;P 500</i>	1498.11	1994.99	1940.24

Գտնել ինդեքսներից յուրաքանչյուրի եկամտաբերությունը՝

ա) 01/01/2013 – 01/01/2015 ժամանակահատվածի համար,

բ) 01/01/2013 – 01/01/2016 ժամանակահատվածի համար:

6. Դիցուք՝ ունենք *DJIA* և *S&P500* ինդեքսների տվյալները՝

Ինդեքս	01/01/2013	01/01/2017
<i>DJIA</i>	12000	14000
<i>S&amp;P 500</i>	1300	1700

Գտնել ինդեքսներից յուրաքանչյուրի եկամտաբերությունը 01/01/2013 – 01/01/2017 ժամանակահատվածի համար:

7. Ստորև ներկայացված է “Microsoft Corporation” կազմակերպության բաժնետոմսի գնի աղյուսակը՝

Ամսաթիվ	17/05/2011	16/08/2011
Գին	24.40	25.02

Գտնել տրված ժամանակահատվածի համար բաժնետոմսի եկամտաբերությունը, եթե այդ ժամանակահատվածում վճարվել է 0.16 դիվիդենտ:



8. Հետևյալ աղյուսակը տեղեկություններ է պարունակում 3 բաժնետոմսերի վերաբերյալ՝

Բաժնետոմս	21/12/2017	26/12/2017	27/12/2017
Ebay	37.81	37.94	37.75
Facebook	177.45	175.99	177.76
Tiffany & Co	102.46	105.2	104.89

Ենթադրելով, որ տրված երեք բաժնետոմսերից բաղկացած ինդեքսի բաժանարարը 3 է, հաշվել ինդեքսի արժեքը  $DJIA$  մոտեցմամբ:

9. Դիցուք՝ բաժնետոմսի գինը 0 պահին 100 միավոր է՝  $S_0 = 100$ , իսկ 2 պահին՝  $S_2 = 110$ : Հայտնի է նաև, որ բաժնետոմսը 1 պահին վճարում է դիվիդենտ, որը չի վերաներդրվում, իսկ բաժնետոմսի եկամտաբերությունը  $[0, 2]$  ժամանակահատվածում՝ 15% Գտնել վճարած դիվիդենտի չափը:
10. Ներդրումային պայուսակը բաղկացած է 100 հատ  $X$  բաժնետոմսից, 250 հատ  $Y$  բաժնետոմսից և 300 հատ  $Z$  բաժնետոմսից: Ենթադրելով, որ  $X$  բաժնետոմսի գինը 12.15 միավոր է,  $Y$  բաժնետոմսի գինը 15.5 միավոր է,  $Z$  բաժնետոմսի գինը՝ 8.12 միավոր, գտնել պայուսակի արժեքը:
11. Վերլուծաբանը գնահատել է, որ բաժնետոմսը վճարելու է 5 միավոր դիվիդենտ առաջին տարվա վերջում, 6՝ երկրորդ տարվա վերջում, 7՝ երրորդ տարվա վերջում, և այն հնարավոր է լինելու վաճառել 1000-ով 3-րդ տարվա վերջում: Ընդունելով, որ պահանջվող եկամտաբերությունը 10% է, գտնել բաժնետոմսի գինն այսօր:

12. Հաշվել բաժնետոմսի գինը 2015 թ.-ին, որը նախորդ տարվա համար վճարել է 10 դիվիդենտ: Ակնկալվում է, որ հաջորդ 2 տարիներին դիվիդենտը աճելու է տարեկան 5%-ով, իսկ 2017-ին բաժնետոմսը հնարավոր է լինելու վաճառել 110-ով: Բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 10% է:
13. Կիրառելով Գորդոնի մոդելը՝ հաշվել բաժնետոմսի գինը 2017 թ.-ին, եթե նախորդ տարվա համար կատարվել է 5 դիվիդենտի վճարում, դիվիդենտի աճի տեմպը հաջորդ տարիներին կազմել է 2%, իսկ բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 10% է:
14. Հաշվել բաժնետոմսի գինը 2017 թ.-ին, որը վճարել է 10 դիվիդենտ նախորդ տարվա համար, իսկ դիվիդենտի աճի տեմպը հաջորդ տարիներին կազմել է տարեկան 5%, բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը՝ 10%, և ենթադրվում է, որ կիրառելի են Գորդոնի աճի մոդելի պայմանները:
15. Դիցուք՝ նախատեսվում է, որ բաժնետոմսը վճարելու է 1 միավոր հաջորդող 3 տարիների համար, որից հետո վճարվող դիվիդենտը աճելու է հաստատուն 5% –ով: Գտնել բաժնետոմսի գինը՝ ընդունելով, որ բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 10% է:
16. Դիցուք՝ Ա կազմակերպության բաժնետոմսի գինը 02.01.17 թ.-ին եղել է 105 միավոր, իսկ 02.01.18 թ.-ին՝ 125 միավոր: Այդ ժամանակահատվածում կազմակերպությունը վճարել է 5 միավոր դիվիդենտ: Գտնել տրված ժամանակահատվածի համար բաժնետոմսի եկամտաբերությունը:

17. Դիցուք՝ նախատեսվում է, որ բաժնետոմսը վճարելու է 1 միավոր դիվիդենտ 2017 թվականին, 2 միավոր՝ 2018 թվականին, որից հետո վճարվող դիվիդենտը աճելու է հաստատուն՝ 2%-ով: Գտնել բաժնետոմսի գինը 2016 թվականին՝ ընդունելով, որ բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 5% է:
18. Որքա՞ն պատրաստ կլինի ներդրողը վճարել արտոնյալ բաժնետոմսի համար, որը վճարում է տարեկան 5 միավոր դիվիդենտ, իսկ բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 12% է:
19. Գտնել 114.7 միավոր սկզբնական գումարով բաժնետոմսի դիվիդենտի արժեքը, որը հնարավոր է վաճառել 120 միավորով մեկ տարի հետո, հաշվի առնելով, որ դիվիդենտը վճարվում է տարեկան, իսկ բաժնետոմսի պահանջվող եկամտաբերությունը 5% է:
20. Ընկերությունը ներկայումս չի վճարում դիվիդենտ, բայց ակնկալվում է, որ այն սկսելու է դիվիդենտ վճարել 4-րդ տարվանից սկսած: Նախատեսվում է, որ ընկերության շահույթը կազմելու է 1.5 միավոր՝ մեկ բաժնետոմսի մասով, որից, որպես դիվիդենտ, բաշխվելու է 50%-ը: Ենթադրելով դիվիդենտի աճի հաստատուն 3% տեմպ և 10% պահանջվող եկամտաբերություն՝ գտնել բաժնետոմսի գինն այսօր:
21. 2004 թվականի ապրիլի 7-ին *DJIA* կազմը փոխվել է, մասնավորապես՝ ինդեքսի կազմից դուրս են եկել *ATTInc* ընկերության բաժնետոմսը (փակման գինը՝ 19.52), *InternationalPaper* ընկերության բաժնետոմսը (փակման գինը՝ 42.40), *EastmanKodak* ընկերության բաժնետոմսը

(փակման գինը՝ 25.49), և ավելացվել են *AIG* (76.25), *Pfizer* (35.67), *Verizon* (37.31) ընկերությունների բաժնետոմսերը: *DJIA* ինդեքսի արժեքը 2004 թվականի ապրիլի 7-ին 10480.15 է, իսկ բաժանարարը՝ 0.13500289: Գտնել նոր բաժանարարը 2004 թվականի ապրիլի 8-ին:

- 22.** 2018 թվականի ապրիլի 3-ի դրությամբ *DJIA* կազմը փոխվել է հետևյալ կերպ՝ ինդեքսի կազմից դուրս են եկել *Chevron* ընկերության բաժնետոմսը (փակման գինը՝ 101.52), *Coca – Cola* ընկերության բաժնետոմսը (փակման գինը՝ 31.40), ավելացվել են *GoldmanSachs* ընկերության բաժնետոմսը (փակման գինը՝ 201.6), *Merck* (փակման գինը՝ 60.2) ընկերության բաժնետոմսը: *DJIA* ինդեքսի արժեքը 2018 թվականին ապրիլի 2-ին եղել է 12350.15, իսկ բաժանարարը՝ 0.102311: Գտնել նոր բաժանարարը 2018 թվականի ապրիլի 3-ին:
- 23.** *DJIA* ինդեքսի կազմի մեջ մտնող *ProcterGamble* ընկերությունը 2004 թվականի հունիսի 21-ին ունեցել է բաժնետոմսերի 2:1 բաժանում: *ProcterGamble* ընկերության բաժնետոմսի գինը 2004 թվականի հունիսի 21-ին 78.8 է, *DJIA* փակման գինը՝ 10371.5, *DJIA* բաժանարարը՝ 0.141: Գտնել *DJIA* ինդեքսի բաժանարարը 2004 թվականի հունիսի 22-ին:



# Մաս 6

## Միջին-վարիացիայի պորտֆելային տեսություն

### Տեսական մաս

#### Ակտիվների պորտֆել

$$\Pi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$$

Պորտֆելի գինը  $t$  պահին կլինի  $\Pi_t = \sum_{k=1}^n \xi_k S_t^k$ : Պորտֆելում  $k$ -րդ ակտիվի կշիռ ասելով կհասկանանք.

$$w_k = \frac{\xi_k S_t^k}{\Pi_0}$$

մեծությունը: Այն ցույց է տալիս, թե պորտֆելը կազմելու համար վճարված  $\Pi_0$  գումարի որ մասն է կազմել  $k$ -րդ ակտիվը:

Ենթադրենք, որ շուկայում ունենք  $n$  ակտիվ:

- $i$ -րդ ակտիվի գինը  $0$  պահին՝  $S_0^i$ . հայտնի թիվ է,
- $i$ -րդ ակտիվի գինը  $1$  պահին՝  $S_1^i = S_1^i(\omega)$ . այ. մ. ինչ-որ հավանականային տարածության վրա,
- $i$ -րդ ակտիվի եկամտաբերությունը (դիտարկվող  $[0,1]$  ժամանակահատվածում) կլինի  $r_i = r_i(\omega) = \frac{S_1^i(\omega) - S_0^i}{S_0^i}$ ,  $\omega \in \Omega$  պատահական մեծություն,

- $i$ -րդ ակտիվի սպասվող կամ միջին եկամտաբերություն (այդ նույն ժամանակահատվածում) կոչվում է  $r_i$  պատահական մեծության մաթ.սպասումը:  $\bar{r}_i = \mathbb{E}(r_i)$ ,
- $i$ -րդ ակտիվի եկամտաբերության ռիսկ կամ վարիացիա անվանում են հետևյալ թիվը.  $\sigma_i^2 = Var(r_i)$ :

### Պնդում

**ա.**  $\Pi$  պորտֆելի  $r_\Pi$  եկամտաբերությունը հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$r_\Pi = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i$$

**բ.**  $\Pi$  պորտֆելի  $\bar{r}_\Pi$  սպասվող եկամտաբերությունը հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\bar{r}_\Pi = \sum_{i=1}^n \omega_i \bar{r}_i$$

**Պնդում:** Եթե  $\Pi$  պորտֆելում  $S_i$  ակտիվի կշիռը  $w_i$  է,  $i = 1, \dots, n$ , ապա  $\Pi$  պորտֆելի ռիսկը կլինի՝

$$\sigma_\Pi^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

### Մարկովիցի խնդիրները

**Մարկովիցի առաջին խնդիրը:** Գտնել պորտֆել տրված շուկայում, որն ունենա տրված  $r$  սպասվող եկամտաբերությունը և հնարավոր ամենափոքր ռիսկը: Մաթեմատիկորեն այս խնդիրը ձևակերպվում է այսպես. գտնել  $\Pi$  պորտֆել ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ) կշիռներով այնպիսին, որ՝

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \in R \text{ (եթե կարճ վաճառք թույլատրվում է)} \end{array} \right.$$

և

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \text{ (եթե կարճ վաճառք չի թույլատրվում)} \end{array} \right.$$

Այստեղ անհայտները  $w_i$  -երն են, պորտֆելի կշիռները:

**Մարկովիցի երկրորդ խնդիրը:** Գտնել պորտֆել տրված շուկայում, որն ունենա տրված  $\sigma^2$  ռիսկը և հնարավոր ամենամեծ սպասվող եկամտաբերությունը: Մաթեմատիկորեն այս խնդիրը ձևակերպվում է այսպես. գտնել  $\Pi$  պորտֆել ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ) կշիռներով այնպիսին, որ՝

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{r}_{\Pi} = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \rightarrow \max \\ \sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sigma^2 \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \in R \text{ (եթե կարճ վաճառք թույլատրվում է)} \end{array} \right.$$

և

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{r}_{\Pi} = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \rightarrow \max \\ \sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sigma^2 \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \text{ (եթե կարճ վաճառք չի թույլատրվում)} \end{array} \right.$$



### **Արդյունավետ եզրագիծ**

Մինիմալ վարիացիայի բազմության այն բոլոր կետերը, որոնք տրված ռիսկի համար ունեն մաքսիմալ սպասվող եկամտաբերություն, կոչվում են *արդյունավետ պորտֆելներ*, իսկ *արդյունավետ պորտֆելների* բազմությունը կոչվում է շուկայի (կամ *հասանելի բազմության*) *արդյունավետ եզրագիծ* (Efficient Frontier):

### **Երկու ֆոնդերի թեորեմը**

Եթե շուկան բաղկացած է ո ռիսկային ակտիվներից, շուկայում կարճ վաճառք չի թույլատրվում, ապա *արդյունավետ եզրագծի* վրա կան երկու *արդյունավետ պորտֆելներ* այնպիսին, որ կամայական *արդյունավետ պորտֆել* կարելի է ստանալ այդ երկու պորտֆելներից՝ ինչ-որ կշիռներով վերցնելով (այսինքն՝ կամայական *արդյունավետ պորտֆելը* այս երկու պորտֆելների պորտֆելն է):

Եթե շուկան բաղկացած է ո ռիսկային ակտիվներից, շուկայում կարճ վաճառք կա, ապա եթե ֆիքսենք *արդյունավետ եզրագծի* վրա կամայական երկու *արդյունավետ պորտֆելներ*, ապա կամայական *արդյունավետ պորտֆել* կարելի է ստանալ այդ երկու պորտֆելներից՝ ինչ-որ կշիռներով վերցնելով:

### **Մեկ ֆոնդի թեորեմը**

Եթե շուկան բաղկացած է ո ռիսկային ակտիվներից և մեկ ոչ ռիսկային ակտիվից, ու շուկայում կարճ վաճառք կա, ապա *Արդյունավետ եզրագծի* վրա գոյություն ունի *արդյունավետ պորտֆել* (ֆոնդ), այնպիսին, որ կամայական *արդյունավետ պորտֆել*

կարելի է ստանալ այդ ֆոնդից ու ոչ ռիսկային ակտիվից՝ ինչ-որ կշիռներով վերցնելով (այսինքն՝ կամայական *արդյունավետ պորտֆելը* այս *արդյունավետ պորտֆելի* ու ոչ ռիսկային ակտիվի պորտֆելն է):

### Շուկայի CAPM մոդելը

CAPM մոդելի ենթադրությունները հետևյալն են.

- բոլոր ներդրողները ռացիոնալ են՝ mean-variance օպտիմիզատորներ են;
- բոլոր ներդրողների համար շուկայի բոլոր հնարավոր սցենարների բազմությունը, դրանց հավանականությունները, ակտիվների եկամտաբերությունները, դիվիդենդները (եթե կան) նույնն են (այսինքն՝ շուկայի ակտիվների մասին ինֆորմացիան նույնն է բոլորի համար);
- շուկայում կա մեկ ռիսկից զերծ ակտիվ՝  $r_f$  եկամտաբերությամբ, բոլոր ներդրողները կարող են կամայական քանակով գնել/վաճառել այդ ակտիվից;
- կամայական ակտիվից կամայական քանակով կարելի է գնել/վաճառել;
- շուկայում գործառնական ծախսեր ու հարկեր չկան:

Նշանակենք *շուկայի պորտֆելը*  $M$  տառով, և ենթադրենք, թե այն ունի  $\bar{r}_M$  սպասվող եկամտաբերություն և  $\sigma_M$  ռիսկ: Այդ դեպքում  $(0, r_f)$  և  $(\sigma_M, \bar{r}_M)$  կետերով անցնող ճառագայթը կոչվում է **կապիտալի շուկայի ուղիղ, Capital Market Line, CML** և հանդիսանում է շուկայի արդյունավետ եզրագիծը:

$$\bar{r} = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma$$

CML ուղիղի անկյունային գործակիցը կոչվում է *ռիսկի պրեմիա*, Risk Premium, Price of the Risk.

$$\text{Risk Premium} = \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M}$$

### Ակտիվի եկամտաբերությունը CAPM-ում

Եթե՝

- $M$ -ը *շուկայի պորտֆելն* է՝  $(\sigma_M, \bar{r}_M)$  ռիսկ-սպասվող եկամտաբերությունով;
- $r_f$  -ը ռիսկից զերծ ակտիվի եկամտաբերությունն է;
- $a$ -ն կամայական ակտիվ է՝  $(\sigma_A, \bar{r}_A)$  ռիսկ-սպասվող եկամտաբերությունով, ապա՝

$$\bar{r}_A - r_f = \beta a \cdot (\bar{r}_M - r_f),$$

որտեղ՝

$$\beta_a = \frac{\text{Cov}(r_A, r_M)}{\text{Var}(r_M)}$$

•  $\bar{r}_A - r_f$  -ը ակտիվի հավելցուկային (excess) եկամտաբերությունն է՝ ինչքա՞ն լրացուցիչ սպասվող եկամտաբերություն կունենանք, եթե ոչ թե ներդնենք ռիսկից զերծ ակտիվում, այլ  $a$  ակտիվում;

•  $\bar{r}_M - r_f$  -ը *շուկայի պորտֆելի* հավելցուկային եկամտաբերությունն է;

•  $\beta a$  -ն ակտիվի հավելցուկային եկամտաբերության զգայունությունն է (sensitivity) *շուկայի պորտֆելի* հավելցուկային եկամտաբերության նկատմամբ:

Եթե այս առնչությունը դիտարկենք  $(\beta, \bar{r})$  հարթության վրա, այսինքն՝ սպասվող եկամտաբերության կախվածությունը բետա գործակցից, կստացվի ուղիղ, որն անվանում են ակտիվների *շուկայի ուղիղ*, Security Market Line (SML):

## Խնդիրներ

1. Դիցուք՝ պորտֆելը բաղկացած է 3 արժեթղթերից: Ստորև նշված պայմաններով լրացնել աղյուսակը և հաշվել պայուսակի ընդհանուր արժեքը ու պայուսակի եկամտաբերությունը:

Անվանում	Քանակ	Գին	Ընդհանուր գին	Կշիռը պայուսակի մեջ	$i$	Կշռված $i$
Ա արժեթուղթ	200	20			11%	
Բ արժեթուղթ	300	10			10%	
Գ արժեթուղթ	100	30			13%	

2. Ենթադրենք՝ ունենք պորտֆել, որը բաղկացած է Ա կազմակերպության 100 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 10 արժողությամբ և 8% եկամտաբերությամբ, Բ ընկերության 50 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 40 և 12% եկամտաբերությամբ: Հաշվել պայուսակի ընդհանուր արժեքը, Ա և Բ ակտիվների կշիռները և պայուսակի եկամտաբերությունը:
3. Դիցուք՝ ունենք պորտֆել, որը բաղկացած է Ա կազմակերպության 200 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 20 արժողությամբ և 8% եկամտաբերությամբ, Բ ընկերության 100 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 60 և 10% եկամտաբերությամբ: Եթե Ա ակտիվի գինը աճի մինչև 25, իսկ Բ ակտիվի

գինը ընկնի մինչև 40, ապա որքանով կփոխվի նոր պորտֆելի ընդհանուր արժեքը: Որքա՞ն կլինեն նոր կշիռները և պորտֆելի եկամտաբերությունը:

4. Ենթ.՝ ունենք պորտֆել, որը բաղկացած է Ա կազմակերպության 200 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 10 արժողությամբ և 8% եկամտաբերությամբ: Բ ընկերության 60 բաժնետոմսերից՝ յուրաքանչյուրը 40 և 13% եկամտաբերությամբ:

ա) Հաշվել պայուսակի ընդհանուր արժեքը, Ա և Բ ակտիվների կշիռները և պորտֆելի եկամտաբերությունը:

բ) Եթե Ա ակտիվի գինը աճի մինչև 15, իսկ Բ ակտիվի գինը ընկնի մինչև 35, ապա որքա՞ն կլինի նոր պորտֆելի ընդհանուր արժեքը, պորտֆելի եկամտաբերությունը և նոր կշիռները:

5. Ենթ.՝ ունենք երկու ակտիվներ, որոնց համար  $\bar{r}_1 = 0.11, \bar{r}_2 = 0.13, \sigma_1 = 0.17, \sigma_2 = 0.19, \sigma_{12} = 0.01$ :

Պայուսակը կառուցված է  $w_1 = 0.35, w_2 = 0.65$  կշիռներով: Հաշվել պայուսակի միջին եկամտաբերությունը և դրա ստանդարտ շեղումը:

6. Տրված են երկու ակտիվներ, որոնց համար  $\bar{r}_1 = 0.17, \bar{r}_2 = 0.19, \sigma_1 = 0.17, \sigma_2 = 0.21, \sigma_{12} = 0.01$ :

Պայուսակը կառուցված է  $w_1 = 0.45, w_2 = 0.55$  կշիռներով: Հաշվել պայուսակի միջին եկամտաբերությունը և դրա ստանդարտ շեղումը:

7. Տրված են երկու ակտիվներ, որոնց համար  $\bar{r}_1 = 0.11, \bar{r}_2 = 0.13, \sigma_1 = 0.17, \sigma_2 = 0.19, \sigma_{12} = 0.01$ :

Պայուսակը կառուցված է  $w_1 = 0.25, w_2 = 0.75$  կշիռներով: Հաշվել պայուսակի միջին եկամտաբերությունը և դրա ստանդարտ շեղումը:

8. Դիցուք՝ ունենք ներդրումային պորտֆել, որը բաղկացած է ստորև նշված աղյուսակի 3 բաժնետոմսերից.

	Ակտիվ A	Ակտիվ B	Ակտիվ C
Գին	100	85	65
Սպասվող եկամտաբերություն	6%	11%	15%
Ստանդարտ շեղում	0.1	0.25	0.4

Հաշվել պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը և ստանդարտ շեղումը, եթե  $\rho_{A,B} = 0.1, \rho_{B,C} = 0.2, \rho_{A,C} = -0.8$ :

9. Ենթադրենք՝ ներդրումն ունի եկամտաբերության չորս հնարավոր տարբերակ՝

No	Եկամտաբերություն	Հավանականություն
1	0.3	0.15
2	-0.2	0.25
3	0.1	0.4
4	0.15	0.2

Գտնել պորտֆելի ներդրման սպասվող եկամտաբերությունը և ռիսկը՝ գնահատված ստանդարտ շեղումով:

10. Ընկերությունը կարող է ներդրում կատարել Ա և Բ ակտիվներում, որոնց համար՝

Հավանականություն	Ա ակտիվի եկամտաբերություն	Բ ակտիվի եկամտաբերություն
0.15	0.3	0.15
0.25	-0.2	0.3
0.4	0.1	0.2
0.2	0.15	-0.1

Գտնել Ա և Բ ակտիվներում ներդրումների կորելյացիայի գործակիցը:

11. Դիցուք՝ ներդրումային պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը 12% է, ստանդարտ շեղումը՝ 30%, իսկ ռիսկից զերծ տոկոսադրույքը՝ 3%:

ա) Կազմել կապիտալ շուկայի գծի հավասարումը (CML):

բ) Հաշվել արդյունավետ ներդրումային պորտֆելի ստանդարտ շեղումը, որի սպասվող եկամտաբերությունը 16.5% է:

12. Դիցուք՝ շուկայի ռիսկի պրեմիան 9% է, շուկայի ստանդարտ շեղումը՝ 30%, իսկ ռիսկից զերծ տոկոսադրույքը՝ 3%:

ա) Կազմել ակտիվի շուկայի գծի հավասարումը (SML):

բ) Դիցուք՝ ակտիվի  $\beta = 0.6$ : CAPM ներքո ինչի՞ է հավասար ակտիվի սպասվող եկամտաբերությունը:

գ) Ակտիվի ստանդարտ շեղումը 60% է, իսկ շուկայական պորտֆելի հետ կորելյացիան՝ 25%: CAPM ներքո ինչի՞ է հավասար ակտիվի սպասվող եկամտաբերությունը:

դ) Ակտիվի ստանդարտ շեղումը 80% է, իսկ շուկայական պորտֆելի հետ կորելյացիան՝ -25%: CAPM ներքո ինչի՞ է հավասար ակտիվի սպասվող եկամտաբերությունը:

13. Դիցուք՝ Ա բաժնետոմսի  $\beta = 1.2$ , Բ բաժնետոմսի  $\beta = 0.8$ , ռիսկից չզզոք տոկոսադրույքը 2% է, իսկ շուկայական պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը՝ 12%:

ա) CAPM ներքո ինչի՞ է հավասար յուրաքանչյուր բաժնետոմսի սպասվող եկամտաբերությունը:

բ) Ինչի՞ է հավասար այդ երկու բաժնետոմսերից հավասարապես կշռված ներդրումային պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը:

գ) Ինչի՞ է հավասար այդ երկու բաժնետոմսերից հավասարապես կշռված ներդրումային պորտֆելի  $\beta$ -ն:

դ) Ինչպե՞ս կարելի է օգտագործել գ) կետի պատասխանը  
բ) կետի լուծումը ստանալու համար:

14. Ներդրումային պորտֆելը բաղկացած է երկու ռիսկային ակտիվից՝ վերցված հավասար կշիռներով՝  $M = 0.5 + 0.5$ : Հայտնի է, շուկայի սպասվող եկամտաբերությունը 11% է, ստանդարտ շեղումը՝ 20%, Բ ակտիվի ստանդարտ շեղումը՝ 40%, իսկ Ա և Բ ակտիվների կորելյացիայի գործակիցը 0.75 է: Ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքը 2% է և ենթադրվում է, որ CAPM պայմանները տեղի ունեն: Գտնել Ա և Բ բաժնետոմսերից յուրաքանչյուրի  $\beta$ -ն և սպասվող եկամտաբերությունը:

15. Տրված է հետևյալ տեղեկությունը՝

Բաժնետոմս	Քանակ	Գին	Սպասվող եկամտաբերություն	Ստանդարտ շեղումը
Ա	200	3	16%	30%
Բ	300	4	10%	15%

Ա և Բ բաժնետոմսերի կորելյացիայի գործակիցը 0.4 է և ենթադրվում է, որ CAPM պայմանները տեղի ունեն:

ա) Գտնել շուկայական պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը:

բ) Գտնել շուկայական պորտֆելի ստանդարտ շեղումը:

գ) Գտնել յուրաքանչյուր բաժնետոմսի  $\beta$ -ն:



- դ) Ինչի՞ է հավասար ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքը:
- 16.** Ա ընկերության շուկայական կապիտալիզացիան 100 մլն է,  $\beta = 1.5$ : Ընկերությունը նախատեսում է միաձուլվել Բ ընկերության հետ, որի շուկայական կապիտալիզացիան 400 մլն է,  $\beta = 1.2$ : Ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքը 5% է, ռիսկ պրեմիան՝ 8%, շուկայի ստանդարտ շեղումը՝ 20%: Դիտարկվող երկու ընկերություններն ամբողջապես ֆինանսավորվում են բաժնետոմսերով:
- ա) Գտնել Ա և Բ ընկերությունների միաձուլումից առաջացած նոր ընկերության  $\beta$ :
- բ) Ինչի՞ է հավասար Ա և Բ ընկերությունների միաձուլումից առաջացած նոր ընկերության սպասվող եկամտաբերությունը:
- 17.** Դիցուք՝ շուկայում առկա բոլոր բաժնետոմսերը կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ կայուն եկամուտ ապահովող և կայուն աճ ապահովող, ընդ որում՝ երկու խմբերն ունեն հավասար արժեք: Կայուն եկամուտ ապահովող բաժնետոմսերի խմբի սպասվող եկամտաբերությունը 13% է, ստանդարտ շեղումը՝ 12%, իսկ կայուն աճ ապահովող խմբի սպասվող եկամտաբերությունը 17% է, ստանդարտ շեղումը՝ 25%: Բաժնետոմսերի երկու խմբի կորելյացիան 0.5 է, իսկ ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքը՝ 2%: Գտնել շուկայական պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը՝ ենթադրելով, որ կայուն աճ և կայուն եկամուտ ապահովող բաժնետոմս խմբերն ունեն նույն կշիռը պորտֆելում:
- 18.** Ներդրողը հնարավորություն ունի ներդնելու հետևյալ երկու ֆոնդերից մեկում.

	Ֆոնդ Ա	Ֆոնդ Բ
$\beta$	0.8	1.2

Ֆոնդերը գնանշված են շուկայական արժեքով, ներդրողը կարող է պարտք վերցնել և ներդրում կատարել շուկայում կարճաժամկետ պետական պարտատոմսեր օգտագործելով՝ 5% ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքով, իսկ ռիսկի պահանջվող պրեմիան շուկայում 8% է: Ֆոնդերից ո՞րն է ավելի նախընտրելի ներդրողի համար:

19. Դիցուք՝ շուկայի ռիսկի պրեմիան 15% է, շուկայի ստանդարտ շեղումը՝ 30%, իսկ ռիսկից չեզոք տոկոսադրույքը՝ 5%: Կազմել ակտիվի շուկայի գծի հավասարումը (SML) և հաշվել CAPM ներքո ակտիվի սպասվող եկամտաբերությունը, եթե  $\beta = 0.5$ :

20. Տրված է հետևյալ տեղեկությունը՝

Բաժնետոմս	Քանակ	Գին	Սպասվող եկամտաբերություն	Ստանդարտ շեղում
Ա	100	1	14%	30%
Բ	200	2	12%	15%

Ա և Բ բաժնետոմսերի կորելյացիայի գործակիցը 0.5 է և ենթադրվում է, որ CAPM պայմանները տեղի ունեն: Գտնել շուկայական պորտֆելի սպասվող եկամտաբերությունը և շուկայական պորտֆելի ստանդարտ շեղումը:

21. Դիցուք՝ Ա բաժնետոմսի  $\beta = 0.5$ , Բ բաժնետոմսի  $\beta = 1.5$ : Գտնել այդ երկու բաժնետոմսերից հավասարապես կշռված ներդրումային պորտֆելի  $\beta$ -ն:

22. Դիցուք՝ շուկայի ռիսկի պրեմիան 10% է, շուկայի ստանդարտ շեղումը՝ 20%, իսկ ռիսկից զերծ տոկոսադրույքը՝ 5%: Կազմել ակտիվի շուկայի գծի հավասարումը (SML) և հաշվել CAPM ներքո ակտիվի սպասվող եկամտաբերությունը, եթե  $\beta = 0.5$ :

# Պատասխաններ

## Մաս 1

1. ա) 5, բ) 47: 2. 2000, 20%: 3. 3000: 4. ա) 15, բ) 9: 5.  $A(t) = 2000t + 1000$ : 6. Ոչ: 7.  $a(t) = 1 + 3t$ : 8.  $200t^2 + 100t + 100$ , 2200: 9. 1100: 10. 1500: 11. 264: 12. 5%: 13. 3%: 14. 33.87%: 15. 16.67%: 16. 1111.11: 17. ա) 1, բ) 23, գ)  $5t^2 + t + 1$ , դ) 48, ե) 1.13, զ) 0.70: 18. ա)  $500t + 100$ , բ) 1100, գ) 15, դ) 0.45, ե) 0.46: 19. ա) 15, բ) 41, գ)  $a(t) = 2/5t^2 + t/15 + 1$ , դ) 19, ե) 55: 20. ա) 2557.5, բ) 1.56, գ) 0.2, դ) 0.61: 21. ա) 1203.97, բ) 1180, գ) 1191.02: 22. ա) 108.51, բ) 108, գ) 108.16: 23. 538.62: 24. 6.54%, 5.19%: 25. ա) 3335.03, բ) 13.64%: 26. 1079.76: 27. 38.88: 28. 27440: 29. 3.33: 30. 6.67%: 31. 700: 32. 12.99: 33. 207.85: 34.  $7 - 7(1 + i^{(5)}/5)^{-5/7}$ : 35. 0.049, 0.048: 36. ա) 378.74, բ) 380.03, գ) 404.35: 37. ա) 6.1%, բ) 6.05%, գ) 5.8%: 38. ա) 3420, բ) 3434.7, գ) 3468.61, դ) 3455.1, ե) 3450.8: 39. 7.7%, 7.6%: 40. 53.96: 41. 4.53%: 42. 7.3%, 1236.28: 43. 8.3%, 52.841, 35: 44. Առաջին ներդրումային նախագիծ: 45. Ոչ: 46. Ոչ: 47. ա) 2-րդը գերադասելի է, բ) 1-ը գերադասելի է, գ) համարժեք են: 48. 2-րդը գերադասելի է: 49. 1-ինը գերադասելի է: 50.  $\frac{1+2t}{1+t+t^2}$ : 51. 5.49: 52. ա) 3%, 9.4%, բ) 1040.81, 1284.03: 53. 615.23: 54. 720.68: 55. ա)

---

ճիշտ է, բ) սխալ է, գ) ճիշտ է: **56.** ա) 6.09, բ) 7.18, գ) 9.14: **57.**  
 0.087, 0.086: **58.** ա)  $d = 1 - e^{-\delta}$ , բ)  $i = e^{\delta} - 1$ , գ)  $d = i/(1 + i)$ ,  
 դ)  $\delta = \ln(1 + i)$ , ե)  $-\ln(1 - d)$ : **59.** 0.026, 0.66%: **60.** ա) 0.122, բ)  
 0.139: **61.** 0.04: **62.** 1625.12: **63.** ա) 142.86, 714.29, 1857.14, բ)  
 826.45, 942.15, 1173.55, գ) 816.3, 934.58, 1225.04, դ)  
 216, 600; 4629.63: **64.** 2.8: **65.** 2963.3: **66.** 14938.22: **67.** 10%: **68.**  
 2021.12: **69.** 3.38: **70.** 5.31%: **71.** 577.84: **72.** 808.58: **73.** ա)  
 10.8%, բ) 126480: **74.** ա) 0.072, բ) 73915.51: **75.** 32737.33: **76.**  
 6.8%: **77.** 550221.07: **78.** ա) 791.89, բ) 793.43, գ) 791.94:

## Մաս 2

**1.** 6053.01: **2.** 5852.81: **3.** 1377.92: **4.** 0.11 : **5.** 342.84: **6.** 0.67ից  
 մեծ 0.90 փոքրի դեպքում: **7.** 11.79: **8.** 388.97; 652.33: **9.**  
 496.82; 675.92: **10.** 1653.83: **11.** 7068.59: **12.** 5501.54: **13.**  
 86127.43: **14.** ա) 24188.51, բ) 3146.77: **15.** 1869.29: **16.** 0.067; 9:  
**17.** 14.69, 23.71, 22.80, 13.95, 259.46, 258.45: **18.** 3896.13: **19.**  
 2816.30: **20.** 6040.20: **21.** 1271.65: **22.** 13058.33: **23.** 1842.72: **24.**  
 3099.12: **25.** 52,87: **26.** 81401.84: **27.** 1656.59: **28.** 10300: **29.**  
 1428.13: **30.** 2000: **31.** 81434.27: **32.** 4758.13: **33.** 3603.7: **34.**  
 3265.58: **35.** 5938.11: **36.** 257548.38: **37.** 60000: **38.** 115000: **39.**  
 217060.48: **40.** 1153.85: **41.** 866.05: **42.** 11416.78: **43.** 1810.03:  
**44.** 30%: **45.** 27629.65: **46.** 2665.34: **47.** 750.43: **48.** 5.82, 1725:

---

**49.** 30.98: **50.** 3866.56: **51.** 256.12: **52.** 117916.79: **53.** 26336.66:  
**54.** 15679.29: **55.** 557.13, 1272.04: **56.** 32583.12: **57.** 2675.01:  
**58.** 183.33: **59.** 144295.75, 136128.06: **60.** 6989.95: **62.** 5047.18:  
**63.** 5733.33, 4933.33, 4133.33: **64.** 2382.76, 9032.52: **66.**  
122.31, 7.11%: **67.** 43.29, 64.63: **68.** 4308.56:

### Մաս 3

**1.** 1669.41: **2.**  $NPV(0.12) = 4.7, NPV(0.2) = -8.2, 0.14$ : **3.** 0.41: **4.**  
1.6 այո': **5.** Բ, Բ, չեզոք: **6.** 6.4022%: **7.** 5.39%: **8.**  $IRR = 0.07 <$   
 $IRR = 0.08$ : **9.** 6: **10.**  $PP1 = 3$ , Առաջինը: **11.**  $1/3$ : **12.** 1.16: **13.**  
 $PI_1 = 1.26; PI_2 = 1.13$ : **14.**  $PI_1 = 1.243; PI_2 = 2.25$ : **15.**  
 $TWRR = 0.35, MWRR = 0.1$ : **16.**  $TWRR = -0.42$ : **17.**  $TWRR =$   
 $0.37$ : **18.**  $TWRR = -2.77$ : **19.** 2166.67: **20.**  $PP = 4, DPP = 4$ :

### Մաս 4

**1.** 712.99: **2.** 10%: **3.** 40, 949.24: **4.** 62.35: **5.** ա) 943.5, բ) 972.9, գ)  
1060.5, դ) 774.08: **6.** պրեմիումով՝ 71.86: **7.** դիսկոնտոյվ,  
 $P = 1135.52$ : **8.** 2424.28: **9.** 90045.99 դիսկոնտոյվ: **10.** 61.21,  
պրեմիումով: **11.** ա) 1052.42, բ) պրեմիումով, 52.42: **12.** ա)

---

$AI = 43.93,$                      $P_{dirty} = 1406.96, P_{clean} = 1363.03,$   $\rho) AI =$   
 $43.67$   $P_{dirty} = 1406.76,$                      $P_{clean} = 1363.10:$                     **13.**  
 $AI = 61.88, P_{clean} = 11611.2:$                     **14.**                    10504.81, 61.29:  
**15.** 16052.48, 58.01: **16.** 21.11, 938.65: **17.** 2, 1.94: **18.** 2, 1.92: **19.**  
0.98, 0.96: **20.** 3.12: **21.** 1.69, 1.66: **22.** 4.01: **23.** 5.06: **24.** 0.065: **25.**  
58426966, 41573034: **26.** 7.67: **27.** 2.28: **28.** 2.43: **29.** 3.65: **30.**  
5.2: **31.** կնվազի 8.67%-ով: **32.** կաճի 12.7%-ով: **33.** կնվազի  
6.4% –ով: **34.** կաճի 4%-ով, կնվազի 3.8%-ով: **35.** 9% կնվազի:  
**36.** կիջնի 1.7%-ով: **37.** 144570.59, 1391.3: **38.** ա) 1112.03,  $\rho)$   
2.74, գ) 2.69, դ) կնվազի 1.07%-ով: **39.** ա) 790.31,  $\rho)$  6, գ) 5.77,  
դ) կնվազի 2.3%-ով: **40.** կաճի 0.32% –ով:

## Մաս 5

**1.** ա) 50.12, 51.26, 51.48,  $\rho)$  1503.6, 1537.89, 1544.4, գ) 1.02, 1.005,  
դ) 1.02, 1.005: **2.** ա) 70.3,  $\rho)$  37.3, գ) 5.5 մլն, դ) 6.5 մլն: **3.** ա) 3.71,  
 $\rho)$  4: **4.** 0.145: **5.** ա) 0.11, 0.21, 0.15,  $\rho)$  0.06, 0.14, 0.09: **6.** 0.04, 0.07:  
**7.** 3.19%: **8.** 105.9, 106.36, 106.8: **9.** 5: **10.** 7526: **11.** 766.08: **12.**  
109.57: **13.** 63.75: **14.** 210: **15.** 18.26: **16.** 23.8%: **17.** 64.44: **18.**  
41.67: **19.** 0.435: **20.** 8.05: **21.** 0.1409: **22.** 0.1127: **23.** 0.137:

---

## Մաս 6

1. Պայուսակի ընդհանուր արժեք՝ 10 000, պայուսակի եկամտաբերություն՝ 11.3%: 2. 3000.  $1/3, 2/3$ , 10.67%: 3. 1000, 0.56, 0.44, 0.089: 4. ա) 4400, 0.45, 0.55, 10.72%, բ) 5100, 10.05%, 0.59, 0.41: 5. 12.3%, 0.15: 6. 18.1%, 0.16: 7. 12.5%, 0, 15: 8. 0.1004, 0.13: 9. 0.065, 0.17: 10. -0.59: 11. ա)  $0.3\sigma + 0.03$ , բ) 0.45: 12. ա)  $0.027\beta + 0.03$ , բ) 0.05, գ) 0.04, դ) 0.01: 13. ա) 0.14, 0.1, բ) 0.12, գ) 1, դ) օգտվել եկամտաբերության բանաձևից: 14.  $\beta_a = 0.67, \beta_a = 1.47, r_a = 0.08, r_b = 0.15$ : 15. ա) 0.12, բ) 0.17, գ) 1.5, 0.73, դ) 0.04: 16. ա) 1.26, բ) 0.07: 17. 0.15: 18. Բ: 19. 0.072: 20. 0.12, 0.16: 21. 1: 22. 0.06:



---

## РЕЗЮМЕ

### ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

*Геворгян Н. Г., Оганесян Р.Г., Ордуханян Г. А.*

Учебник предназначен для изучения основных идей и методов финансовой математики с особым вниманием к теории процентных ставок и её практическим приложениям. Его содержание структурировано таким образом, чтобы познакомить студентов с теорией процентных ставок, управлением денежными потоками, методами расчёта аннуитетов и анализом инвестиционных проектов. Кроме того, рассматриваются методы оценки стоимости облигаций и акций, расчёта чистой приведённой стоимости и внутренней нормы доходности, а также основы теории портфеля с учётом среднего отклонения. Учебник сочетает теоретические основы с практическими примерами, способствующими развитию аналитических навыков студентов.

---

## SUMMARY

### FINANCIAL MATHEMATICS

*Gevorgyan N.G., Hovhannisyan R.G., Ordukhanyan G.A*

The textbook is intended for studying the fundamental ideas and methods of financial mathematics with particular attention to the theory of interest rates and its practical applications. Its structure is designed to familiarize students with the theory of interest rates, cash flow management, annuity calculation methods, and investment project analysis. In addition, it covers techniques for valuing bonds and stocks, calculating net present value and internal rate of return, as well as the fundamentals of portfolio theory with consideration of mean deviation. The textbook combines theoretical foundations with practical examples that help students develop their analytical skills.

---

# Գրականություն

1. S. Kellison, The theory of Interest, 3rd Edition, 2009
2. S. Garrett, Introduction to the Mathematics of Finance: A Deterministic Approach, 2nd Edition, 2013
3. M. Parmenter, Theory of Interest and Life Contingencies
4. Melnikov, Popova, Skornyakova, "Matematicheskie metodi finansovogo analiza"
5. S. Benninga, Financial Modeling, 4th Edition, The MIT Press, 2014
- A. Day, Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel: A Practical Guide for Business Calculations, 2nd Edition, Prentice Hall, 2010
6. R. Brealey, S. Myers, F. Allen, Principles of Corporate Finance, 10th Edition, Mc-Graw Hill, 2011
7. Z. Bodie, A. Kane, A. Marcus, Investm.e.n.ts,...1.0.t.h edition, 2014
8. CFA program exam prep, level 1, 2019
9. CFA Financial reporting and analysis, level 1, 2018
10. CFA Corporate finance, portfolio management and equity investments, level 1, 2013
11. CFA Book 5 – Derivatives and Portfolio Management, 2010

---

# Բովանդակություն

Ներածություն .....	3
Մաս 1. Տոկոս(ներ)ի և տոկոսադրույքի տեսության տարրերը.....	7
Մաս 2. Դրամական հոսքեր, անուիտետներ, վարկեր.....	31
Մաս 3. Դրամական հոսքերի վերլուծություն .....	55
Մաս 4. Պարտատոմսեր.....	67
Մաս 5. Բաժնետոմսեր .....	81
Մաս 6. Միջին-վարիացիայի պորտֆելային տեսություն.....	93
Պատասխաններ .....	107
РЕЗЮМЕ.....	112
SUMMARY .....	113
Գրականություն.....	114

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Գևորգյան Նունե Գեղամի, Հովհաննիսյան Ռիտա Գեղամի,  
Օրդուխանյան Գայանե Աշոտի

# ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

*Ուսումնական ձեռնարկ*

Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի  
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի  
Հրատ. սրբագրումը՝ Գ. Գրիգորյանի

*Հեղինակները հաստատում են, որ ծանոթ են «ԵՊՀ գրահրատարակչական քաղաքականությանը», և գրքում առկա փաստերը, դիրքորոշումները, կարծիքները շարադրված են հեղինակային իրավունքի և էթիկայի միջազգայնորեն ընդունված սկզբունքների պահպանմամբ:*

Ստորագրված է տպագրության՝ 15.10.2025:  
Չափսը՝ 60x84 1/16: Տպ. մամուլը՝ 7.25:  
Տպաքանակը՝ 100:

ԵՊՀ հրատարակչություն  
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1  
[www.publishing.y-su.am](http://www.publishing.y-su.am)



[publishing.yeu.am](http://publishing.yeu.am)