ԱԼԵՔՍԱՆ ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{m - m'}{m'} \right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2}$$

$$R = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

ԱԼԵՔՍԱՆ ՆԱՊԱԼԻ ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ուսումնական ձեռնարկ

(լրամշակված երկրորդ հրատարակություն)

ԵՐԵՎԱՆ
2009

ՀՏԴ 31(07)
ԳՄԴ 60.6 y 73
Պ 505

Գրախոսներ՝ տ.գ.թ., պրոֆ. Իշխան Տիգրանյան
ֆ.գ.թ., դոց. Տիգրան Թերզյան

Խմբագիր՝ դոց. Սիրանուշ Մանուկյան
Մասնագետ խմբագիր՝ տ.գ.թ., դոց. Հակոբ Հակոբյան

Պ 505 Պետրոսյան Ալեքսան Նապալի
Վիճակագրության ընդհանուր տեսություն: Ուսումնական ձեռնարկ. - Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2009. 282 էջ:

«Վիճակագրության ընդհանուր տեսություն» ուսումնական ձեռնարկը պարունակում է վիճակագրության տեսության հիմնական հասկացությունների, բացարձակ, հարաբերական և միջին մեծությունների, վիճակագրական բաշխումների, ընտրանքային դիտարկման, սոցիալ-տնտեսական երևույթների փոխադարձ կապերի, դինամիկայի շարքերի, ինդեքսների և դրանց օգտագործման վիճակագրական ուսումնասիրության մեթոդները:

Թեմաները ուղեկցվում են խնդիրների լուծումներով:

Հավելվածում բերված են հաշվարկային պարամետրերի գնահատման հատուկ աղյուսակներ:

Ձեռնարկը նախատեսվում է տնտեսագիտության բարձրագույն ուսումնական հաստատությունների ուսանողների, ասպիրանտների, դասախոսների, ինչպես նաև գործնական վիճակագրությամբ զբաղվողների համար:

ԳՄԴ 60.6 y 73

ISBN 978-99941-51-76-9

Նվիրում եմ վաղամեռիկ եղբորս՝

սամբո ըմբշամարտի Եվրոպայի չեմպիոն

ՍՈՂՈՄՈՆ ՊԵՏՐՈՍՅԱՆԻ

պայծառ հիշատակին

ԵՐԿՈՒ ԽՈՍՔ

Մարդու գործունեության բոլոր բնագավառներում է կիրառվում վիճակագրության գիտությունը: Դժվար է պատկերացնել, թե ինչպես կզարգանար գիտությունն ու տեխնիկան, արտադրությունն ու տնտեսությունը, տիեզերագնացությունը, եթե մարդը չղեկավարվեր վիճակագրության օրենքներով, հետազոտման վիճակագրական մեթոդներով:

Փորձարար ֆիզիկոսն ու կենսաբանը, ճարտարապետն ու տնտեսագետը, կոնստրուկտորն ու քաղաքագետը աշխատանքային գործունեության ընթացքում առաջնորդվում են վիճակագրության կիրառման անհրաժեշտությամբ:

Վիճակագրական գիտությունը հնարավորություն է տալիս ձեռք բերել և կուտակել գիտելիքներ զանգվածային կրկնվող գործընթացների և երևույթների մասին, նրանց ընթացիկ հաշվարկման կամ հատուկ կազմակերպված դիտումների և հետազոտությունների միջոցով:

Շուկայական տնտեսության անցման շրջանում վիճակագրության դերն ավելի է բարձրացել. այն ոչ միայն շուկայական տնտեսության վերլուծության իրական գործիք է, այն սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների զարգացման մակարդակը գնահատող յուրատեսակ արբիտր՝ միաժամանակ հանդիսանալով շուկայական հարաբերությունների ձևափոխման հզոր զենք:

Շուկայական տնտեսության պայմաններում վիճակագրությունը լուծում է իր առջև դրված խնդիրները, առաջ քաշում որակական նոր մոտեցումներ՝ դրանց ձևակերպման մակարդակի բարձրացման ուղղությամբ:

Վիճակագրության տեսությունը վիճակագրական համակարգերի միջուկն է, որն ապահովում է տեսական և մեթոդական պատրաստությունը բարձրակարգ վիճակագիրների, տնտեսագետների, ֆինանսիստների, մենեջերների, հաշվապահների, ժողովրդագիրների, սոցիոլոգների համար:

Վիճակագրության տեսության հիմնական խնդիրն է տիրապետել վիճակագրության գիտության հիմունքներին, վերլուծությանը, վերլուծության արդյունքների ընդհանրացման և կանխատեսման հմտություններին:

Վիճակագրությունը նաև մարդկային գործունեության ոլորտ է, որի նպատակը զանգվածային տվյալների հավաքագրումը, մշակումն ու վերլուծությունն է:

Վաստակաշատ գիտնականի և դասախոսի այս ձեռնարկը, որ գրված է գիտատեսական պատշաճ մակարդակով, լավ նվեր է ոչ միայն ուսանողներին և ասպիրանտներին, այլև երիտասարդ դասախոսներին, գործնական վիճակագրությամբ զբաղվողներին:

Պրոֆ. Գագիկ Դավթյան

ՀԵՂԻՆԱԿԻ ԿՈՂՄԻՑ

"Վիճակագրության տեսություն" ձեռնարկի առաջին հրատարակությունը բարեհաջող քննություն բռնեց և արագ սպառվեց՝ կատարելով առաքելությունը: Ձեռնարկի վերահրատարակման անհրաժեշտություն առաջացավ, քանի որ մեծ էր դրա նկատմամբ պահանջարկը:

Վիճակագրությունը եղել և մնում է ցանկացած գիտական հետազոտության կամ գործնական աշխատանքի վերլուծության հիմնական գործիքը: Այն հարստանում և կատարելագործվում է հասարակական կյանքում դրսևորվող տնտեսական, սոցիալական, ժողովրդագրական և բազմատեսակ այլ երևույթների, գործընթացների փոփոխությանը զուգընթաց: Վիճակագրության տեսությունը մնայուն և լայն կիրառություն ունեցող գիտություն է՝ առավել ևս շուկայական տնտեսության պայմաններում:

Սույն ձեռնարկի նպատակն է օգնել բոլոր նրանց, ովքեր զբաղվում են վիճակագրությամբ և իրենց հետազոտական աշխատանքներում օգտվում են վիճակագրության մեթոդներից:

Ձեռնարկի առաջարկվող լրացված և վերամշակված հրատարակությունը բաղկացած է ինը գլխից:

Առաջին գլխում հակիրճ լուսաբանվում է վիճակագրական գիտության ծագման և զարգացման պատմությունը, բացահայտվում են վիճակագրության առարկան, մեթոդը և լուծվող խնդիրները:

Երկրորդ գլուխը նվիրված է վիճակագրական դիտարկումների անցկացման, կազմակերպման և դասակարգման մեթոդաբանությանը:

Երրորդ գլխում պարզաբանվում են դիտարկումների արդյունքների (տվյալների) ամփոփման ու խմբավորման մեթոդները, ինչպես նաև ներկայացման ձևերն ու եղանակները:

Չորրորդ գլխում լուսաբանվում են վիճակագրական ցուցանիշները, տրվում ցուցանիշների տեսական և գործնական հիմնավորումները:

Հինգերորդ գլխում դիտարկվում են տատանման ցուցանիշները և հաճախային բաշխման վերլուծությունը:

Վեցերորդ գլուխը նվիրված է ընտրանքային դիտարկման ուսումնասիրությանը:

Յոթերորդ գլխում տրված է սոցիալ-տնտեսական երևույթների փոխադարձ կապերի վիճակագրական վերլուծությունը, բացահայտվել են պատճառահետևանքային կապերը, կապի սերտության աստիճանը, կառուցվել ռեգրեսիայի հավասարումները, պարզաբանվել դրանց գործակիցների նշանակություններն ու իմաստը, ստուգվել է գործակիցների հավաստիության աստիճանը:

Ութերորդ գլուխը նվիրված է սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի շարքերի վիճակագրական ուսումնասիրությանը:

Իններորդ գլուխը նվիրված է տնտեսական ինդեքսների նշանակությանն ու կարևորությանը:

Գործոնային վերլուծության հիման վրա բացահայտվել է ամեն մի գործոնի ազդեցության աստիճանը:

Հավելվածում ներկայացված են գործնականում կիրառելի հատուկ աղյուսակներ:

ԳԼՈՒԽ I

ՎԻճԱԿԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՐՊԵՍ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

1.1. Վիճակագրության ծագումը և զարգացումը

"Վիճակագրություն" տերմինն ունի լատինական ծագում՝ "status", որի բառացի թարգմանությունը նշանակում է վիճակ, կարգավիճակ, դրություն: Ներկայումս այդ տերմինը օգտագործվում է երեք իմաստով՝ որպես գիտություն, պրակտիկա և տեղեկատվություն:

Վիճակագրությունն ունի բազմադարյա պատմություն: Դրա ծագումը պայմանավորված էր հասարակական պահանջմունքներով, օրինակ՝ հողատեսակների զբաղեցրած տարածությունները, անասունների գլխաքանակը, բնակչության (ընտանիքների) ունեցվածքը, զինապարտների թվաքանակը հաշվառելու անհրաժեշտությամբ: Չինաստանում նման աշխատանքներ կատարվել են դեռևս մ.թ. երկու հազար տարի առաջ: Հին Հռոմում հաշվառվում էին ազատ քաղաքացիները և նրանց ունեցվածքը:

Հասարակական արտադրության և ներքին ու արտաքին առևտրի զարգացմանը զուգընթաց, աճեց վիճակագրական տեղեկատվության պահանջարկը, ընդլայնվեց վիճակագրության գործունեության ոլորտը, կատարելագործվեցին դրա հնարքներն ու մեթոդները: Հաշվառման վիճակագրական աշխատանքները աստիճանաբար ներառեցին տեսական ընդհանրացումներ, ինչը հիմք հանդիսացավ վիճակագրական գիտության առաջացման համար:

Ժամանակակից վիճակագրության ըմբռնմանը մոտ էր "*քաղաքական թվաբանության*" անգլիական դպրոցը, որը ձևավորվել էր գերմանական նկարագրական դպրոցից 100 տարի առաջ և որի հիմնադիրը անգլիացի հայտնի տնտեսագետ Վ. Պետտին էր (1623-1687 թթ.): Պետտիի աշխատանքներում ուրվագծվում էր սոցիալ-տնտեսական ուղղությունը, որի գաղափարը այս կամ այն երևույթի կոնկրետ գնահատումն էր թվերի միջոցով:

17-րդ դարի երկրորդ կեսին, գերմանացի գիտնական Գ. Կոնրինգի (1606-1681 թթ.) ջանքերով ստեղծվել էր, այսպես կոչված՝ "*պետականագիտության*" դպրոցը: Պետականագիտության կողմնակիցների աշխատությունները նվիրված էին պետության, դրա կարգերի, բնակչության կենցաղի ու բարքերի, բնական պայմանների, ֆինանսների ու բանակի նկարագրությանը: Չնայած այս ուղղության ներկայացուցիչներն իրենց աշխատանքները համարում էին վիճակագրական, սակայն դրա հետ չէր կարելի համաձայնվել, քանի որ դրանցում տրվում էր միայն պետության առերևույթ նկարագիրը։ Այս դպրոցի տեսակետը շատ հեռու էր վիճակագրական գիտության ներկա բովանդակությունից։ Դպրոցը գոյատևեց ավելի քան 150 տարի՝ չփոխելով տեսական հիմունքները։

Պետականագետների ընտրած ուղղությունը հետագա զարգացում ստացավ գերմանացի գիտնական, իրավունքի պրոֆեսոր Գ. Ախենվալի (1719-1772 թթ.) և Ա. Շլեցերի կողմից։ Հենց Գ. Ախենվալն է առաջին անգամ, 1746 թ., գործածել "*վիճակագրություն*" տերմինը և Մարբուրգի, այնուհետև Գետտենգենի համալսարաններում սկսել կարդալ այդ անվանումով նոր ուսումնական դասընթացը։

19-րդ դարի երկրորդ կեսին ծնվեց վիճակագրական գիտության երրորդ՝ "վիճակագրամաթեմատիկական" ուղղությունը։ Դրա զարգացման գործում մեծ ներդրում ունեցավ բելգիացի վիճակագիր Ա.Կետլեն (1796-1874 թթ.)։ Նրա մեծ ավանդը զանգվածային երևույթներում դրսևորվող օրինաչափությունների բացահայտումն էր քանակական մեթոդների օգնությամբ։ Վիճակագրության մաթեմատիկական ուղղությունը զարգացվել է Ֆ. Բուլտոնի (1822-1911 թթ.), Կ. Պիրսոնի (1857-1936 թթ.), Վ. Գոսետի (1890-1962 թթ.), Մ. Միտչելի (1874-1948 թթ.) և այլ գիտնականների աշխատություններում։ Այս դպրոցի ներկայացուցիչները վիճակագրական գիտության հիմքը և կիրառության ճյուղը համարում էին հավանականությունների տեսությունը։

19-րդ դարում վիճակագրական գիտության զարգացման գործում մեծ ներդրում ունեցան նաև Ռուսաստանի "*ակադեմիական*" դպրոցի ներկայացուցիչները (Ա. Չուպրով, Ն. Կաբլուկով, Ա. Կաուֆման), որոնք ջանում էին պետության ուսումնասիրությունը փոխարինել հասարակության ուսումնասիրությամբ։

Սակայն մինչև 20-րդ դարի կեսը և ոչ մի ուղղության ներկայացուցիչ հստակ չէր սահմանել վիճակագրության առարկան և մեթոդը, առանց որոնց այն չէր կարող ճանաչվել որպես ինքնուրույն գիտություն։ Որպես գիտություն՝ վիճակագրությունը սկսեց ձևավորվել 20 դարի 50-ական թվականներին։ Դրա ծագման և զարգացման գործընթացի վրա խորը և դրական ազդեցություն են թողել խորհրդային և ռուսական վիճակագրական դպրոցների ներկայացուցիչները (Վ. Նեմչինով, Վ. Ստարովսկի, Ա. Բոյարսկի, Բ. Յաստրեմսկի, Լ. Նեկրաշա և ուրիշներ), որոնց մենագրությունները, դասագրքերը, ուսումնական ձեռնարկները և տարբեր բնույթի գիտական աշխատությունները դարձել են վիճակագիրների ուղեցույցը։

Վիճակագրություն են անվանում նաև հասարակական կյանքի տարբեր կողմերը բնութագրող բազմապիսի թվային տվյալները։

1.2. Վիճակագրության առարկան, դրա հիմնական գծերը և բնութագրերը

Յուրաքանչյուր գիտության բովանդակությունը որոշվում է այն բանով, թե ինչ է այն ուսումնասիրում և ինչպիսի մեթոդներ են օգտագործվում այդ նպատակը իրականացնելու համար, այսինքն՝ տվյալ գիտության *առարկայով*։

Վիճակագրության ուսումնասիրության օբյեկտը հասարակությունն է, նրանում տեղի ունեցող երևույթներն ու գործընթացները։ Սակայն միայն վիճակագրությունը չէ, որ ուսումնասիրում է հասարակական կյանքի երևույթները՝ դրանով զբաղվում են բոլոր հասարակական գիտությունները։ Ընդ որում, դրանցից յուրաքանչյուրն ուսումնասիրում է հասարակական կյանքի կողմերից մեկը, որն էլ հանդիսանում է այդ գիտության առարկան։

Հասարակական մյուս գիտություններից վիճակագրությունը տարբերվում է յուրահատուկ առանձնահատկություններով։

Առաջին առանձնահատկությունը՝ *հասարակական երևույթների և գործընթացների քանակական կողմի ուսումնասիրությունն է*։ Քանակական կողմ ասելով՝ պետք է նկատի ունենալ հասարակական երևույթների կոնկրետ չափերը (օրինակ՝ կոնկրետ պահի դրությամբ երկրի բնակչության թիվը կամ ՀՆԱ ծավալը տարեկան կտրվածքով)։ Սակայն հասարակական երևույթների քանակական բնութագրերը անբաժան են ուսումնասիրվող օբյեկտների *որակական առանձնահատկություններից* (օրինակ՝ բարձրագույն կրթություն ունեցողների թիվը բնակչության ընդհանուր թվաքանակում)։

Հասարակական կյանքի երևույթները անցնում են զարգացման տարբեր փուլեր։ Ժամանակի ընթացքում փոփոխվում են ինչպես դրանց չափերը, այնպես էլ դրանց միջև գոյություն ունեցող հարաբերակցությունները, որոնք միանման չեն տարբեր տարածքներում և օբյեկտներում։ *Այդ պատճառով էլ վիճակագրությունը հասարակական երևույթների քանակական և որակական բնութագրիչները ուսումնասիրում է տեղի և ժամանակի կոնկրետ պայմաններում*։

Վիճակագրության **երկրորդ առանձնահատկությունն** այն է, որ ուսումնասիրում է ոչ միայն առանձին փաստեր, այլև *մեծ թվով զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթներ ու առանձին միավորներ ընդգրկող համակցություններ*, որոնք բնութագրվում են ինչպես անհատական, այնպես էլ՝ ընդհանրական հատկություններով։ Այս դեպքում վիճակագրության խնդիրն է ընդհանրական ցուցանիշների միջոցով բացահայտել հասարակական կյանքում դրսևորվող օրինաչափությունները, որոնք հատուկ են ոչ թե առանձին պատահական տարրերին, այլ երևույթների մեծ՝ զանգվածային համակցություններին: Վիճակագրությունն ուսումնասիրում է զանգվածային երևույթների օրինաչափությունները:

Վիճակագրական օրինաչափությունը երևույթներում դրսևորվող պարբերականությունն է, անընդհատությունը և հաջորդականությունը: Վիճակագրական հետազոտության կոնկրետ օբյեկտը կոչվում է **վիճակագրական համակցություն**:

Վիճակագրական համակցությունը ուսումնասիրվող երևույթի միավորների բազմությունն է, որոնք միավորվում են հետազոտության խնդրին համապատասխանող միևնույն որակական հիմքով, կամ ըստ որևէ ընդհանրացնող հատկանիշի: Սակայն վիճակագրական համակցության կազմը չի կարող լինել անփոփոխ, որովհետև այն ձևավորվում է հետազոտության որոշակի նպատակներին համապատասխան:

Վիճակագրության **երրորդ առանձնահատկությունը**՝ ուսումնասիրվող հասարակական երևույթների համակցություններին բնորոշ երկու հատկություններն են՝

- միավորների որակական համասեռությունը (օրինակ՝ գյուղացիական տնտեսությունները)
- ուսումնասիրվող հատկանիշների տատանումը (նույն օրինակը):

Վիճակագրությունում **հատկանիշը** բնութագրում է ուսումնասիրվող երևույթի բնորոշ հատկությունը, որի շնորհիվ այն տարբերվում է մյուս երևույթներից: Հատկանիշները լինում են ատրիբուտիվ (որակական) և քանակական:

Ատրիբուտիվ հատկանիշները չեն կարող արտահայտվել քանակապես (թվային արժեքներով), քանի որ ունեն իմաստային բովանդակություն (օրինակ՝ սեռը, սոցիալական ծագումը, մասնագիտությունը և այլն): Եթե ատրիբուտիվ հատկանիշը կարող է ընդունել ընդամենը երկու հակադիր արժեքներից (նշանակություններից) միայն մեկը, ապա այն կոչվում է *ալտերնատիվ* հատկանիշ:

Քանակական հատկանիշները արտահայտվում են թվային արժեքներով (օրինակ՝ տարիքը, աշխատավարձի չափը և այլն:)

Քանակական բնութագրերը վիճակագրությունում արտահայտվում են որոշակի տեսակների թվերով (բացարձակ արժեքներով, հարաբերական, միջին և այլն): Վիճակագրական ցուցանիշը հենց այն բնութագիրն է, ըստ որի ամբողջ համակցությունը կամ դրա միավորի արժեքները մեկնաբանվում են տվյալ ցուցանիշին համապատասխանող չափման միավորներով (կգ, տոննա, մ, կմ, դրամ և այլն): Վիճակագրական ցանկացած ցուցանիշ ունի բովանդակություն, որը չի կարող արտահայտվել "չոր" կամ անորոշ թվերով: Այն պետք է լինի որոշակի բոլոր առումներով՝ քանակական, որակա-

կան, ժամանակային և տարածական: Օրինակ՝ 2005 թ. ՀՀ-ում կյանքի սպասվելիք տևողությունը կազմել է 73.5 տարի: Այս օրինակում քանակական կողմը 73.5 տարին է, որակականը՝ կյանքի սպասվելիք տևողությունը, ժամանակայինը՝ 2005 թ. և տարածքայինը՝ ՀՀ: Եթե որոշակիության կողմերից որևէ մեկը բացակայում է, ապա վիճակագրական ցուցանիշը կորցնում է իմաստը:

Եթե հասարակական կյանքում տեղի ունեցող բարդ երևույթների բնութագրման համար օգտագործվում են մի խումբ ցուցանիշներ, ապա դրանցով ձևավորվում է *ցուցանիշների համակարգը*.

Նկատի ունենալով վերոհիշյալը՝ վիճակագրության առարկան կարելի է բնութագրել հետևյալ կերպ.

Վիճակագրությունը հասարակական գիտություն է, որն ուսումնասիրում է հասարակական կյանքում տեղի ունեցող զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների ու գործընթացների քանակական ու որակական կողմերը՝ տեղի և ժամանակի կոնկրետ պայմաններում:

Ելնելով առարկայի հիմնական գծերից և բնութագրերից՝ կարող ենք որոշել "վիճակագրություն" գիտության հետևյալ ճանաչողական խնդիրները՝

- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների մակարդակի և կառուցվածքի ուսումնասիրություն,
- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների փոխկապակցության ուսումնասիրություն,
- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի ուսումնասիրություն:

Այսպիսով, ինչպես ցանկացած գիտական, այնպես էլ վիճակագրական հետազոտության նպատակը զանգվածային երևույթների ու գործընթացների էության և իրեն հատուկ օրինաչափությունների բացահայտումն է: Վիճակագրական օրինաչափությունների հետազոտության հիմքում ընկած է մեծ թվերի օրենքը:

1.3. Վիճակագրության մեթոդը և խնդիրները

Մեթոդը հետազոտության նպատակների իրականացմանն ուղղված ճանաչողական հնարք է, գիտելիքներ ձեռք բերելու կարգավորված գործունեություն:

Վիճակագրական գիտության տեսական հիմքը տնտեսագիտության տեսության դրույթներն են, որոնք հետազոտում և ձևավորում են հասարակական կյանքում տեղի ունեցող սոցիալ-տնտեսական երևույթների զարգացման օրենքները: Իր հերթին, տնտեսագիտության տեսությունն օգտագործում է վիճակագրական տեղեկատվությունները տեսական դրույթները ստուգելու, հիմնավորելու և լուսաբանելու համար:

Վիճակագրության մեթոդաբանական հիմքը ճանաչողության տեսությունն է, ըստ որի վիճակագրությունը սոցիալ-տնտեսական երևույթները և գործընթացները վերլուծում է ոչ միայն մեկուսացված կամ անորոշության վիճակում, այլև փոխներգործության, փոխկապակցվածության, շարժման և զարգացման գործընթացում:

Վիճակագրական գիտության զարգացման համար հիմք են հանդիսացել նաև փիլիսոփայությունը և տրամաբանությունը: Դիալեկտիկայի օրենքների և կատեգորիաների գիտակցումը հնարավորություն է ընձեռում ճիշտ հասկանալ վիճակագրական հետազոտության ենթակա երևույթների էությունը և համապատասխան գործիքներ ու մեթոդաբանություն ընտրել դրանք ուսումնասիրելու համար: Այնպիսի կատեգորիաների մշակումը, ինչպիսիք են քանակը և որակը, անհրաժեշտությունը և պատահականությունը, օրինաչափությունը և այլն, հնարավորություն են տալիս փիլիսոփայորեն իմաստավորել վիճակագրության առարկան, մեթոդները և խնդիրները: Դրա հետ մեկտեղ, իր առարկան ուսումնասիրելու համար վիճակագրությունը մշակել է յուրահատուկ հնարքներ, որոնցով և ձևավորվում է նրա մեթոդաբանությունը:

Որպես վիճակագրության մեթոդաբանություն՝ հասկանում ենք հնարքների, եղանակների և մեթոդների մի այնպիսի համակարգ, որը նշանակված է սոցիալ-տնտեսական երևույթների կառուցվածքում, դինամիկայում և փոխկապակցություններում դրսևորվող քանակական օրինաչափությունների ուսումնասիրության համար:

Վիճակագրական հետազոտությունը բաղկացած է երեք հիմնական փուլերից.

- վիճակագրական դիտարկում,
- դիտարկման արդյունքների սկզբնական մշակում, ամփոփում և խմբավորում,
- ամփոփված նյութերի վերլուծություն:

Թվարկված բոլոր փուլերը փոխկապակցված են, և որևէ մեկի բացակայությունը հանգեցնում է հետազոտության ամբողջականության խախտմանը: Յուրաքանչյուր փուլում օգտագործվում են տվյալ փուլին հատուկ մեթոդներ՝ հաշվի առնելով աշխատանքների բովանդակությունը:

Այսպես, *դիտարկումը* վիճակագրական հետազոտության առաջին փուլն է, որի նպատակն է՝ ուսումնասիրվող երևույթների և գործընթացների վերաբերյալ սկզբնական տվյալների հավաքագրումը: Այս փուլում օգտագործվում է *զանգվածային դիտարկման* մեթոդը:

Երկրորդ փուլում կիրառվում են *վիճակագրական խմբավորման*, *աղյուսակային ներկայացման* և *գրաֆիկական պատկերման* մեթոդները:

Երրորդ՝ վերլուծական փուլում, ընդհանրական ցուցանիշների ստացման, դրանց մակարդակների, կառուցվածքի և դինամիկայի վերլուծության նպատակով, օգտագործվում են *բացարձակ*, *հարաբերական* և *միջին* մեծությունների հաշվարկման մեթոդները: Ընդհանրական կամ միջին մեծություններում թաքնված մասնակի տարբերությունները բացահայտվում են տատանման ցուցանիշներով: Այս փուլում օգտագործվում են նաև դինամիկայի շարքերի և բազմագործոն վերլուծության, ինդեքսային, և կոռելյացիոն–ռեգրեսիոն մեթոդները:

Վիճակագրության խնդիրները միշտ էլ բխել են երկրում գործող տնտեսական համակարգի պահանջներից: Ներկայումս վիճակագրության կարևորագույն խնդիրներից մեկը համարվում է երկրի սոցիալ-տնտեսական վիճակի բազմակողմանի լուսաբանումը, դրանում դրսևորվող այնպիսի օրինաչափությունների բացահայտումը, որոնք պայմանավորված են շուկայական հարաբերություններին անցնելու, այսինքն՝ երկրի տնտեսական և սոցիալական ոլորտներում կատարվող փոփոխությունները քանակապես և օբյեկտիվորեն գնահատելու հետ:

Երկրի տնտեսության կառավարման մեխանիզմում առանձնահատուկ տեղերից մեկը պատկանում է վիճակագրությանը, որովհետև տեղեկատվության կազմը, նրա որակը և արդիականությունը հիմք են հանդիսանում կառավարական որոշումների ընդունման համար:

Ելնելով կառավարման բնույթի փոփոխություններից՝ Ազգային հաշիվների համակարգի (ԱՀՀ) ներդրումից, ձեռնարկությունների դերից և ենթակայություններից, ձևավորվող միջտարածքային հարաբերություններից և արտաքին աշխարհի հետ ստեղծված նոր կապերից, վիճակագրությունը կոչված է լուծելու հետևյալ խնդիրները.

- Պետական կառավարման մարմինների, միջազգային կազմակերպությունների (ՄԱԿ, ԱՄՀ, ՀԲ), լայն հասարակության, գործարարների և անհատ քաղաքացիների՝ արժանահավատ տեղեկատվության ապահովումը:
- Գիտականորեն հիմնավորված ցուցանիշների համակարգի օգտագործմամբ՝ հասարակական կյանքում տեղի ունեցող սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների բազմակողմանի հետազոտումը:
- Հասարակական զարգացման գործընթացներում դրսևորվող օրինաչափությունների և միտումների ընդհանրացումն ու

կանխատեսումը:
- Վիճակագրական աշխատանքների համապատասխանեցումը միջազգային ստանդարտներին:
- Համատարած դիտարկումներից՝ ընտրանքային դիտարկումների մեթոդներին անցումը:

1.4. Վիճակագրության ընդհանուր տեսությունը որպես վիճակագրական գիտության ճյուղ

Մինչ 20-րդ դարի սկիզբը, գիտական աշխարհում վիճակագրությունը հայտնի էր մեկ ընդհանուր՝ "վիճակագրություն" անվանումով:

Վիճակագրական գիտության հետագա զարգացումը հանգեցրեց մի շարք ինքնուրույն ճյուղերի առաջացման: Դա բացատրվում էր հետազոտության նոր՝ որոշակի առարկաների և բնութագրման համար յուրահատուկ ցուցանիշների համակարգերի ծնունդով:

20-րդ դարի սկիզբը նշանավորվեց մաթեմատիկական վիճակագրության ինտենսիվ զարգացումով և դրա ապարատի լայն կիրառումով: 20-րդ դարի երկրորդ կեսում արտադրության զարգացումը և սոցիալ-տնտեսական գործընթացները դարձան ավելի բարդ և բազմաբնույթ: Ճյուղային, միջճյուղային և միջտարածքային կապերի բարդացումը պահանջում էր նոր ցուցանիշների մշակում և մինչ այդ կիրառություն գտածների կատարելագործում: Այդ պայմաններում վիճակագրական գիտության զարգացումն ընթացավ ոչ միայն հետազոտության մեթոդների խորացման և կատարելագործման, այլև մասնագիտացման ուղիով: Ծնունդ առան տնտեսության առանձին ճյուղերին և սոցիալական հարաբերություններին վերաբերող ճյուղային վիճակագրություններ, ինչի արդյունքում վիճակագրությունը դարձավ բազմաճյուղ, սակայն չկորցրեց միասնականությունը:

Ճյուղային վիճակագրություններից յուրաքանչյուրն ունի սեփական հետազոտության օբյեկտը և բացահայտում է օգտագործվող ցուցանիշների էությունը, մշակում դրանց գիտական և գործնական կիրառության կանոններն ու մեթոդները: Սակայն բոլոր ճյուղային վիճակագրություններում կիրառվում են վիճակագրության ընդհանուր տեսության սկզբունքներն ու մեթոդները:

Միասնական վիճակագրական գիտությունը ներկայացվում է երեք մակարդակներով:

Առաջին մակարդակը վիճակագրության ընդհանուր տեսությունն է: Դա գիտություն է սոցիալ-տնտեսական երևույթների առավել ընդհանուր սկզբունքների, կանոնների և թվային լուսաբանման օրենքների մասին: Այն տալիս է ընդհանրական իմաստ ունեցող վիճակագրական հասկացությունների, կատեգորիաների սահմանումը (օրինակ՝ "օրինաչափություն", "ցուցանիշ", "հատկանիշ", "միջին մեծություն" և այլն) և մեթոդներ է մշակում սոցիալ-տնտեսական երևույթների ուսումնասիրության համար:

Երկրորդ մակարդակում առանձնացվում են երկու խոշոր ընդհանրական ոլորտներ՝ տնտեսական և սոցիալական վիճակագրությունները:

Տնտեսական վիճակագրությունը ուսումնասիրում է տնտեսության բնագավառի երևույթներն ու գործընթացները, տնտեսության ճյուղերի և հասարակական վերարտադրության տարրերի կառուցվածքը, համամասնություններն ու փոխկապակցությունները:

Սոցիալական վիճակագրությունն ուսումնասիրում է այնպիսի երևույթներն ու գործընթացները, որոնք բնութագրում են մարդկանց ապրելակերպը, կենսագործունեության պայմանները, աշխատանքի և ոչ արտադրական գործունեության ընթացքում ստեղծված (դրսևորված) փոխհարաբերությունները:

Երրորդ մակարդակում առանձնացվում են տնտեսական և սոցիալական վիճակագրության ճյուղերը:

Տնտեսական վիճակագրությունը ներառում է արդյունաբերության, գյուղատնտեսության, ապրանքների ու ծառայությունների շուկայի և արտադրական ոլորտի այլ ճյուղերի վիճակագրությունները:

Սոցիալական վիճակագրությունը ներառում է բնակչության կենսամակարդակի, ապահովագրության, մշակույթի, առողջապահության և սոցիալական ոլորտի այլ ճյուղերի վիճակագրությունները:

Վիճակագրությունը զարգանում է որպես միասնական գիտություն, և յուրաքանչյուր ճյուղի զարգացումը օժանդակում է դրա ամբողջական կատարելագործմանը:

Վիճակագրության ընդհանուր տեսությունը վիճակագրական մյուս դասընթացների ուսումնասիրության առաջին փուլն է: Այն բոլոր վիճակագրությունների տեսական հիմքն է, որի կողմից մշակված վերլուծական մեթոդները, հասկացություններն ու կատեգորիաները որոշակի կիրառություն են գտնում դրանց դասավանդման և հետազոտական աշխատանքներում:

"Վիճակագրության ընդհանուր տեսություն" առարկան ընգրկում է հետևյալ կարևորագույն բաժինները.

- վիճակագրական դիտարկումների, խմբավորումների աղյուսակային և գրաֆիկական պատկերումների մեթոդները,
- ընդհանրական ցուցանիշների մեկնաբանումը՝ բացարձակ, հարաբերական և միջին մեծությունների տեսքով,
- տատանվող շարքերի չափերի և ինտենսիվության ցուցանիշ-

ների հաշվարկը,
- ընտրանքային մեթոդը, դրա խնդիրները և կիրառումը սոցիալ-տնտեսական հետազոտություններում,
- դինամիկայի շարքերի հասկացությունը և վերլուծական ցուցանիշները,
- ինդեքսների մեթոդը և դրա կիրառումը սոցիալ-տնտեսական երևույթների մակարդակների և ծավալների վերլուծությունում՝ ժամանակի և տարածության մեջ,
- կոռելյացիոն և ռեգրեսիոն մեթոդների կիրառումը վիճակագրական հետազոտություններում:

ԳԼՈՒԽ II

ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ

2.1. «Վիճակագրական դիտարկում» հասկացությունը և անցկացման փուլերը

Վիճակագրական դիտարկումը հետազոտության սկզբնական փուլն է: Այն հասարակական կյանքի երևույթների և գործընթացների վերաբերյալ զանգվածային սկզբնական տեղեկատվության հավաքագրման՝ գիտականորեն կազմակերպված և միասնական ծրագրով իրականացվող հետազոտություն է: Սակայն ոչ բոլոր տեղեկությունների հավաքագրումն է համարվում վիճակագրական: Վիճակագրական են միայն այն դիտարկումները, որոնց ընթացքում ուսումնասիրվում են տնտեսական և սոցիալական երևույթների այնպիսի օրինաչափություններ, որոնք համընդհանուր են այս կամ այն համակցության անդամների մեծ մասի համար:

Տեղեկատվությունը պետական վիճակագրական մարմինների գործունեության հիմնական արդյունքն է: Ինչպես և ցանկացած արդյունք, տեղեկատվությունն ունի արժեք: Հատկապես թանկ է գնահատվում այն տեղեկատվությունը, որը հավաքագրվում է վիճակագրական աշխատանքների ծրագրերից դուրս:

Արժեքը մեծ է, երբ տեղեկատվությունը արժանահավատ է (ստույգ) և համադրելի:

Արժանահավատության ապահովման ընդհանուր պահանջը դիտարկվող օբյեկտի բոլոր բաղադրիչների վերաբերյալ ամբողջական և ճշգրիտ գրառումն է: Այդ տվյալները պետք է ծառայեն այն նպատակներին, որոնց համար կատարվել է դիտարկումը:

Որպես համադրելիություն, առաջին հերթին, պետք է հասկանալ տվյալների ընդհանրացման հնարավորությունները ժամանակի և տարածության առումով, որի ապահովման համար էլ տվյալները պետք է հավաքագրվեն միաժամանակ և միասնական մեթոդաբանությամբ:

Վիճակագրական դիտարկում կարող են անցկացնել ոչ միայն պետական վիճակագրական մարմինները, այլև գիտահետազոտական ինստիտուտները, բանկերի, բորսաների և ֆիրմաների վիճակագրական ծառայությունները:

Վիճակագրական դիտարկման գործընթացն ընդգրկում է հետևյալ փուլերը.
- դիտարկման նախապատրաստում,

- զանգվածային տվյալների հավաքագրում,
- հավաքագրած տվյալների մեքենայական մշակում:

Վիճակագրական դիտարկման նախապատրաստման գործընթացն ընդգրկում է աշխատանքների տարբեր տեսակներ: Սկզբում անհրաժեշտ է որոշել մեթոդաբանական հարցերը (դիտարկման նպատակը և օբյեկտը, գրանցման ենթակա հատկանիշների կազմը, դիտարկման միավորի ընտրությունը և այլն): Այս փուլում անհրաժեշտ է լուծել նաև կազմակերպական բնույթի հիմնախնդիրներ (օրինակ՝ դիտարկումը անցկացնող ծառայության կազմը, կադրերի նախապատրաստումը, օրացուցային պլանի կազմումը, փաստաթղթերի բազմացումը և այլն):

Զանգվածային տվյալների հավաքագրման աշխատանքները անմիջականորեն կապված են ծառայողական մատյանների (տեղեկամատյանների) լրացման հետ: Այն սկսվում է գրառման թերթերը, բլանկները, անկետաները (հարցաթերթերը) ցրելուց և ավարտվում է դիտարկումը կազմակերպող ծառայության կողմից լրացված տեսքով դրանց հանձնումով:

Վերջին՝ մեքենայական մշակման փուլում տվյալները ենթարկվում են թվաբանական և տրամաբանական ստուգման, որն անհնար է իրականացնել առանց ցուցանիշների և որակական հատկանիշների միջև փոխկապակցվածության իմացության: Վիճակագրական աշխատանքների օպերատիվությունը և որակը կախված են տեղեկատվության հավաքագրման, փոխանցման, մշակման և պահպանման տեխնոլոգիաներից: Այս աշխատանքներում մեծ է նորագույն հաշվողական տեխնիկայի և ծրագրային ապահովման դերը:

Վիճակագրական դիտարկման առանձին փուլերը (մասնավորապես առաջինը) և վիճակագրական դիտարկումն ամբողջությամբ վերցրած, պահանջում են ֆինանսական, աշխատանքային և ժամանակի զգալի ծախսումներ, իսկ համատարած դիտարկումների որոշ տեսակները (օրինակ՝ մարդահամարը)՝ մեծ ծախսումներ:

2.2. Վիճակագրական դիտարկման ծրագրամեթոդաբանական և կազմակերպական հարցերը

Ցանկացած վիճակագրական դիտարկում անհրաժեշտ է սկսել դրա նպատակի և կոնկրետ խնդիրների ճիշտ ձևակերպումից:

Դիտարկման նպատակը երևույթների և գործընթացների զարգացման օրինաչափությունների բացահայտման համար արժանահավատ տեղեկատվություն ստանալն է: Պետք է հստակ պատկերացնել հետազոտության նպատակը, հակառակ դեպքում այն կարող է վերածվել ոչ պիտանի տվյալների հավաքագրման: Դիտարկման խնդիրները բխում են դրա ծրագրից և կազմակերպման ձևերից: Այս փուլում որոշվում է նաև հետագա աշխատանքների կազմը և, առաջին հերթին, դիտարկման օբյեկտը և միավորը:

Դիտարկման օբյեկտը սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների համակցություն է, որը ենթակա է հետազոտության: Հետազոտության օբյեկտ կարող են հանդիսանալ ֆիզիկական անձինք (երկրի և դրա առանձին տարածքների բնակչությունը), ֆիզիկական միավորները (շենքեր, մեքենաներ, հաստոցներ), իրավաբանական անձինք (ձեռնարկություններ, ֆերմերային տնտեսություններ, առևտրային բանկեր) և դրանց համակցությունները:

Վիճակագրական դիտարկման օբյեկտը որոշելու համար անհրաժեշտ է հստակեցնել ուսումնասիրվող համակցության սահմանները: Այդ նպատակով օգտագործվում է որոշակի ցենզ (արտոնակարգ): Ցենզը սահմանափակող հատկանիշն է, որին պետք է համապատասխանեն համակցության բոլոր միավորները: Օրինակ, անհրաժեշտ է հաշվառել տեղակայված սարքավորումների քանակը: Այս դեպքում ցենզը "տեղակայվածներն են", անկախ այն բանից, գործում են դրանք, նորոգվում, թե՝ ոչ:

Վիճակագրական դիտարկման բոլոր օբյեկտները բաղկացած են առանձին տարրերից՝ դիտարկման միավորներից: Դիտարկման օբյեկտը որոշելուց հետո անհրաժեշտ է ճշտել դիտարկման միավորները:

Դիտարկման միավորը դիտարկվող օբյեկտի բաղկացուցիչ տարր է և հանդիսանում է գրառմանը ենթակա հատկանիշի կրող: Օրինակ, ժողովրդագրական հետազոտությունների ժամանակ դիտարկման միավոր կարող է հանդիսանալ մարդը կամ տնային տնտեսությունը: Դիտարկման միավորը որոշելու հետ մեկտեղ մշակվում է վիճակագրական դիտարկման ծրագիրը:

Դիտարկման ծրագիրը հարցացուցակ է, ըստ որի հավաքագրվում են տեղեկությունները, կամ գրառման ենթակա հատկանիշների և ցուցանիշների ցուցակ է (թվարկում): Դիտարկման ծրագիրը ձևավորվում է բլանկի (անկետայի, տեղեկամատյանի) տեսքով, որում լրացվում են սկզբնական տեղեկությունները: Բլանկին կից ներկայացվում է հրահանգ, որում բացատրվում է հարցերի իմաստը և լրացման կարգը: Դիտարկման ծրագրի հարցերի կազմը և բովանդակությունը կախված է հետազոտության խնդիրներից և ուսումնասիրվող հասարակական երևույթների առանձնահատկություններից: Վիճակագրական դիտարկման ծրագիրը պետք է բավարարի հետևյալ պահանջները.

- ♦ Ծրագրում պետք է ընդգրկվեն միայն այն հարցերը, որոնք անմիջականորեն կապված են տվյալ հետազոտության հետ: Յարկ չէ ծանրաբեռնել ծրագիրը ավելորդ կամ երկրորդական նշանակություն ունեցող հարցերով:

- Ծրագրում պետք է ընդգրկվեն միայն այն հարցերը, որոնց վերաբերյալ կարող են ստացվել ճիշտ (ստույգ) պատասխաններ: Այն պետք է հեշտությամբ ընկալվի հարցվողի կողմից:
- Յարկ չէ ծրագրում ընդգրկել կասկածելի հարցեր, որոնց պատասխանները կարող են վնասել հարցվողներին:
- Արժանահավատ տեղեկություններ ստանալու համար ծրագրում ընդգրկվող հարցերը պետք է ներկայացվեն տրամաբանական հաջորդականությամբ, ընդ որում՝ ստացված տվյալները ստուգելու և ճշգրտելու նպատակով հարցաշարում պետք է ընդգրկվեն վերահսկող բնույթի հարցեր:
- Ստացված տեղեկությունների միօրինակությունը ապահովելու համար ծրագիրը ձևավորվում է տեղեկամատյանների տեսքով:

Վիճակագրական տեղեկամատյանը դիտարկման ծրագիրը և արդյունքները բովանդակող միատեսակ նմուշի փաստաթուղթ է: Վիճակագրական տեղեկամատյանի պարտադիր տարրերը տիտղոսային և հասցեական մասերն են: Առաջինում գրվում է վիճակագրական դիտարկման և այն նախաձեռնող մարմնի անվանումը, իսկ երկրորդում՝ հաշվետու միավորի հասցեն:

Տեղեկամատյանը կարող է ունենալ տարբեր անվանումներ. գրառման թերթ, հարցացուցակ և այլն: Այն լինում է անհատական և ցուցակային: Վիճակագրական դիտարկում կազմակերպելու համար կարևորագույն խնդիրներից մեկը՝ դիտարկման վայրի և ժամանակի ընտրությունն է:

Դիտարկման վայրի ընտրությունը կախված է դիտարկման նպատակից: Այն կարող է ընդգրկել երկրի ամբողջ տարածքը (օրինակ՝ մարդահամարը), դրա որոշակի հատվածները (օրինակ՝ տնային տնտեսությունների ընտրանքային հետազոտությունը) և այլն:

Դիտարկման ժամանակն ընտրելու համար պահանջվում է լուծել երկու հարց՝

- որոշել դիտարկման կրիտիկական պահի կամ ժամանակի միջակայքի սահմանները,
- որոշել դիտարկման ժամկետը (ժամանակամիջոցը):

Կրիտիկական պահը այն կոնկրետ տարին, օրը և ժամն է, որի դրությամբ պետք է կատարվի ուսումնասիրվող համակցության յուրաքանչյուր միավորին վերաբերող հատկանիշի գրառումը: Օրինակ՝ 2001թ. ՅՅ-ում անցկացված մարդահամարի կրիտիկական պահը համարվեց հոկտեմբերի 10-ի 0^{00} ժամը (նույնն է, ինչ և հոկ-

տեմբերի 9-ի ժամը 24^{00}):

Դիտարկման ժամկետը (ժամանակամիջոցը) այն ժամանակահատվածն է, որի ընթացքում պետք է կատարվի դիտարկումը: Վերոհիշյալ մարդահամարի դիտարկման ժամկետի տևողությունը սահմանված էր 10 օր (հոկտեմբերի 10-ից 19-ը ներառյալ):

2.3. Վիճակագրական դիտարկումների ձևերը, տեսակները և եղանակները

Վիճակագրության պրակտիկայում օգտագործվում են դիտարկումների կազմակերպական **երեք ձևեր**.

- հաշվետվություններ,
- հատուկ կազմակերպվող վիճակագրական հետազոտություններ,
- ռեգիստրներ:

Յաշվետվությունը դիտարկումների կազմակերպական ձև է, որի կիրառության դեպքում դիտարկման ենթակա միավորները տեղեկություններ են ներկայացնում իրենց գործունեության մասին՝ կանոնագրված ձևերի ու տեղեկությունների տեսքով:

Յաշվետվության առանձնահատկությունն այն է, որ պարտադիր է, փաստերով հիմնավորված և իրավաբանորեն հաստատված՝ կազմակերպության ղեկավարի ստորագրությամբ: Յաշվետվությունը պաշտոնական փաստաթուղթ է, որը հիմնվում է սկզբնական հաշվառման տվյալների վրա:

Ըստ ներկայացման ժամկետների հաշվետվությունները լինում են ամենօրյա, շաբաթական, տասնօրյա, ամսական, եռամսյակային և տարեկան:

Ըստ տեղեկությունների ներկայացման եղանակի՝ հաշվետվությունները լինում են էլեկտրոնային, հեռագրության, հեռատիպային և փոստային:

Յատուկ կազմակերպվող վիճակագրական հետազոտությունները անց են կացվում անհրաժեշտ տվյալների բացակայության դեպքում, ճշտելու անհրաժեշտության կամ դրանց ստուգման նպատակով: Նման հետազոտության դասական օրինակը մարդահամարն է:

Ռեգիստրային դիտարկումը վիճակագրական անընդմեջ հետազոտության ձև է: Դա համակարգ է, որը մշտապես հետևում է դիտարկման ենթակա միավորների զարգացման ընթացքին և գնահատում տարբեր գործոնների ներգործության աստիճանը ուսումնասիրվող ցուցանիշների վրա: Դիտարկման յուրաքանչյուր միավորը ռեգիստրում բնութագրվում է ցուցանիշների համապատասխան համակարգով, որոնցից մեկը դիտարկման ողջ ժամանակաշրջանում մնում է անփոփոխ (կամ գրառվում է ընդամենը մեկ անգամ), իսկ մյուսները, որոնց փոփոխության պարբերականությունը հայտնի չէ, թարմացվում են փոփոխությանը զուգընթաց, բայց պահպանվում մինչև դիտարկման աշխատանքների ավարտը։

Վիճակագրական պրակտիկայում տարբերվում են ռեգիստրի տեսակներ՝ բնակչության և ձեռնարկությունների։

Բնակչության ռեգիստրը ընդգրկում է այնպիսի ընդհանրական ցուցանիշներ, ինչպիսիք են՝ սեռը, ծննդյան տարեթիվը և վայրը, ամուսնության տարին, բնակության վայրի փոփոխությունը և այլն։ Եթե բնակիչը մահացել կամ տեղափոխվել է այլ երկիր, ապա նրան վերաբերող տեղեկությունները հանվում են ռեգիստրից։ Իսկ երկրի ներսում բնակության վայրի փոփոխության դեպքում դիտարկվող անձին վերաբերող տեղեկությունները փոխանցվում են նոր վայր։

Ձեռնարկությունների ռեգիստրի տեղեկատվության ֆոնդը ներառում է.

- ռեգիստրային կոդը,
- ճյուղային և տարածքային ենթակայությունը,
- սեփականության և կազմակերպական ձևը,
- հասցեն, հեռախոսի և ֆաքսի համարները,
- տնտեսական ցուցանիշները։

Վիճակագրական դիտարկումները ընդունված է բաժանել **տարբեր տեսակների**՝ ըստ հետևյալ հայտանիշների.

- փաստերի գրառման ժամանակը,
- համակցության միավորների ընդգրկման շրջանակը։

Ըստ առաջին հատկանիշի՝ դիտարկումները լինում են ընթացիկ (անընդհատ) և ընդհատվող։ Վերջինները իրենց հերթին լինում են պարբերական և միանվագ։

Ընթացիկ դիտարկումների ժամանակ փաստերի գրառումը տարվում է դրանց ծագման (տեղի ունենալու) պահով (օրինակ՝ ծնունդը, ամուսնությունը, մահը)։

Պարբերական դիտարկումները կատարվում են ուսումնասիրվող օբյեկտի փոփոխությունները բացահայտելու նպատակով։ Այդ իսկ պատճառով դրանք կազմակերպվում են մի քանի անգամ, այն էլ՝ ժամանակի տարբեր պահերին։

Միանվագ դիտարկումների նպատակը տեղեկությունների հավաքագրումն է որևէ երևույթի կամ գործընթացի վերաբերյալ (հետազոտության պահի դրությամբ)։

Համակցության միավորների ընդգրկման տեսակետից՝ դիտարկումները լինում են համատարած և ոչ համատարած։

Համատարած են համարվում այն դիտարկումները, որոնց ըն-

թացքում հաշվառվում են ուսումնասիրվող համակցության բոլոր միավորները։ Հարկ է նշել, որ դիտարկման այսպիսի կազմակերպումը պահանջում է ֆինանսական և աշխատանքային մեծ ծախսումներ։ Այդ պատճառով դրանց մեծ մասը փոխարինվում է ոչ համատարած դիտարկումներով։

Ոչ համատարած դիտարկումների միջոցով հաշվառվում է ուսումնասիրվող համակցության միավորների մի մասը այնպես, որ դիտարկման արդյունքներով հնարավոր լինի ստանալ ողջ համակցության բնութագիրը։ Գործնականում կիրառվում են ոչ համատարած դիտարկումների երեք տեսակներ՝ ընտրանքային, հիմնական զանգվածի և մենագրական։

Ընտրանքային դիտարկումերի դեպքում հաշվառվում են համակցության պատահական կարգով ընտրված մասի տվյալները, որոնց միջոցով տրվում է ողջ համակցության բնութագրումը։ Դիտարկման ենթակա միավորների թիվը որոշվում է ելնելով ուսումնասիրվող սոցիալ-տնտեսական երևույթների բնույթից և, ըստ դրա, ընտրանքը պետք է ընդգրկի համակցությունում գոյություն ունեցող բոլոր տիպերի միավորները։

Հիմնական զանգվածի դիտարկման տեսակը կիրառելիս հետազոտության են ենթարկվում համակցության այնպիսի խոշոր միավորները, որոնք ունեն մեծ տեսակարար կշիռ՝ ըստ հիմնական ուսումնասիրվող հատկանիշի։

Մենագրական դիտարկումները նախատեսում են ուսումնասիրվող համակցության առանձին միավորների մանրազնին հետազոտություն։

Վիճակագրական տեղեկատվությունների **ստացման եղանակները** երեքն են՝ անմիջական, փաստաթղթային և ուղղակի հարցման։

Անմիջական դիտարկման եղանակը կիրառելու դեպքում համապատասխան գրանցումները կատարում են ռեգիստրատորները (մատենավարները)՝ չափման, կշռման, վերահաշվարկման և ճշտության ստուգման միջոցով։

Տեղեկատվությունների հավաքագրման փաստաթղթային եղանակը նախատեսում է սկզբնական փաստաթղթերում այս կամ այն փաստը հաստատող պարբերական գրառումների կատարում։

Հարցման եղանակի կիրառության դեպքում տեղեկությունները ստացվում են անմիջականորեն հարցվողից, բանավոր հարցման արդյունքում։ Վիճակագրության պրակտիկայում կիրառվում են հարցման էքսպեդիցիոն, ինքնագրառման, թղթակցական, անկետային և ծանուցման տարատեսակները։

Էքսպեդիցիոն եղանակի կիրառության դեպքում հատուկ նախապատրաստված հաշվարարները անհրաժեշտ տեղեկատվությունները ստանում են հարցվողներից և լրացնում դրանք հետազոտության բլանկում (տեղեկամատյանում): Հաշվարարների աշխատանքը երաշխավորում է հարցերի միօրինակ ըմբռնումը և պատասխանների առավելագույն ճշտությունը:

Ինքնագրառումը նախատեսում է հարցման թերթիկների լրացումը հարցվողների կողմից: Հաշվարարները բաժանում են դրանք, բացատրում լրացման կարգը և, այնուհետև, լրացնելուց հետո հավաքում և հանձնում դիտարկումը կազմակերպող մարմնին:

Թղթակցական եղանակի իմաստն այն է, որ դիտարկումը կազմակերպող մարմնին տեղեկությունները հայտնում (հաղորդում) են կամավոր թղթակիցները: Չնայած հարցման այս եղանակը քիչ ծախսեր է պահանջում, սակայն այն չի երաշխավորում ստացված տեղեկությունների բարձր ճշտությունը և որակը, քանի որ ոչ միշտ է հնարավոր տեղերում կատարել անհրաժեշտ մակարդակի ստուգումներ:

Անկետային հարցման դեպքում որոշակի թվով մարդկանց բաժանում են անկետաներ, որոնք լրացվում են կամավոր և անանուն (անստորագիր) սկզբունքներով: Դա, իհարկե, նվազեցնում է ստացվող տեղեկությունների լրիվությունն ու հավաստիությունը: Այդ պատճառով դիտարկման այս եղանակը կիրառվում է միայն այնպիսի հետազոտություններում, որոնցում չի պահանջվում բարձր ճշտություն և մոտավոր արդյունքները բավարար են:

Ծանուցման (տեղեկացման) եղանակը նախատեսվում է այն դեպքերում, երբ փաստերը գրանցելու համար պահանջվում է հարցման օբյեկտի ներկայությունը: Օրինակ՝ ամուսնության, ամուսնալուծության ակտերը:

Դիտարկման այս կամ այն եղանակի ընտրությունը կատարելիս հարկավոր է հաշվի առնել այնպիսի հանգամանքներ, ինչպիսիք են դիտարկման ճշտությունը, դրա գործնական կիրառման համար անհրաժեշտ ֆինանսական հնարավորությունները և այլն: Վիճակագրական դիտարկումների ձևերը, տեսակները և եղանակները ներկայացված են աղյուսակ 2.1-ում:

Աղյուսակ – սխեմա 2.1

Վիճակագրական դիտարկումների ձևերը, տեսակները և եղանակները

Վիճակագրական դիտարկումների կազմակերպման ձևերը	Վիճակագրական դիտարկումների տեսակները		Վիճակագրական դիտարկումների եղանակները
	Ըստ փաստերի գրառման ժամանակի	Ըստ համակցության միավորների ընդգրկման	
1	2	3	4
1 Վիճակագրական հաշվետվություն 2. Հատուկ կազմակերպվող վիճակագրական հետազոտություն 3. Ռեգիստրներ	1. Ընթացիկ կամ անընդհատ 2. Ընդհատվող՝ ա) պարբերաբար բ) միանվագ	1. Համատարած 2. Ոչ համատարած՝ ա) ընտրանքային բ) հիմնական զանգվածի գ) մենագրական	1. Անմիջական 2. Փաստաթղթային 3. Հարցման ա) էքսպեդիցիոն բ) ինքնագրառում գ) թղթակցական դ) անկետային ե) ծանուցման

ԳԼՈՒԽ III

ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԴԻՏԱՐԿՄԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ԱՄՓՈՓՈՒՄ ԵՎ ԽՄԲԱՎՈՐՈՒՄ

3.1. Վիճակագրական տվյալների ամփոփում

Ինչպես հայտնի է, վիճակագրական դիտարկման ընթացքում հավաքագրված տեղեկատվությունները վերաբերում են հետազոտվող օբյեկտի առանձին միավորներին, ըստ որի դեռևս հնարավոր չէ ամբողջական եզրակացություն անել օբյեկտի մասին: Այդ պատճառով անց է կացվում վիճակագրական հետազոտության երկրորդ՝ ամփոփման փուլը: Այս փուլում սկզբնական տվյալների մշակման արդյունքների հիման վրա ստացվում են ընդհանրական վիճակագրական ցուցանիշներ, որոնց օգնությամբ արդեն հնարավոր է դառնում բացահայտել սոցիալ-տնտեսական երևույթների էությունը և ընդհանրական օրինաչափությունները:

Այսպիսով, վիճակագրական ամփոփումը ուսումնասիրվող երևույթին բնորոշ գծերի և օրինաչափությունների բացահայտման նպատակով առանձին ցուցանիշներն ընդհանրացնող աշխատանքների (ստուգում, համակարգում, աղյուսակների կազմում, հանրագումարի բերում և այլն) համալիր է:

Վիճակագրական ամփոփումը պետք է իրականացվի ըստ ծրագրի, որը մշակվում է մինչ տվյալների հավաքագրումը, այսինքն՝ գործնականում համընկնում է դիտարկման պլանի և ծրագրի մշակման ժամանակաշրջանի հետ: Այդ փուլում կատարվում է ուսումնասիրվող երևույթների և գործընթացների տեսական վերլուծություն, որպեսզի ամփոփման ընթացքում չանհետանա ոչ մի տեղեկատվություն և բոլոր վիճակագրական ընդհանրացումները արտահայտեն օբյեկտը բնութագրող կարևորագույն գծերը:

Ամփոփման ծրագրում ընդգրկվում են խմբավորման հատկանիշի ընտրության, խմբերի և ենթախմբերի ձևավորման, ցուցանիշների համակարգերի և աղյուսակների ձևերի մշակման հարցերը: Դրանք պետք է լուծում ստանան ոչ թե մեխանիկորեն, այլ հաշվի առնելով հետազոտության նպատակը, ուսումնասիրվող համակցության առանձնահատկությունները, ամփոփվող տվյալների բնույթը, մշակման ձևը և ամփոփումը իրականացնող մարմնի՝ հաշվողական տեխնիկայով ապահովվածության աստիճանը:

Ելնելով նշված պահանջներից՝ վիճակագրական ամփոփման տեսակները գործնականում կարող են խմբավորվել ըստ հետևյալ հայտանիշների.

1. Ըստ կատարման տեխնիկայի կամ եղանակի՝ ամփոփումը կարող է կատարվել ձեռքով կամ մեքենայացված:

- *Ձեռքով ամփոփվում են* հիմնական տվյալների փոքր քանակները: Նախ ծածկագրում են վիճակագրական հարցաթերթերը, այնուհետև դրանք խմբավորում են ըստ որևէ հատկանիշի և, վերջապես, կատարում ցուցանիշների հաշվարկումը: Ներկայումս ամփոփման այս տեսակը հազվադեպ է կիրառվում, քանի որ վիճակագրական հետազոտություններ անցկացնող գրեթե բոլոր մարմինները զինված են նորագույն հաշվողական տեխնիկայով:
- *Մեքենայացված ամփոփման* դեպքում բոլոր գործողությունները կատարվում են համակարգիչների կիրառմամբ:

2. Ըստ տվյալների մշակման խորության՝ ամփոփումը լինում է պարզ և բարդ:

- *Պարզ ամփոփումը* նախատեսում է դիտարկվող համակցության միավորների ընդհանուր հանրագումարի բերելը:
- *Բարդ ամփոփումը* այնպիսի գործողությունների համալիր է, որն ընդգրկում է դիտարկման միավորների խմբավորումը, ըստ առանձին խմբերի և ամբողջ օբյեկտի հանրագումարի հաշվարկը և խմբավորման ու ամփոփման արդյունքների ներկայացումը վիճակագրական աղյուսակների տեսքով:

3. Ըստ տվյալների մշակման ձևի՝ ամփոփումը լինում է կենտրոնացված և ապակենտրոնացված:

- *Կենտրոնացված ամփոփման* դեպքում բոլոր սկզբնական տվյալները կենտրոնացվում են մեկ կազմակերպությունում, որտեղ էլ իրականացվում են մշակման բոլոր փուլերը:
- *Ապակենտրոնացված ամփոփումը* կատարվում է տարբեր կազմակերպություններում՝ հաջորդական փուլերով:

Ամփոփման պլանում շարադրվում են մի շարք կազմակերպական հարցեր՝ ամփոփման գործողությունները (աշխատանքները) իրականացնող մարմինների, դրանց կատարման ժամկետների, տվյալների գաղտնիության և հրապարակայնության իրավունքի վերաբերյալ:

3.2. Վիճակագրական տվյալների խմբավորում

Վիճակագրության կողմից ուսումնասիրվող զանգվածային երևույթներն ու գործընթացները հիմնականում ընթանում են համասեռ համակցություններում: Սակայն ոչ բոլոր դեպքերում է համակցությունը ձևավորող միավորների որակական համասեռությունը լինում բացարձակ: Դրանք կարող են համասեռ լինել որևէ մեկ հարաբերությունում և տարբեր՝ մյուսներում: Հաշվի առնելով այս հանգամանքը՝ ուսումնասիրվող համակցությունը խմբավորման միջոցով պետք է բաժանվի մասնակի ենթահամակցությունների:

Խմբավորումը համակցության տրոհումն է համասեռ մասերի՝ ըստ որևէ հայտանիշի: Իսկ համակցության բոլոր միավորների առումով՝ խմբավորումը առանձին միավորների միավորումն է խմբերում՝ ըստ որևէ էական հատկանիշի համասեռության: Մեթոդաբանական տեսակետից խմբավորումը համարվում է վիճակագրական հետազոտության առավել բարդ փուլերից մեկը:

Խմբավորման միջոցով լուծվում են հետևյալ երեք խնդիրները.

- առանձնացվում են սոցիալ-տնտեսական երևույթի տիպերը,
- ուսումնասիրվում են երևույթների կառուցվածքը և դրանում տեղի ունեցող տեղաշարժերը,
- բացահայտվում են երևույթների միջև գոյություն ունեցող կապերը:

Թվարկված խնդիրների լուծման համար կիրառվում են վիճակագրական խմբավորման հետևյալ տեսակները՝ տիպական, կառուցվածքային և վերլուծական:

Տիպական խմբավորումը տարասեռ համակցության մասնատումն է միավորների որակապես համասեռ խմբերի (օրինակ, ըստ հողի տեսակների՝ սևահող, կավահող, ավազահող, կամ ըստ բանվորների որակավորման մակարդակների՝ բարձր, միջին, ցածր):

Տիպական խմբավորման անհրաժեշտությունը առաջին հերթին պայմանավորված է ուսումնասիրվող երևույթների միջև գոյություն ունեցող որակական տարբերություններով: Տիպական խմբավորումների օրինակ կարող են հանդիսանալ տնտեսական օբյեկտների խմբավորումն ըստ սեփականության ձևերի, տնտեսական ակտիվ բնակչության տրոհումը զբաղվածների և գործազուրկների, զբաղվածների բաժանումը ֆիզիկական և մտավոր աշխատանքով զբաղվողների և այլն:

Տիպական խմբավորման մեկնաբանությունը հիմնվում է ուսումնասիրվող երևույթների որակական տարբերությունների դրսևորման պարզության մակարդակի վրա: Պարզ դրսևորման օրինակ կարող է ծառայել արդյունաբերական ճյուղերի խմբավորումը ըստ արտադրանքի տնտեսական նշանակության՝ արտադրության միջոցներ և սպառման առարկաներ արտադրողների: Մեկ այլ օրինակ՝ մանրածախ ապրանքաշրջանառության բաժանումը պարենային և ոչ պարենային ապրանքների վաճառքի խմբերի: Սակայն լինում են դեպքեր, երբ որակական տարբերությունները այդքան պարզորոշ չեն: Օրինակ, արդյունաբերության ճյուղերում մանր,

միջին և խոշոր ձեռնարկությունների առանձնացման խնդիրը մեթոդաբանական տեսակետից բավականին բարդ է: Նման դեպքերում խնդրի հստակ ձևակերպման հիման վրա նախապես որոշվում են հնարավոր տիպերը և միայն դրանից հետո՝ խմբավորման հայտանիշը (արտադրության ծավալը, աշխատողների թիվը և այլն):

Սովորաբար տիպական խմբավորումը լայնորեն կիրառվում է սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների հետազոտություններում, որտեղ հիմնական ուշադրությունը պետք է դարձնել դրանց տիպերի նմանեցմանը և տեսական խորը վերլուծություններին:

Կառուցվածքային է կոչվում այնպիսի խմբավորումը, երբ համասեռ համակցությունը բաժանվում է խմբերի ըստ որևէ տատանվող հատկանիշի՝ միաժամանակ բնութագրելով դրա կազմն ու կառուցվածքը: Կառուցվածքային խմբավորման օրինակ կարող է ծառայել բնակչության խմբավորումը ըստ սեռի, տարիքի, ազգության, մեկ շնչին բաժին ընկնող միջին եկամտի և այլն:

Երբ կառուցվածքային խմբավորման վերլուծությունը կատարվում է մի քանի ժամանակաշրջանների կամ ժամանակի պահերի կտրվածքով, ապա այն բնութագրում է հասարակական երևույթներում դրսևորվող կառուցվածքային տեղաշարժերը և զարգացման օրինաչափությունները:

Հասարակական կյանքի երևույթները և դրանք արտացոլող հատկանիշները սերտորեն փոխկապակցված են: Դրանց կապերը ուսումնասիրելու համար կիրառվում է վերլուծական խմբավորման եղանակը: *Վերլուծական են համարվում* այն խմբավորումները, որոնք բացահայտում են ուսումնասիրվող երևույթների և դրանց հատկանիշների միջև գոյություն ունեցող փոխադարձ կապերը:

Վերլուծական խմբավորումը հատկանիշների ամբողջ համակցությունը բաժանում է երկու խմբերի՝ գործոնային և արդյունքային: Գործոնային են կոչվում այն հատկանիշները, որոնք ազդեցություն են թողնում արդյունքային հատկանիշների վրա: Արդյունքային են այն հատկանիշները, որոնք փոփոխվում են գործոնային հատկանիշների ազդեցությամբ: Գործոնային և արդյունքային հատկանիշների փոխկապակցվածությունը դրսևորվում է նրանում, որ գործոնային հատկանիշների փոփոխության դեպքում սիստեմատիկ աճում կամ նվազում է արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքը: Օրինակ, աշխատանքի արտադրողականությունը կախված է ձեռնարկության տեխնիկական հագեցվածության մակարդակից՝ որքան վերջինս բարձր է, այնքան, մնացած հավասար պայմաններում, բարձր կլինի ձեռնարկության աշխատողների արտադրողականությունը և հակառակը:

Վերլուծական խմբավորմանը բնորոշ են հետևյալ առանձնահատկությունները.

- ◆ առաջին՝ խմբավորման հիմքում դրվում է գործոնային հատկանիշը,
- ◆ երկրորդ՝ յուրաքանչյուր առանձնացված խումբ բնութագրվում է արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքով:

Վերլուծական խմբավորումը թույլ է տալիս ուսումնասիրել տատանվող հատկանիշների միջև գոյություն ունեցող բազմատեսակ կապերն ու կախվածությունները: Այդպիսի խմբավորման առավելությունը կապերի վերլուծության մյուս մեթոդների (օրինակ՝ կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն) նկատմամբ այն է, որ դա կիրառելու համար չի պահանջվում որոշակի լրացուցիչ պայման, բացառությամբ ուսումնասիրվող համակցության որակական համասեռության:

Խմբավորման գործընթացում հիմնական ուշադրությունը պետք է դարձնել խմբավորման հայտանիշի ընտրությանը: Խմբավորման հայտանիշը որոշակի (խմբավորող) հատկանիշի այն արժեքն է (արժեքներն են), ըստ որի (որոնց) կատարվում է համակցության միավորների բաժանումը առանձին խմբերի:

Ըստ խմբավորող հատկանիշի բնույթի՝ տարբերում են խմբավորման երկու տեսակներ.

- քանակական,
- որակական (ատրիբուտային):

Քանակական խմբավորող հատկանիշն ունի թվային արտահայտություն: Օրինակ, բնակչությունը խմբավորվում է ըստ տարիքի, մեկ շնչին բաժին ընկնող միջին եկամտի, ձեռնարկությունները՝ ըստ աշխատողների թվի, հիմնական ֆոնդերի արժեքի, արտադրանքի ծավալի և այլն:

Առանձնացված խմբերի թիվը կարող է որոշվել ուսումնասիրվող ցուցանիշի տատանման բնույթով: Եթե խմբավորման գործընթացում օգտագործվում է դիսկրետ (ընդհատ) արժեքներ ունեցող հատկանիշ, ապա ձևավորվող խմբերի թիվը պետք է համապատասխանի դրա արժեքների հնարավոր տարբերակներին: Օրինակ, ուսանողների առաջադիմությունը գնահատվում է 2, 3, 4, 5 գնահատականներով: Սակայն շատ դեպքերում խմբավորող հատկանիշը կարող է ընդունել ցանկացած արժեք (ամբողջ կամ կոտորակային): Նման դեպքերում հատկանիշի արժեքները նույնպես բաժանվում են առանձին խմբերի (խմբավորման միջակայքերի)՝ կրկնելով կամ չկրկնելով յուրաքանչյուր խմբի վերին և ստորին սահմանները:

Որակական խմբավորումը նախատեսում է, որ առանձնացվող խմբերի թիվը խստորեն պետք է համապատասխանի խմբավորող հատկանիշի հնարավոր արժեքների թվին, այսինքն՝ հաստատուն

մեծություն է: Օրինակ, երբ բնակչությունը խմբավորվում է ըստ սեռի, ապա խմբերի թիվը համապատասխանում է այդ հատկանիշի հնարավոր արժեքների թվին՝ 2 (արական, իգական):

Սակայն, հազվագյուտ դեպքերում, որակական հատկանիշը նույնպես կարող է ունենալ բազմաթիվ արժեքներ, որոնց թվարկումն աննպատակ է, և վիճակագրությունը, ինչպես և քանակական խմբավորման դեպքում, դիմում է հատկանիշի արժեքների խմբավորման եղանակին:

Կախված զանգվածային երևույթների վերլուծության բարդության աստիճանից՝ խմբավորումը կարող է կատարվել ըստ մեկ կամ մի քանի հատկանիշների: Եթե խմբերը ձևավորվում են ըստ մեկ հատկանիշի, ապա նման խմբավորումը կոչվում է *պարզ* (օրինակ՝ ըստ տարիքային խմբերի): Խմբավորումը ըստ երկու կամ ավելի հատկանիշների՝ կոչվում է *բարդ* կամ *կոմբինացված*.

Եթե պարզ եղանակով ձևավորված խմբերը այնուհետև բաժանվում են ենթախմբերի՝ ըստ երկրորդ, երրորդ և այլ հատկանիշների, այսինքն՝ խմբավորման հիմքում ընկած են զուգակցված կարգով մի քանի հատկանիշներ, ապա այդպիսի խմբավորումը կոչվում է կոմբինացված (համակցված, զուգակցված): Օրինակ՝ երբ բնակչության տարիքային խմբավորումը լրացվում է սեռական հատկանիշների ենթախմբերով, ապա արդյունքում ստացվում է կոմբինացված խմբավորում:

Կոմբինացված խմբավորումը թույլ է տալիս բացահայտել և համեմատել ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև գոյություն ունեցող տարբերությունը և կապերը, ինչը հնարավոր չէ բացահայտել մեկուսացված խմբավորներ կազմելու դեպքում: Այնուամենայնիվ, մի քանի հատկանիշներով կոմբինացված խմբավորումը որոշակի իմաստով կորցնում է նշանակությունը, քանի որ տեղեկատվության չափից դուրս մասնատումը քողարկում է օրինաչափությունների դրսևորումը: Նույնիսկ տեղեկատվության մեծ զանգվածի առկայությունը ստիպում է սահմանափակվել երկուսից չորս հատկանիշներով խմբավորելով:

Երբ կառուցվածքային խմբավորումը կատարվում է ըստ տատանվող քանակական հատկանիշների, ապա անհրաժեշտություն է առաջանում որոշել *խմբերի թիվը* և *խմբավորման միջակայքերը*.

Միջակայքերը խմբավորող հատկանիշի ընդգծված քանակական սահմաններ ունեցող արժեքների խմբեր են, որոնց համապատասխան, համակցությունների միավորները բաժանվում են խմբերի: Որպես կանոն, միջակայքի մեծությունը չափվում է դրա մեծագույն և փոքրագույն արժեքների տարբերությամբ:

Խմբերի թիվը և միջակայքի մեծությունը որոշելիս առաջին հերթին պետք է հաշվի առնել բազմաթիվ հանգամանքներ՝ ելնելով հետազոտության նպատակներից և ուսումնասիրվող հատկանիշի նշանակությունից:

Խմբերի քանակը և միջակայքերի մեծությունները սերտորեն կապված են: Որքան շատ են ձևավորվող խմբերը, այնքան փոքր են խմբավորման միջակայքերը և հակառակը: Խմբերի քանակը կախված է ուսումնասիրվող օբյեկտի միավորների թվից և խմբավորման հատկանիշի տատանման սահմաններից (թափից): Ոչ մեծ ծավալի համակցության համար չի կարելի ձևավորել մեծ թվով խմբեր, քանի որ խմբերում կընդգրկվեն փոքր թվով միավորներ: Խմբերի քանակը պետք է որոշել այնպես, որ յուրաքանչյուր խմբում ընդգրկվեն բավարար թվով միավորներ, որպեսզի ապահովվի համապատասխանությունը մեծ թվերի օրենքի պահանջներին: Սակայն որոշ դեպքերում, հատկանիշների տատանումների մեծ թափի պատճառով, այդ պայմանը կարող է խախտվել:

Ըստ միջակայքի մեծության՝ խմբավորումը կարող է իրականացվել.

- հավասար միջակայքերով խմբերի,
- անհավասար միջակայքերով խմբերի,
- հատուկ միջակայքերով խմբերի:

Հավասար միջակայքերով խմբավորումը նպատակահարմար է կիրառել այնպիսի դեպքերում, երբ տատանումը դրսևորվում է նեղ սահմաններում և բաշխումը գործնականում համարվում է հավասարաչափ:

Հավասար միջակայքերով խմբավորման համար առաջին հերթին անհրաժեշտ է որոշել խմբերի օպտիմալ (նպատակահարմար) թիվը հետևյալ բանաձևով՝

$$k=1 + 3.322\cdot \lg n,$$

որտեղ՝ k-ն խմբերի թիվն է,

n-ը՝ համակցության միավորների թիվը:

Խմբերի թիվը կախված է համակցության ծավալից: Այն տալիս է լավ արդյունքներ, եթե բաղկացած է մեծ թվով միավորներից, և բաշխումն ըստ հատկանիշի մոտ է նորմալ բաշխմանը: Խմբերի թիվը որոշելուց հետո որոշում են խմբավորման միջակայքերը: Ամեն միջակայք ունի մեծություն և ստորին ու վերին սահմաններ: Ստորին սահմանը տվյալ խմբին պատկանող միավորի խմբավորող հատկանիշի նվազագույն, իսկ վերինը՝ առավելագույն արժեքն է: Ունենալով ուսումնասիրվող հատկանիշի տատանումների թափի մեծությունը և խմբերի թիվը՝ կարելի է որոշել հավասար միջակայքերի լայնությունը հետևյալ բանաձևով.

$$h \quad \frac{x_{max} - x_{min}}{k} = \frac{R}{k}$$

որտեղ՝ $R = x_{max} - x_{min}$ տատանման թափն է,

x_{max} և x_{min}-ն՝ խմբավորող հատկանիշի առավելագույն և նվազագույն արժեքներն են,

k-ն՝ խմբերի թիվն է,

h–ը՝ միջակայքի լայնությունն է:

Առաջին միջակայքի ստորին սահմանը ընդունում ենք հատկանիշի նվազագույն արժեքին հավասար, իսկ վերին սահմանը կհամապատասխանի x_{i+h} արժեքին: Համապատասխանաբար, հաջորդաբար գումարելով միջակայքի լայնությունը, որոշում ենք նաև մյուս խմբերի սահմանները՝

$$\alpha_2 = \alpha_1 + h, \alpha_3 = \alpha_2 + h = \alpha_1 + 2\cdot h, \ldots, \alpha_n = \alpha_{n-1} + h = \alpha_1 + (n-1)\cdot h,$$

($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ – միջակայքերի սահմաններն են):

Եթե համակցության միավորն ունի վերին սահմանի մեծությանը հավասար արժեք, ապա տվյալ արժեքը վերագրում ենք հաջորդ խմբին, այսինքն՝ անորոշությունը բացառելու նպատակով օգտագործվում է միաձևության սկզբունքը:

Եթե հատկանիշի տատանման թափը մեծ է և դրա արժեքները տատանվում են անհամաչափ (դա յուրահատուկ է շատ սոցիալ-տնտեսական երևույթների համար, հատկապես՝ մակրոտնտեսական ցուցանիշների), ապա պետք է կիրառել անհավասար միջակայքերով խմբավորումը:

Անհավասար միջակայքերը կարող են լինել պրոգրեսիվ աճող կամ նվազող (թվաբանական կամ երկրաչափական պրոգրեսիայով փոփոխվող):

Թվաբանական պրոգրեսիայով փոփոխվող միջակայքերի լայնությունը որոշվում է

$$h_{i+1} = h_i + a$$ բանաձևով,

որտեղ՝ a-ն հաստատուն թիվ է, ընդ որում դրական՝ պրոգրեսիվ աճող միջակայքերի և բացասական՝ պրոգրեսիվ նվազողների դեպքում:

Երկրաչափական պրոգրեսիայով փոփոխվող միջակայքերի լայնությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$h_{i+1} = h_i\cdot q$$

որտեղ՝ q-ն հաստատուն դրական թիվ է, մեծ է մեկից աճող միջակայքերի և փոքր է մեկից՝ նվազողների դեպքում:

Օրինակ՝ մանր, միջին և խոշոր խանութների ապրանքաշրջանառության տվյալներով, հավասարամեծ միջակայքեր կազմելը արդարացված չէ, քանի որ շրջանառության աճը կամ կրճատումը տասնյակ հազար դրամով էական նշանակություն ունի մանր խանութների և նշանակություն չունի՝ խոշորների համար: Հետևաբար, միջակայքի լայնությունը մանր խանութների համար պետք է լինի ավելի նեղ, քան խոշորների:

Այնպիսի խմբավորումներում, որոնց նպատակը խմբերի որակական յուրօրինակությունը արտացոլելն է, օգտագործվում են հատուկ միջակայքեր, և խմբերի քանակը սահմանվում է նպատակին համապատասխան: Օրինակ՝ տղամարդկանց աշխատանքային գործունեություն ծավալելու առնչությամբ կիրառվում է հետևյալ տարիքային խմբերի բաժանումը.

- Մինչև 16 տարեկան - անաշխատունակներ (անչափահասներ)
- 16 – 18 տարեկան – կիսաաշխատունակ տարիքի անձինք
- 18 – 65 տարեկան - աշխատունակ տարիքի անձինք
- 65 – 70 տարեկան – կիսաաշխատունակ տարիքի անձինք
- 70 և բարձր - անաշխատունակներ:

Առաջին և վերջին միջակայքերը խմբավորումներում կարող են լինել բաց կամ փակ:

Բաց է կոչվում այն միջակայքը, որի համար նշված է միայն մեկ սահմանը՝ վերին կամ ստորին:

Փակ է կոչվում այն միջակայքը, որի երկու սահմանները էլ նշված են:

Բաց միջակայքի լայնությունը ընդունվում է հավասար սահմանակից միջակայքի լայնությանը, այսինքն՝ առաջին միջակայքինը՝ երկրորդի, իսկ վերջին միջակայքինը՝ նախավերջինի:

Խմբավորումները լինում են սկզբնական և երկրորդվող:

Այն խմբավորումները, որոնք կատարվում են սկզբնական տվյալների հիման վրա, կոչվում են սկզբնական: Սակայն երբեմն սկզբնական խմբավորումները չեն բավարարում վերլուծության պահանջներին, ինչի պատճառով էլ վիճակագրությունը դիմում է երկրորդվող խմբավորումների:

Երկրորդվող խմբավորումը կատարվում է սկզբնական խմբավորման տվյալների վերախմբավորման միջոցով: Որպես կանոն, երկրորդվող խմբավորումը հանգեցնում է խմբերի թվի փոփոխության: Նոր խմբերը կարող են ձևավորվել սկզբնական միջակայքերի միավորման (խոշորացման) և մասնային վերախմբավորման (յուրաքանչյուր խմբին համակցության միավորների որոշակի մասը կցելու) եղանակներով:

3.3. Վիճակագրական տվյալների ներկայացման աղյուսակային եղանակները

Տեղեկությունները ակնառու և հակիրճ ձևով ներկայացնելու նպատակով լայնորեն կիրառվում են դրանց աղյուսակային և գրաֆիկական պատկերման եղանակները (աղյուսակներ, գրաֆիկներ, հիստոգրամներ, գծապատկերներ և այլն):

Որպես կանոն, վիճակագրական դիտարկումների նյութերը ձևավորվում են աղյուսակների տեսքով, որոնք հանդիսանում են դրանց ներկայացման առավել հակիրճ և ակնառու եղանակը: Վիճակագրական է կոչվում այն աղյուսակը, որը պարունակում է ուսումնասիրվող համակցության ամփոփ (հիմնականում թվային) բնութագիրը՝ ըստ մեկ կամ մի քանի էական հատկանիշների:

Վիճակագրական աղյուսակի մակետը (ձևը) և ներառվող հիմնական տարրերը ներկայացված են գծապատկեր 3.1-ում:

Տեղեկատվությունների աղյուսակային ներկայացման դեպքում համապատասխան տվյալները գրանցվում են տողերի և սյունակների հատման տիրույթներում, որոնք կոչվում են վանդակներ: Այսպիսով, աղյուսակը՝ տողերի և սյունակների համախումբ է, որը ձևավորում է դրա կմախքը: Աղյուսակի չափերը որոշվում են տողերի և սյունակների քանակների արտադրյալով:

Վիճակագրական աղյուսակները կարող են ունենալ վերնագրերի երեք տեսակներ՝ ընդհանուր, վերին և կողմնային: Ընդհանուր վերնագիրը լուսաբանում է ամբողջ աղյուսակի բովանդակությունը և սովորաբար տեղադրվում է մակետի վերին արտաքին մասի կենտրոնում:

Աղյուսակի անվանումը (ընդհանուր վերնագիր)

Տողերի համարը	Տողերի բովանդակությունը	Սյունակների անվանումները				Սյունակների հանրագումարը
	A	1	2	3	...	
1	Տողի անվանումը (կողմնային վերնագիր)					
2	...					
...	...					
	Տողերի հանրագումարը					

Գծապատկեր 3.1

Վերին (ստորոգյալ) վերնագրերը բնութագրում են սյունակների, իսկ կողմնայինները (ենթակա)՝ տողերի բովանդակությունը: Վերնագրերով լրացված աղյուսակի կմախքը կազմում է դրա մակետը:

եթե մակետի վանդակները լրացվում են բովանդակությամբ՝ համապատասխան տվյալներով, ապա ստացվում է ամբողջական վիճակագրական աղյուսակ:

Անհրաժեշտության դեպքում աղյուսակները կարող են ուղեկցվել ծանոթություններով՝ վերնագրերի բացատրություններով, որոշ ցուցանիշների հաշվարկման մեթոդիկայով, տեղեկատվության աղբյուրների նպատակներով և այլն:

Ըստ տրամաբանական բովանդակության՝ աղյուսակները կարելի է անվանել "վիճակագրական նախադասություններ", որոնց հիմնական տարրերն են ենթական և ստորոգյալը:

Աղյուսակի ենթական բովանդակում է ցուցանիշների ցանկը, որը արտահայտվում է թվերով: Դրանք կարող են լինել մեկ կամ մի քանի համակցություններ, համակցությունների առանձին միավորներ, որոնք ներկայացվում են ըստ թվարկման կարգի կամ խմբավորվում ըստ որևէ հատկանիշի (օրինակ՝ առանձին տարածքային միավորներ, ժամանակաշրջաններ և այլն): Սովորաբար ենթական տեղադրվում է աղյուսակի ձախ մասում (որպես տողերի անվանումների սյունակ):

Աղյուսակի ստորոգյալը ցուցանիշների համակարգ է, որը բնութագրում է ուսումնասիրության օբյեկտը, այսինքն՝ աղյուսակի ենթական: Ստորոգյալը ձևավորում է սյունակների վերնագրերը և կազմում է դրանց բովանդակությունը՝ դասավորվելով ըստ ցուցանիշների տրամաբանական հաջորդականության, ձախից աջ: Ելնելով հետազոտության բնույթից՝ որոշ դեպքերում, ենթական և ստորոգյալը կարող են փոխվել տեղերով:

Կախված ենթակայի կառուցվածքից և միավորների խմբավորումից՝ տարբերում են վիճակագրական աղյուսակների երեք տեսակներ՝ պարզ, խմբային և կոմբինացված:

Պարզ աղյուսակների ենթական ներկայացնում է համակցության որոշակի օբյեկտների կամ տարածքային միավորների պարզ ցանկ (անվանացանկ): Պարզ աղյուսակները լինում են մոնոգրաֆիկ և ցանկային (թվարկման): *Պարզ մոնոգրաֆիկ* աղյուսակները բնութագրում են ուսումնասիրվող համակցության ծավալի ոչ բոլոր միավորները, այլ միայն դրանց՝ ըստ որոշակի հատկանիշի ընտրված մի խումբը: *Պարզ ցանկային* աղյուսակների ենթական բովանդակում է ուսումնասիրվող համակցության միավորների ցանկը:

Պարզ աղյուսակի ենթական կարելի է ձևակերպել ըստ տեսակային, տարածքային (օրինակ՝ բնակչության թիվը ՀՀ-ում), ժամանակային և այլ սկզբունքների: Սակայն պարզ աղյուսակները հնարավորություն չեն տալիս ի հայտ բերել ուսումնասիրվող երևույթների սոցիալ-տնտեսական տիպերը, դրանց կառուցվածքը, ինչպես

նաև փոխադարձ կապը և կապակցվածությունը բնութագրող հատկանիշների միջև:

Նման խնդիրները լուծվում են բարդ՝ խմբային և, հատկապես, կոմբինացված աղյուսակների օգնությամբ:

Խմբային են կոչվում այնպիսի վիճակագրական աղյուսակները, որոնց ենթական բովանդակում է համակցության միավորների խմբավորումը ըստ մեկ քանակական կամ ատրիբուտիվ հատկանիշի: Խմբային աղյուսակի ստորոգյալը կազմված է ցուցանիշներից, որոնք անհրաժեշտ են ենթական բնութագրելու համար: Խմբային աղյուսակների պարզագույն տեսակներն են ատրիբուտիվ և վարիացիոն բաշխման շարքերը:

Խմբային աղյուսակները կարող են լինել ավելի բարդ, եթե ստորոգյալում բերվում են ոչ միայն ամեն խմբի միավորների թիվը, այլև մի շարք այլ կարևոր ցուցանիշներ, որոնք որակապես և քանակապես բնութագրում են ենթակայի խմբերը: Այդպիսի աղյուսակները հաճախ օգտագործվում են խմբերում ընդհանրացնող ցուցանիշները համեմատելու նպատակով, քանի որ դա թույլ է տալիս կատարել որոշ գործնական եզրակացություններ:

Սակայն խմբային աղյուսակները թույլ են տալիս ի հայտ բերել և բնութագրել երևույթների սոցիալ-տնտեսական տիպերը և կառուցվածքը ըստ միայն մեկ հատկանիշի:

Կոմբինացված վիճակագրական աղյուսակների ենթական բովանդակում է համակցության միավորների խմբավորումը միաժամանակ ըստ երկու կամ ավելի հատկանիշների: Այսպիսի աղյուսակներում ըստ մեկ հատկանիշի կազմված խմբերը այնուհետև ստորաբաժանվում են ենթախմբերի՝ ըստ մեկ կամ մի քանի այլ հատկանիշների:

Կոմբինացված աղյուսակները թույլ են տալիս բնութագրել խմբերի տիպերը, առանձնացնել դրանք ըստ անհրաժեշտ հատկանիշների և վերլուծել դրանց միջև եղած կապերը:

Ստորոգյալի բարդ մշակումը ենթադրում է հատկանիշի բաժանումը և ձևավորումը ըստ ենթախմբերի, ինչը թույլ է տալիս ավելի լրիվ և մանրամասնորեն բնութագրել ուսումնասիրվող օբյեկտը:

Թվային տեղեկությունների ճիշտ ձևավորման դեպքում վիճակագրական աղյուսակը հանդիսանում է արդյունքային տվյալների ներկայացման ակնառու և հակիրճ միջոց: Աղյուսակները ձևավորելու համար պետք է ղեկավարվել մի քանի հիմնական կանոններով:

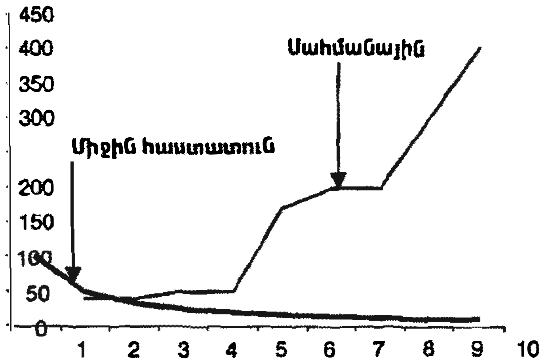
Աղյուսակը պետք է լինի սեղմ և պարունակի միայն այն նախնական տվյալները, որոնք անմիջականորեն արտացոլում են հետազոտվող սոցիալ-տնտեսական երևույթները ստատիկայում և դինամիկայում և անհրաժեշտ են երևույթի ճանաչողության համար:

մասնական փոփոխություններին: Քանի որ սոցիալ-տնտեսական երևույթներին բնորոշ է զարգացման անհավասարաչափություն, ապա առավել հաճախ հանդիպում են *բեկյալների* միջոցով պատկերվող գծային կապերը:

Ինչ վերաբերում է կորագծերին, ապա դրանք նույնպես համեմատականորեն հազվադեպ են կիրառվում և գլխավորապես օգտագործվում են այնպիսի հատկանիշների արտապատկերման համար, որոնց զարգացումը իրականանում է պարաբոլի, սինուսոիդի, հիպերբոլի և այլ կորերի տեսքով: Այդպիսի ցուցանիշները արտացոլում են անընդհատ հատկանիշի դինամիկան (օրինակ՝ հիմնական ֆոնդերի, ծախսերի, համախառն արտադրանքի և այլն): Որպես օրինակ՝ գծապատկեր 3.2-ում ներկայացված է ձեռնարկության սահմանային և միջին հաստատուն ծախսերի կախվածությունը արտադրանքի քանակից և ապրանքի գնից:

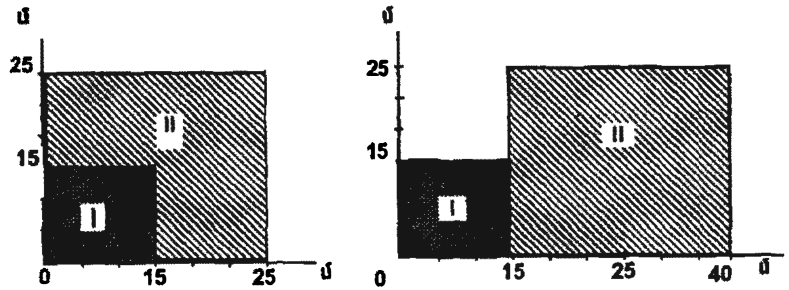
Այնպիսի դեպքերում, երբ անհրաժեշտություն է առաջանում ակնառու ցուցադրել համանուն երևույթների քանակական համեմատելիությունը, կիրառվում են հարթապատկերները (դիագրամները): Ուսումնասիրվող երևույթները ներկայացվում են համապատասխան մակերես ունեցող հարթաչափական պատկերների (ուղղանկյունների, բազմանկյունների, շրջանների և այլն) տեսքով:

Գծապատկեր 3.2 Բեկյալի և կորագծի օրինակ



Բերենք օրինակ: Դիցուք՝ երկու տնտեսություններ ունեն, համապատասխանաբար, 225 և 625 հա հողատարածքներ: Անհրաժեշտ է դիագրամի տեսքով պատկերել տնտեսությունների հողատարածքների մեծությունները՝ տեսողական համեմատություն կատարելու նպատակով: Այդպիսի պատկերման առաջին եղանակը՝ հողատարածքները համապատասխան մակերեսներ ունեցող քառակուսիների, ուղղանկյունների կամ շրջանների տեսքով ներկայացնելն է (իհարկե, համապատասխան մասշտաբով), ընդ որում՝ դրանք կարելի է տեղադրել միմյանց մեջ կամ կողք կողքի (տես՝ գծապատկեր 3.3):

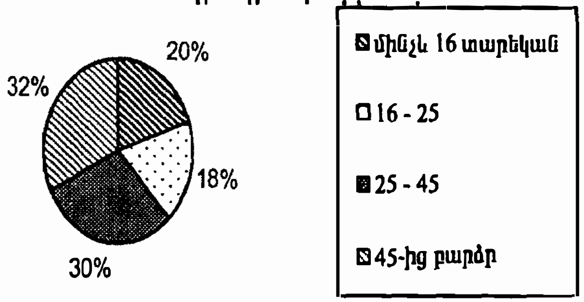
Գծապատկեր 3.3 Տնտեսությունների հողատարածքների համեմատության դիագրամների օրինակներ



Բերված օրինակը վերաբերում է, այսպես կոչված՝ ստատիկ համեմատության դիագրամներին: Ստատիկ համեմատությունը ցուցադրում է երևույթների քանակական տարբերությունը և ոչ թե զարգացման դինամիկան (այսինքն՝ չի արտացոլում ժամանակի ընթացքում կատարվող փոփոխությունները):

Նույն խմբին են պատկանում նաև սեկտորային դիագրամները, որոնք արտացոլում են երևույթների կառուցվածքային առանձնահատկությունները: Այդպիսի դեպքերում ամբողջ երևույթի կառուցվածքը ընդունվում է հավասար 100 տոկոսի, իսկ դրա յուրաքանչյուր բաղադրիչ մասը ընդհանուր քանակությունում արտապատկերվում է որպես շրջանի սեկտոր, որի աղեղի անկյունային չափը հավասար է տվյալ բաղադրիչի տոկոսային պարունակություն անգամ 3.6°: Օրինակ, գծապատկեր 3.4-ում բերված է սեկտորային դիագրամ, որն արտապատկերում է երկրի բնակչության կառուցվածքը ըստ տարիքային խմբերի (ընդհանուրի տոկոսներով):

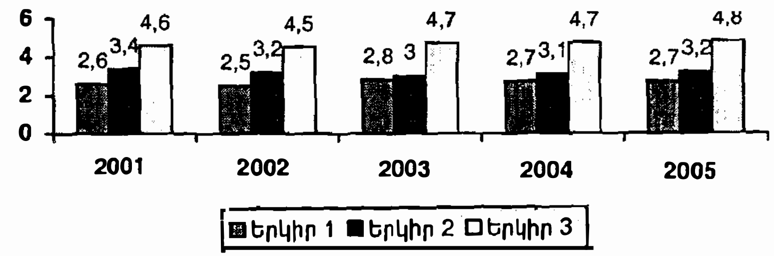
Գծապատկեր 3.4. Համեմատության շրջանաձև դիագրամի օրինակ



Համեմատվող ցուցանիշների փոփոխությունները դինամիկայում (այսինքն՝ ժամանակի ընթացքում) ցուցադրելու համար օգտագործվում են, այսպես կոչված, հիստոգրամները (սյունակային դիագրամները), որոնցում համեմատվող ցուցանիշի արժեքները պատկերվում են ուղղանկյունների տեսքով: Բոլոր սյունակների լայնությունները հավասար են, իսկ բարձրությունները ուղիղ համեմատական են պատկերվող ցուցանիշների արժեքներին: Գծապատկեր 3.5-ում ներկայացված է երեք երկրների բնակչության թվաքանակների փոփոխության դինամիկան արտացոլող հիստոգրամի օրինակ:

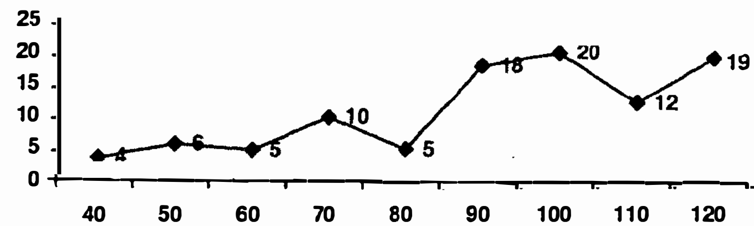
Այնպիսի դեպքերում, երբ անհրաժեշտ է լինում գրաֆիկորեն արտապատկերել դիսկրետ, խմբավորված բաշխման շարքերը բնորոշող տարբեր բնութագրիչները (միջինը, դիսպերսիան և այլն), սովորաբար օգտագործվում են պոլիգոնները, կումուլյատիվ և օգիվի կորերը: Բաշխման շարքերի բնութագրիչները պատկերվում են բեկյալների (այսպես կոչված՝ պոլիգոնների) տեսքով, որոնց հանգուցային կետերի աբսցիսները հավասար են հատկանիշի արժեքներին, իսկ օրդինատները բնութագրիչի՝ դրանց համապատասխանող արժեքներին:

Գծապատկեր 3.5. Երեք երկրների բնակչության թվաքանակների փոփոխության դինամիկայի համեմատական հիստոգրամի օրինակ



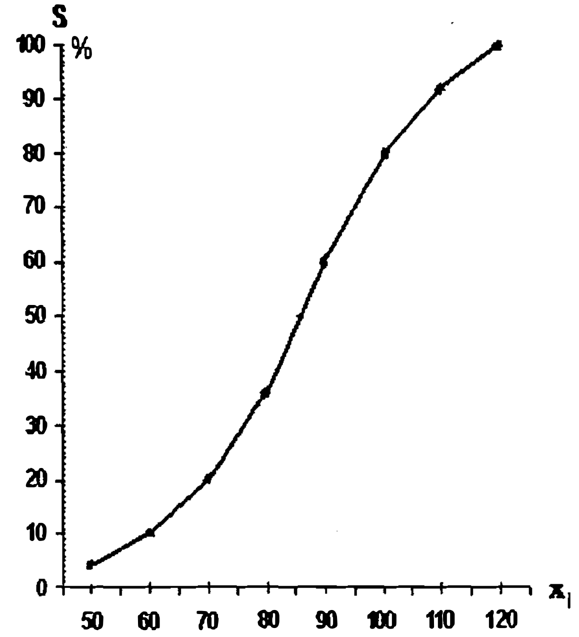
Գծապատկեր 3.6-ում ներկայացված է բաշխման շարքի հաճախականությունների գրաֆիկական պատկերման (պոլիգոնի) օրինակ:

Գծապատկեր 3.6. Պոլիգոնի օրինակ



Բաշխման շարքերի կուտակվող հաճախականությունները (և, առհասարակ, բնութագրիչների կուտակվող՝ արժեքները) պատկերելու համար օգտագործվում են, այսպես կոչված, կումուլյատիվ կորերը: Նախորդ օրինակի խմբերի միջին հաճախականությունների կուտակված արժեքները (այսինքն՝ դրանց հաջորդական գումարները) արտապատկերող կումուլյատիվ կորը ներկայացված է գծապատկեր 3.7-ում:

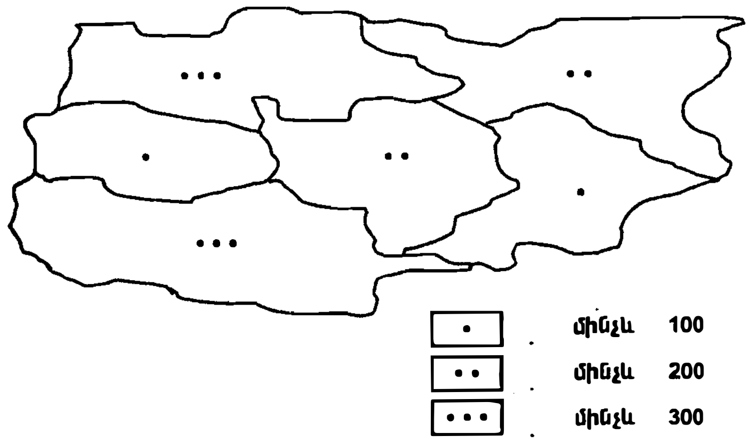
Գծապատկեր 3.7. Կումուլյատիվ կորի օրինակ

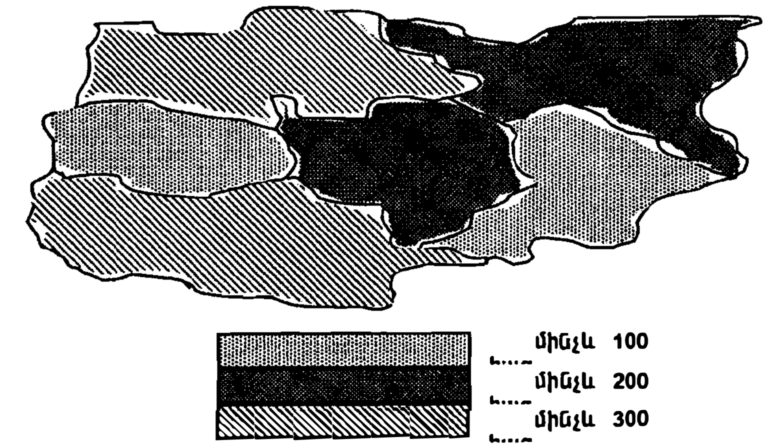


Որոշակի աշխարհագրական տարածքում այս կամ այն երևույթի տարածման մակարդակը կամ աստիճանը բնութագրելու համար օգտագործվում են *վիճակագրական քարտեզները* (*քարտագրամները*): Դրանք պատկերվում են սխեմատիկ աշխարհագրական քարտեզների տեսքով, որոնց վրա արտացոլվում են համապատասխան վիճակագրական տվյալները: Որպես տարածքային տեղաբաշխումն արտահայտելու միջոց՝ վիճակագրական քարտեզներում օգտագործվում են երկրաչափական պատկերներ կամ ֆոնային գունազարդում (կետագծերի կամ տարբերվող գույների միջոցով): Առաջին դեպքում քարտագրամները կոչվում են *կետային*, երկրորդում՝ *ֆոնային*.

Գծապատկեր 3.8-ում ներկայացված են կետային և ֆոնային քարտագրամների օրինակներ, որոնցում բնակչության խտությունը որոշակի աշխարհագրական տարածքի շրջաններում պատկերված է տարբեր քանակության կետերի կամ տարբեր խտության կետագծերի միջոցով:

Գծապատկեր 3.8. Կետային և ֆոնային վիճակագրական քարտեզի օրինակ (բնակչության խտության քարտագրամը)





Վիճակագրական քարտեզների երկրորդ մեծ խումբն են կազմում քարտեզ-դիագրամները, որոնք ներկայացնում են քարտագրամների և դիագրամների համատեղություն (տես, օրինակ, գծապատկեր 3.9): Դրանք թույլ են տալիս պատկերել ավելի բարդ աշխարհագրական-վիճակագրական կառուցվածքներ, քան սովորական քարտագրամները:

թվային արժեքը նշելու: Օրինակ՝ A և B քաղաքների առևտրի և հասարակական սննդի ձեռնարկությունների (հիմնարկությունների) մանրածախ ապրանքաշրջանառության 2004-2005 թթ. ցուցանիշները տարբերվում են ըստ տեղի, ժամանակի և որոշակի թվային արժեքների, սակայն ունեն միևնույն էությունը, որն արտահայտվում է «Առևտրական կազմակերպությունների և հասարակական սննդի մանրածախ ապրանքաշրջանառություն» ցուցանիշ-կատեգորիայով:

Ըստ համակցության միավորների ընդգրկման՝ վիճակագրական ցուցանիշները լինում են *անհատական* և *հանրագումարային*, իսկ ըստ արտահայտման ձևի՝ *բացարձակ*, *հարաբերական* կամ *միջին* մեծություններ:

Անհատական ցուցանիշները բնութագրում են առանձին օբյեկտը կամ համակցության առանձին միավորը (ձեռնարկություն, բանկ, տնային տնտեսություն և այլն): Անհատական բացարձակ ցուցանիշներ են, օրինակ, ընտանիքի գումարային եկամուտը, ձեռնարկության աշխատողների թիվը: Երկու անհատական բացարձակ ցուցանիշների հարաբերության հիման վրա ստացվում է անհատական հարաբերական ցուցանիշը, որը բնութագրում է միևնույն օբյեկտը կամ միավորը: Վիճակագրությունում հաշվարկում են նաև միջին անհատական ցուցանիշները՝ որոշակի ժամանակահատվածների կտրվածքով (օրինակ՝ ձեռնարկության աշխատողների միջին տարեկան թիվը):

Հանրագումարային ցուցանիշները, ի տարբերություն անհատականների, բնութագրում են միավորների խմբերը՝ նկարագրելով վիճակագրության համակցության մասը կամ համակցությունն ամբողջությամբ: Դրանք, իրենց հերթին, լինում են *ծավալային* և *հաշվարկային*.

Ծավալային ցուցանիշները հաշվարկվում են համակցության հատկանիշի առանձին արժեքների գումարման միջոցով:

Հաշվարկային ցուցանիշները (տարբեր բանաձևերով հաշվարկված) օգտագործվում են վիճակագրական վերլուծության առանձին խնդիրները (օրինակ՝ վարիացիայի չափումը, կառուցվածքային տեղաշարժերի բնութագրումը, փոխկախվածության գնահատումը և այլն) լուծելու համար: Այդ խմբում ընդգրկվում են ինդեքսները, կապի սերտության գործակիցները, ընտրանքի սխալը և այլն: Հաշվարկային ցուցանիշները նույնպես լինում են բացարձակ, հարաբերական կամ միջին:

Բացի համակցության միավորի ընդգրկման ու արտահայտման ձևից, վիճակագրական ցուցանիշները դասակարգելու համար օգտագործվում են մի շարք այլ չափանիշներ:

Դասակարգման կարևոր չափանիշ է նաև ժամանակի գործոնը: Սոցիալ-տնտեսական երևույթներն ու գործընթացները արտահայտվում են ժամանակի որոշակի պահի կամ որոշակի ժամանակաշրջանի վիճակագրական ցուցանիշներում:

Մեկ կամ երկու ուսումնասիրվող օբյեկտների պատկանելիությունից կախված՝ տարբերում են *մենաօբյեկտային* և *միջօբյեկտային* ցուցանիշներ: Առաջին խումբը բնութագրում է մեկ օբյեկտ, երկրորդը ստացվում է երկու տարբեր օբյեկտները բնութագրող արդյունքային մեծությունների համադրումից: Միջօբյեկտային ցուցանիշները նկարագրվում են հարաբերական կամ միջին մեծությունների տեսքով:

Տարածական որոշակիության տեսանկյունից՝ վիճակագրական ցուցանիշները լինում են *ընդհանուր տարածքային*, որոնք ուսումնասիրվող օբյեկտը (երևույթը) բնութագրում են ամբողջ երկրի մասշտաբով, կամ *ռեգիոնալ* և *լոկալ*, որոնք համապատասխանաբար վերաբերում են որոշակի տարածաշրջաններին կամ առանձին օբյեկտներին:

4.2. Բացարձակ մեծություններ

Վիճակագրական գումարային ընդհանրական ցուցանիշները արտահայտվում են *բացարձակ մեծություններով*, որոնք բնութագրում են հասարակական երևույթների և գործընթացների չափերը տարածական և ժամանակային որոշակի պայմաններում: Բացարձակ մեծությունները լինում են *անհատական* և *գումարային*.

Անհատական բացարձակ ցուցանիշները ստացվում են անմիջականորեն վիճակագրական դիտարկման ընթացքում՝ որպես օբյեկտների այս կամ այն համակցության առանձին միավորների քանակական հատկանիշների չափերն արտահայտող բացարձակ մեծություններ:

Գումարային բացարձակ մեծությունները բնութագրում են վիճակագրական դիտարկման մեջ ընդգրկված օբյեկտների համակցության որոշակի հատկանիշի արժեքների հանրագումարը: Դրանք ստացվում են կա՛մ դիտարկման միավորների թվի ուղղակի հաշվարկումով, կա՛մ համակցության առանձին միավորների հատկանիշի արժեքների գումարման միջոցով:

Բացարձակ մեծություններն անվանական թվեր են, որոնք ունեն ուղղակի չափողականության ու չափման միավորներ: Կախված սոցիալ-տնտեսական երևույթների ուսումնասիրության էությունից և վերլուծության նպատակից՝ կիրառվում են *բնական, պայմանական-բնական, արժեքային* և *աշխատանքի չափման* միավորներ:

Բնական են կոչվում չափման այնպիսի միավորները, որոնք համապատասխանում են ուսումնասիրվող երևույթի բնական հատկություններին և արտահայտվում են երկարության, մակերեսի, ծավալի և այլ միավորներով կամ երևույթի (օբյեկտի) միավորների քանակով: Միջազգային պրակտիկայում օգտագործում են չափման այնպիսի բնական միավորներ, ինչպիսիք են՝ տոննա, կիլոմետր, քառակուսի մետր, խորանարդ մետր, մետր, մղոն, կիլոգրամ, լիտր և այլն: (Նույն ժամանակաշրջանում, օրինակ, արտադրվել է 90 մլրդ կվտ/ժամ էլեկտրաէներգիա, 30 մլն տոննա նավթ և 60 մլրդ խմ գազ և այլն):

Չափման բնական միավորների խմբին են պատկանում նաև պայմանական-բնական չափորոշիչները, որոնք օգտագործվում են, երբ արտադրանքի որևէ տեսակն ունի մի քանի առանձնահատկություններ: Քանի որ չափման բնական միավորներով արտահայտված արտադրանքների տարբեր քանակների վերաբերյալ տվյալների գումարումն անիմաստ է, սպառողական միանման նշանակության արտադրանքների ընդհանուր ծավալը ստանալու նպատակով վիճակագրությունում օգտագործում են չափի պայմանական-բնական միավորները: Այդ դեպքում, առաջին հերթին, գտնում են բերման գործակիցները, որոնք արտահայտում են տարբեր արտադրանքների չափման բնական միավորների հարաբերակցությունն ըստ որևէ հատկանիշի (սպառողական հատկությունների, աշխատատարության, ինքնարժեքի և այլն): Ստացված գործակիցների միջոցով բոլոր այդ արտադրանքների տվյալ հատկանիշի արժեքները բերվում են մեկ արտադրանքի (որի բնական միավորը ընդունված է որպես չափի պայմանական միավոր) պայմանական-բնական միավորների: Տարատեսակ արտադրանքի ընդհանուր ծավալի հաշվարկման համար չափման պայմանական-բնական միավորների օգտագործումը պիտանի չէ:

Երբեմն չափման մեկ միավորի օգտագործումը բավարար չէ որևէ երևույթ և գործընթաց բնութագրելու համար: Այդպիսի դեպքերում հարկ է լինում օգտագործել միաժամանակ երկու կամ ավելի չափման միավորներ (օրինակ՝ էլեկտրաէներգիայի ծախսն արտահայտվում է կիլովատ-ժամերով):

Շուկայական տնտեսության պայմաններում կարևոր նշանակություն և կիրառություն ունեն չափման արժեքային միավորները, որոնք տալիս են սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների արժեքային (դրամական) գնահատականները: Այսպես, ազգային հաշիվների համակարգում կարևորագույն արժեքային ցուցանիշը, որը բնութագրում է երկրի տնտեսության ընդհանուր զարգացման մակարդակը, ՀՆԱ-ն է (համախառն ներքին արդյունքը):

Արժեզրկման բարձր տեմպերի պայմաններում արժեքային ցուցանիշների վերլուծության և համադրման գործընթացում անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ այդ ցուցանիշները դառնում են անհամադրելի (անհամատեղելի): Այսպես օրինակ, նպատակահարմար չէ համեմատել 2006 թ. ՀՆԱ մեծությունը 1990 թ. տվյալների հետ, քանի որ արժույթի բովանդակությունն այդ ժամանակահատվածում փոփոխվել է: Համարժեք համեմատության համար (որտեղ այն հնարավոր է) անհրաժեշտ է ցուցանիշների հաշվարկը կատարել համադրելի գներով:

Աշխատանքի չափման միավորները թույլ են տալիս հաշվի առնել ինչպես ձեռնարկության աշխատանքի ընդհանուր ծախսումները, այնպես էլ առանձին տեխնոլոգիական գործընթացների աշխատատարությունը (մարդ-օր և մարդ-ժամ):

Գործնականում, անհրաժեշտ տեղեկատվությունը բացահայտելու նպատակով, բացարձակ մեծությունները ստանում են հաշվարկային ճանապարհով, օրինակ՝ հաշվեկշռի հիման վրա.

$$З_Н + П = Р + З_К ,$$

որտեղ՝ $З_Н$-ը պահուստն է սկզբնական ժամանակաշրջանում,
П -ն՝մուտքը այդ ժամանակաշրջանում,
Р -ը՝ ծախսը այդ ժամանակաշրջանում,
$З_К$ -ն՝ պահուստը ժամանակաշրջանի վերջին:

Վիճակագրությունում բացարձակ մեծությունները լայնորեն օգտագործվում են տնտեսական վիճակի և հասարակական կյանքի երևույթների զարգացման գործընթացի վերլուծության և կանխատեսման համար:

4.3. Հարաբերական մեծություններ

Առանձին վերցրած, բացարձակ մեծությունները անհրաժեշտ տեղեկություններ չեն տալիս ուսումնասիրվող երևույթների և գործընթացների վերաբերյալ: Դրանց հիման վրա հաշվարկում են հարաբերական մեծությունները, որոնք բնութագրվում են համեմատվող բացարձակ մեծությունների քանակական հարաբերակցությամբ:

Ի տարբերություն բացարձակ վիճակագրական ցուցանիշների, հարաբերական մեծություններն ածանցյալ մեծություններ են, որոնք ստացվում են ոչ թե պարզ գումարման, այլ բացարձակ մեծությունների համադրման միջոցով, և արտահայտում են որոշակի հասարակական երևույթների ու գործընթացների յուրահատուկ քանակական հարաբերակցություն: Հարաբերական մեծության համարիչը ցույց է տալիս համեմատվող մեծությունը, որն անվանում են **հաշվետու** կամ **ընթացիկ**, իսկ հայտարարը՝ **համեմատման հիմք** կամ **համեմատման բազա**: Այսպիսով, հաշվարկվող հարաբերական մեծությունը ցույց է տալիս, թե քանի՞ անգամ է համեմատվող բացարձակ մեծությունը մեծ՝ որպես համեմատման հիմք ընդունված բացարձակ մեծությունից կամ նրա ո՞ր մասն է կազմում: Որպես կանոն, համեմատման բազան ընդունվում է 1, 100, 1000, 10000-ը:

Եթե հիմքը հավասար է մեկի, հարաբերական մեծությունը ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է ընթացիկ մեծությունը մեծ բազայինից կամ դրա որ մասն է կազմում, և արտահայտվում է գործակցի տեսքով: Եթե հիմքն ընդունվում է հավասար 100-ի, ապա հարաբերական մեծությունն արտահայտվում է տոկոսներով (%), 1.000-ի դեպքում՝ պրոմիլներով (‰), իսկ 10.000-ի դեպքում՝ պրոդեցիմիլներով ($^{0}/_{000}$):

Հարաբերական մեծությունները կարող են լինել *համանուն* և *տարանուն*: եթե համեմատվում են համանուն մեծությունները, ապա դրանք արտահայտվում են գործակիցներով, տոկոսներով, պրոմիլներով: Տարանուն մեծությունները համեմատելիս անվանական հարաբերական մեծությունները կազմվում են համեմատվող անվանական մեծություններից, օրինակ՝ երկրի բնակչության խտությունը՝ մարդ/կմ^2, բերքատվությունը՝ ց/հա և այլն:

Գործնականում կիրառվող վիճակագրական հատկանիշի հարաբերական բոլոր մեծությունները կարելի է ստորաբաժանել հետևյալ տեսակների՝

ա) դինամիկայի,
բ) պլանային առաջադրանքի,
գ) պլանի կատարման,
դ) կառուցվածքի,
ե) կոորդինացման,
զ) ինտենսիվության,
է) համեմատության:

Դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշը (ԴՀՑ) արտահայտում է երևույթների մակարդակների փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում: Այն հաշվարկվում է որպես տվյալ երևույթի տարբեր ժամանակաշրջանների կամ պահերի մակարդակների հարաբերություն: Դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշներն արտահայտվում են գործակիցներով կամ տոկոսներով:

Այսպես՝

$$\text{ԴՀՑ} = \frac{\text{Ընթացիկ ցուցանիշ}}{\text{Բազիսային ցուցանիշ}} (\%) \text{ կամ } \text{ԴՀՑ} = \frac{y_i}{y_0} (\%):$$

Հաշվարկված մեծությունը ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է ընթացիկ ցուցանիշը գերազանցում բազիսային ցուցանիշը, կամ դրա որ մասն է կազմում: Եթե ցուցանիշը արտահայտված է հարաբերությամբ, ապա կոչվում է *աճի գործակից*, իսկ երբ այն բազմապատկվում է 100%-ով, ստացվում է *աճի տեմպը*.

Օրինակ՝ 2004 թվականին գործարանը թողարկել է 300 հաստոց, իսկ 2005-ին՝ 330: Դինամիկայի հարաբերական գործակիցը կազմում է 1.1 (330/300), աճի տեմպը՝ 110%, հետևաբար մեկ տարում թողարկումն ավելացել է 10%-ով: Ֆինանսատնտեսական ոլորտի բոլոր սուբյեկտները, սկսած փոքր ձեռնարկություններից, վերջացրած խոշոր կոնցեռններով, գործունեության հեռանկարային պլանները ըստ այս կամ այն չափանիշի կազմելիս, համեմատում են իրական նվաճումների (հասանելի) արդյունքները ակնկալվող մակարդակի հետ: Այդ նպատակով որոշում են պլանային առաջադրանքի և պլանի իրականացման հարաբերական ցուցանիշները:

Պլանային առաջադրանքի հարաբերական ցուցանիշը գալիք ժամանակաշրջանի համար պլանավորված մակարդակի (y_{i+1}) հարաբերությունն է ցուցանիշի նախորդ շրջանի մակարդակին (y_i).

$$\text{ՊԱՀՑ} = \frac{\text{Ցուցանիշ, պլանավորված } (i+1)\text{-րդ ժամանակաշրջանում}}{\text{Ցուցանիշ, հասնումէ } i\text{-րդ ժամանակաշրջանում}} (\%) \text{ կամ՝}$$

$$\text{ՊԱՀՑ} = \frac{y_{i+1}}{y_i} (\%):$$

Պլանի կատարման հարաբերական ցուցանիշը ընթացիկ ժամանակաշրջանի փաստացի նվաճման մակարդակի (y_{i+1}) հարաբերությունն է պլանավորված ցուցանիշի մակարդակին ($y_{պլ}$) այդ նույն ժամանակաշրջանում.

$$\text{ՊԿՀՑ} = \frac{\text{Ցուցանիշ, հասնում է } (i+1)\text{ - րդ ժամանակաշրջանում}}{\text{Ցուցանիշ, պլանավորված } (i+1)\text{ - րդ ժամանակաշրջանում}} (\%),$$

կամ՝

$$\text{ՊԿՀՑ} = \frac{y_{i+1}}{y_{պլ}} (\%):$$

Օրինակ՝ ունենք հետևյալ տվյալները ֆիրմայի ձեռնարկությունների վերաբերյալ (տե՛ս աղյուսակ 4.1)

Աղյուսակ 4.1

Հարաբերական ցուցանիշների հաշվարկման օրինակ

Ձեռնարկությունները ֆիրմայում	Փաստացի իրացված արտադրանքի ծավալը 2005 թ. (մլն դրամ)	Արտադրանքի իրացման աճի պլանային առաջադրանքը 2006թ. (%)	Արտադրանքի փաստացի իրացված ծավալը 2006թ. (մլն դրամ)
Ա	30	104	32.6
Բ	48.5	106	52.7
Գ	60	102.5	63.0

Որոշել (ֆիրմայի համար ամբողջությամբ).

1. Պլանային առաջադրանքի չափը ըստ արտադրանքի իրացման ծավալի աճի 2006թ.:
2. Պլանի կատարման տոկոսը ըստ արտադրանքի իրացման ծավալի 2006թ.:
3. Իրացված արտադրանքի դինամիկայի ցուցանիշը:

Լուծում. Պլանային առաջադրանքի հարաբերական ցուցանիշը ստանալու համար տոկոսային արտահայտումից անցնենք արտադրանքի ծավալի փաստացի պլանային արտահայտմանը: Ֆիրմայի «Ա» ձեռնարկության 104%-ին համապատասխանում է 31,2 մլն դրամ, «Բ» ձեռնարկության 106%-ին՝ 51.41 մլն դրամ, իսկ «Գ» ձեռնարկության 102,5%-ին՝ 61,5 մլն դրամ:

Այսպիսով՝

ա) պլանային առաջադրանքի չափը ըստ արտադրանքի իրացման ծավալի աճի 2006թ. կկազմի՝

$$\text{ՊԱՀՄ} = \frac{y_{\text{պլ}}}{y_0} = \frac{31.2 + 51.41 + 61.5}{30 + 48.5 + 60} = \frac{144.11}{138.5} = 1.0405 \quad (104.05\%),$$

բ) պլանի կատարման տոկոսը՝ ըստ արտադրանքի իրացման ծավալի 2006թ.՝

$$\text{ՊԿՀՄ} = \frac{y_1}{y_{\text{պլ}}} = \frac{32.6 + 52.7 + 63}{144.11} = \frac{148.3}{144.11} = 1.029 \quad (102.9\,\%),$$

գ) դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշը՝

$$\text{ԴՀՑ} = \frac{y_1}{y_0} = \frac{148.3}{138.5} = 1.0707 \quad (107.07\%),$$

Պլանային առաջադրանքի, պլանի կատարման և դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշների միջև գոյություն ունի փոխադարձ կապ.

$$\text{ԴՀՑ} = \text{ՊԱՀՑ} \times \text{ՊԿՀՑ}:$$

Կառուցվածքի հարաբերական ցուցանիշները (ԿՀՑ) ուսումնասիրվող օբյեկտի կառուցվածքի մասերի հարաբերություններն են ամբողջին.

$$\text{ԿՀՑ} = \frac{\text{Ցուցանիշը (բնութագրում է համակցության մասը)}}{\text{Ցուցանիշը (բնութագրում է ամբողջ համակցությունը)}}:$$

Կառուցվածքի հարաբերական ցուցանիշը հաշվարկելիս ամբողջ $\sum f_i$ ընդունում ենք որպես համեմատության բազա և գտնում առանձին մասերի տեսակարար կշիռը (d_i) ամբողջի նկատմամբ՝

$$d_i = \frac{f_i}{\sum f_i} 100\,\%:$$

Օրինակ՝ ըստ եռամսյակների ՀՀ բնակչության դրամական եկամուտների վերաբերյալ (1999-2000 թթ.) կան հետևյալ տվյալները (մլրդ դրամ) (տե՛ս աղյուսակ 4.2).

Աղյուսակ 4.2

ՀՀ բնակչության դրամական եկամուտները 1999-2000 թթ.

Տարի	Եռամսյակներ				Ընդամենը
	I	II	III	IV	
1999	117.4	133.2	160.4	216.0	627.0
2000	125.6	138.3	191.4	243.0	698.3

Հաշվարկել բնակչության դրամական եկամուտների կառուցվածքի հարաբերական մեծությունները յուրաքանչյուր տարում, ըստ եռամսյակների:

Լուծում. Հաշվարկենք դրամական եկամուտների կառուցվածքի հարաբերական մեծությունները 1999 և 2000 թթ.

1999 թ. ***2000 թ.***

$$d_I = \frac{117.4}{627} \cdot 100\% = 18.72\,\%; \qquad d_I = \frac{125.6}{698.3} \cdot 100\% = 17.99\,\%;$$

$$d_{II} = \frac{133.2}{627} \cdot 100\% = 21.24\,\%; \qquad d_{II} = \frac{138.3}{698.3} \cdot 100\% = 19.8\,\%;$$

$$d_{III} = \frac{160.4}{627} \cdot 100\% = 25.58\,\%; \qquad d_{III} = \frac{191.4}{698.3} \cdot 100\% = 27.41\,\%;$$

$$d_{IV} = \frac{216}{627} \cdot 100\% = 34.45\,\%; \qquad d_{IV} = \frac{243}{698.3} \cdot 100\% = 34.8\,\%:$$

Հաշվարկված կառուցվածքի հարաբերական մեծությունները ներկայացված են աղյուսակ 4.3-ում:

Աղյուսակ 4.3

Դրամական եկամուտների կառուցվածքը ՀՀ-ում 1999-2000 թթ. ըստ եռամսյակների

Եռամսյակ	Դրամական եկամուտների տեսա պ պ ր կշի ը%( )	
	1999 թ.	2000 թ.
I	18.7	18.0
II	21.2	19.8
III	25.6	27.4
IV	34.5	34.8

Աղյուսակի տվյալները վկայում են, որ ուսումնասիրվող դրամական եկամուտների տեսակարար կշիռները օրինաչափորեն աճում են առաջին եռամսյակից մինչև չորրորդ եռամսյակը:

Կոորդինացման հարաբերական ցուցանիշները (ԿՀՑ) բնութագրում են համակցության առանձին մասերի հարաբերակցությունը որպես համեմատության բազա ընդունված՝ դրանցից որևէ մեկի նկատմամբ: Կոորդինացման ցուցանիշները միևնույն չափման միավոր ունեցող բացարձակ մեծությունների հարաբերություններ են, որոնք արտահայտվում են տոկոսներով, պրոմիլներով (ոչ անվանական միավորներով).

$$ԿՀՑ = \frac{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է համակցության } i\text{ - րդ մասը)}}{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է որպես համեմատման բազա ընտրված համակցության մասը)}}$$

Սովորաբար որպես համեմատության բազա ընտրվում է այն մասը, որն ունի առավելագույն տեսակարար կշիռ կամ նախընտրելի է տնտեսական (սոցիալական) տեսակետից: Արդյունքում որոշվում է, թե որքա՞ն կառուցվածքային միավոր է համապատասխանում բազիսային կառուցվածքի մեկ միավորին:

Օրինակ՝ ՀՀ-ում 2002 թ. (հազ. մարդ) տնտեսական ակտիվ բնակչության միջին տարեկան թվի վերաբերյալ ունենք հետևյալ տվյալները.

տնտեսական ակտիվ բնակչություն 1240.1,
այդ թվում՝
զբաղվածներ...1106.4,
գործազուրկներ..133.7:

Հաշվարկել՝ քանի՞ գործազուրկ է ընկնում ՀՀ տնտեսությունում ամեն 1.000 զբաղվածներին:

Լուծում.

$$ԿՀՑ = \frac{133,7}{1106,4} \cdot 1000 = 121:$$

Նշանակում է՝ տնտեսությունում զբաղված յուրաքանչյուր 1000 մարդուն ընկնում է 121 գործազուրկ:

Ինտենսիվության հարաբերական ցուցանիշները (ԻՀՑ) բնութագրում են տվյալ երևույթի տարածվածությունը կամ զարգացման աստիճանը որոշակի միջավայրում.

$$ԻՀՑ = \frac{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է A երևույթը)}}{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է A երևույթի տարածվածությունը)}}$$

Օրինակ՝ աղյուսակ 4.4-ում ներկայացված են տվյալները ՀՀ 1998-2002 թթ-ին բնակչության բնական շարժի վերաբերյալ:

Աղյուսակ 4.4

ՀՀ բնակչության բնական շարժը 1998-2002

Տարեթվերը	Բնակչության թվաքանակը (հազ. մարդ)	Բնակչության բնական շարժը (հազ. մարդ)		
		Ծնվածների թիվը	Մահացածների թիվը	Բնական հավելաճը
1998	3798.2	39.366	23.210	16.156
1999	3803.4	36.502	24.087	12.415
2000	3802.4	34.276	24.025	10.251
2001	3212.9	32.065	24.003	8.062
2002	3210.3	32.229	25.554	6.675

Վերոնշյալ տվյալների հիման վրա պահանջվում է որոշել բնակչության ծնելիության, մահացության և բնական հավելաճի ինտենսիվության հարաբերական մեծությունները:

Լուծում. Բնակչության բնական վերարտադրության ինտենսիվության հարաբերական մեծությունը որոշելու համար այդ գործընթացների բացարձակ մեծությունները հարաբերենք բնակչության ընդհանուր թվին՝ հազար մարդու հաշվով (արտահայտված պրոմիլներով):

Այսպես, 1998թ. ծնելիության ինտենսիվության հարաբերական ցուցանիշը կլինի՝ (39.366 / 3798.2) x 1000 = 10.36 ‰,
մահացությանը՝ (23.21/3798.2) x 1000= 6.11‰,
բնական հավելաճինը՝ (16.156/3798.2) x 1000 = 4.25‰:

Նույն սկզբունքով հաշվարկվում են բնակչության՝ այլ տարիների բնական շարժը բնութագրող ինտենսիվության հարաբերական մեծությունները (տե՛ս աղյուսակ 4.5):

Աղյուսակ 4.5

Ինտենսիվության հարաբերական ցուցանիշները

Տարեթվերը	Բնակչության բնական շարժը 1000 մարդու հաշվով		
	Ծնվածների թիվը	Մահացածների թիվը	Բնական հավելաճը
1998	10.36	6.11	4.25
1999	9.59	6.33	3.26
2000	9.01	6.32	2.69
2001	9.98	7.47	2.51
2002	10.04	7.96	2.08

Համեմատման հարաբերական ցուցանիշները (ՀՀՑ) բնութագրում են համանուն բացարձակ ցուցանիշների հարաբերությունը, որը համապատասխանում է նույն ժամանակահատվածին կամ ժամանակի նույն պահին, սակայն տարբեր օբյեկտների կամ տարածքների նկատմամբ.

$$ՀՀՑ = \frac{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է A օբյեկտը)}}{\text{Ցուցանիշ (բնութագրում է B օբյեկտը)}}:$$

Օրինակ՝ երկար տարիների ընթացքում ջրի պահեստավորումը Լադոգա լճում կազմում է 991 կմ^3, իսկ Բայկալում՝ 23000 կմ^3: **Որոշել** համեմատման հարաբերական մեծությունը՝ համեմատման հիմք ընդունելով Լադոգա լճի ջրի պահեստավորումը:

Լուծում. $ՀՀՑ = \frac{23000}{911} = 25{,}2$:

Հետևաբար, Բայկալ լճում ջրի պահեստավորումը 25.2 անգամ ավելի է, քան Լադոգա լճում:

4.4. Միջին մեծություններ

Վիճակագրությունում հասարակական, այդ թվում՝ տնտեսական, գիտափորձարարական, արտադրական երևույթներն ուսումնասիրվում են ընդհանրական ցուցանիշների օգնությամբ, որոնցից են միջին մեծությունները:

Սոցիալ-տնտեսական հետազոտություններում վիճակագրական ցուցանիշների գնահատման ամենատարածված ձևը միջին մեծությունն է, որը վիճակագրական համակցության հատկանիշի ընդհանրական քանակական բնութագրիչն է՝ տեղի և ժամանակի որոշակի պայմաններում:

Միջին մեծությունը վիճակագրական գիտության կարևորագույն

կատեգորիաներից է, ընդհանրական ցուցանիշների հիմնական ձևը:

Միջին մեծության տեսքով հաշվարկված ցուցանիշը արտահայտում է նմանատիպ երևույթների բնորոշ գծերը, տալիս դրանց ընդհանրական բնութագրիչներն ըստ առանձին տատանվող ցուցանիշների:

Միջին մեծությունը արտացոլում է այն ընդհանուրը, որը հատուկ է հետազոտվող համակցության բոլոր միավորներին: Համակցության հատկանիշի առանձին միավորների արժեքները կարող են տատանվել ինչպես հիմնական, այնպես էլ պատահական բազմաթիվ գործոնների ազդեցության ներքո:

Միջին մեծություններում մարվում են համակցության միավորների անհատական տարբերությունները: Դրանք արտահայտում են երևույթի ամբողջ համակցությանը բնորոշ ընդհանուր օրինաչափության գծերը: Այդ հատկությունը կանխորոշում է միջինների օգտագործումը վիճակագրական գիտության հիմնական մեթոդի որակում: Միջին մեծությունները բազմաթիվ են և քանակապես արտահայտում են վիճակագրական համակցության որոշակի հատկությունները:

Միջինների էությունն այն է, որ համակցության հատկանիշի պատահական գործոնների ազդեցությամբ պայմանավորված առանձին միավորների շեղումները փոխադարձաբար չեզոքացվում են՝ ի հայտ բերելով հիմնական գործոնների ազդեցությունը: Միջինների բնորոշությունը անմիջականորեն կապված է վիճակագրական համակցության համասեռության հետ: Միջին մեծությունը արտացոլում է հատկանիշին բնորոշ մակարդակը միայն այն դեպքում, երբ հաշվարկվում է ըստ որակապես համասեռ համակցության տարրերի: Միջինների մեթոդը կիրառվում է խմբավորման մեթոդի հետ շաղկապված. եթե համակցությունը համասեռ չէ, ընդհանուր միջինը անհրաժեշտ է փոխարինել կամ լրացնել խմբային՝ ըստ քանակապես համասեռ խմբերի հաշվարկված միջիններով:

Վիճակագրությունում գործնականում օգտագործվում են միջինների հետևյալ տեսակները.

- թվաբանական,
- հարմոնիկ,
- երկրաչափական,
- քառակուսային,
- խորանարդ,
- ժամանակագրական,
- աստիճանային,
- կառուցվածքային՝ մեդիան, մոդա:

Միջինները (բացի մեդիանայից և մոդայից) հաշվարկվում են երկու եղանակով՝ պարզ և կշռված: Վիճակագրական պրակտիկայում ամենատարածված և կիրառելի ձևը միջին թվաբանականն է:

Միջին թվաբանականը, դրա հատկությունները

Միջին մեծությունների առավել տարածված տեսակն է միջին թվաբանականը, որը հաշվարկվում է, երբ միջինացվող հատկանիշի ընդհանուր ծավալը ձևավորվում է որպես ուսումնասիրվող վիճակագրական համակցության առանձին արժեքների գումար:

Հատկանիշը, ըստ որի հաշվարկվում է միջինը (նշանակվում է $\bar{x}$ նշանով), կոչվում է միջինացվող հատկանիշ: Միջինացվող հատկանիշի մեծությունը համակցության յուրաքանչյուր միավորի համար կոչվում է անհատական արժեք և նշանակվում է x_i-ով՝ x_1 x_2 ...x_n: *Համախականությունը* անհատական արժեքի կրկնումների թիվն է և նշանակվում է f_i-ով:

Կախված սկզբնական տվյալների բնույթից՝ միջին թվաբանականը կարող է լինել *պարզ* (*չխմբավորված*) և *կշռված* (*խմբավորված*):

Պարզ միջին թվաբանականից օգտվում են այն դեպքում, երբ հատկանիշի (x_i) յուրաքանչյուր արժեքն ունի միատեսակ համախականություն՝ չխմբավորված տվյալներով:

Եթե տրված x_i համակցության հատկանիշի արժեքներն են x_1 x_2 ...x_n, միջին թվաբանականը որոշվում է հատկանիշի արժեքների գումարի և անդամների թվի հարաբերությամբ՝

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (4.1)$$

որտեղ՝ x_i -ն i-րդ հատկանիշի արժեքն է,
n –ը՝ միավորների թիվը:

Ապացույց. Համակցության անդամները փոխարինենք միջին արժեքով՝

$$\bar{x},\ \bar{x}, \bar{x}, \ldots \bar{x};$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = \bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \ldots + \bar{x};$$

տվյալ դեպքում՝ $\sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$;

որտեղից՝ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$:

Օրինակ՝ աղյուսակ 4.6-ում ներկայացված են տվյալներ՝ ՀՀ-ում

արտանետման անշարժ աղբյուրներից վնասակար նյութերի մթնոլորտային արտանետումների վերաբերյալ (1996-2002 թթ., հազ. տոննա):

Աղյուսակ 4.6

Արտանետումները անշարժ աղբյուրներից 1996-2002 թթ. (հազ. տ)

Տարեթվեր	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Արտանետումներ	13.9	14.2	16.4	21.7	30.3	17.0	21.0

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա հաշվարկենք միջին թվաբանականի արժեքը:

Լուծում.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{13.9 + 14.2 + 16.4 + 21.7 + 30.3 + 17.0 + 21.0}{7} = 19.214$$

Այսպիսով, վնասակար նյութերի անշարժ աղբյուրներից մթնոլորտային արտանետումների միջինը ըստ տարիների կազմում է 19.214 հազ. տոննա:

Երբ համակցությունը արտահայտվում է եռանիշ, քառանիշ կամ հնգանիշ թվերով, միջինի հաշվարկման համար նպատակահարմար է օգտվել պայմանական միջինից (պայմանական զրո): Որպես պայմանական միջին կարելի է ընտրել համակցության ցանկացած անհատական արժեքը՝ բացառելով եզրային արժեքները: Սակայն նախընտրելի է այնպիսի պայմանական միջինը, որից համակցության անհատական արժեքների շեղումները փոքրագույնն են: Պայմանական միջինի օգտագործումը հեշտացնում է միջին թվաբանականի հաշվարկը՝ եռանիշ, քառանիշ, հնգանիշ թվերը դարձնելով միանիշ, երկնիշ և այլն (դրանց հետ գործողություններ կատարելն ավելի դյուրին է):

Օգտագործելով պայմանական միջինը՝ միջին թվաբանականի հաշվարկման բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)}{n} + a, \qquad (4.1ա)$$

որտեղ՝ a-ն պայմանական միջինն է,
x_i -ն հատկանիշի արժեքն է,
$(x_i - a)$ -ն պայմանական միջինից անհատական արժեքների շեղումներն են:

Օրինակ՝ ըստ աղյուսակ 4.6-ի տվյալների, որոշենք միջին թվաբանականը՝ օգտագործելով պայմանական միջինի բանաձևը:

Լուծում. Որպես պայմանական միջին ընտրում ենք a = 17: Այնուհետև հաշվարկում ենք անհատական արժեքների շեղումները պայմանական միջինի արժեքից (x_i - a) և որոշում այդ շեղումների գումարը:

Պարզության համար կազմենք հետևյալ աղյուսակը.

x_i	13.9	14.2	16.4	21.7	30.3	17.0	21.0	գումար
x_i - a	-3.1	-2.8	-0.6	4.7	13.3	0	4.0	15.5

Օգտվելով (4.1ա) բանաձևից, կստանանք՝

$$\bar{x} = \frac{15.5}{7} + 17 = 19.214 \text{ հազ.տ}:$$

Կշռված միջին թվաբանականը

Կշռված միջին թվաբանականը հաշվարկվում է այն դեպքերում, երբ կրկնվում են հատկանիշի մեկ կամ մի քանի անհատական արժեքներ: Հաշվարկն իրականացնելու նպատակով տվյալները խմբավորում են դիսկրետ կամ միջակայքային բաշխման շարքերով:

Եթե ունենք դիսկրետ բաշխման շարք՝

$$\begin{array}{ll} x_i & x_1, x_2, \dots, x_n \\ f_i & f_1, f_2, \dots, f_n, \end{array}$$

ապա կշռված միջին թվաբանականը հավասար է հատկանիշի արժեքների և դրանց համապատասխան հաճախականությունների արտադրյալների գումարի և հաճախականությունների գումարի հարաբերությանը

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \qquad (4.2)$$

որտեղ՝ x_i -ն հատկանիշի արժեքն է,

f_i -ն՝ կրկնումների թիվը (կշիռը, հաճախականությունը):

Առանձին դեպքերում կշիռները կարող են ներկայացվել ոչ թե բացարձակ, այլ հարաբերական մեծություններով (տոկոսներով կամ միավորի մասերով):

Կշռված միջին արժեքը տվյալ դեպքում կընդունի հետևյալ տեսքը.

(4.2ա)

որտեղ՝ $d_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$:

Հաճախ տնտեսագիտական բնույթի խնդիրներ լուծելիս միջին արժեքը որոշելիս անտեսվում են հատկանիշի արժեքների կշիռները, չնայած իրականում դրանք անհրաժեշտ են: Որպես հետևանք՝ դա հանգեցնում է իրական պատկերի աղավաղմանը՝ սխալի:

Ենթադրենք, օրինակ, մեկ ամսվա ընթացքում բանկ դրվող ավանդների բաշխումն ըստ մեծությունների ունի հետևյալ տեսքը (հազ. դրամ) (տե՛ս աղյուսակ 4.7):

Աղյուսակ 4.7

Բանկ դրվող ավանդների մեծությունը (հազ. դրամ)

Ավանդներ	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Ավանդատուներ	4	10	15	19	22	14	7	6	3

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա հաշվարկել մեկ ամսվա ընթացքում բանկ դրվող ավանդների միջին արժեքը:

Լուծում. Միջին արժեքը որոշելու համար նպատակահարմար է օգտվել կշռված միջին թվաբանականի (4.2) բանաձևից:

Հաշվարկների պարզության համար կազմենք աղյուսակ (տես՝ աղյուսակ 4.8), որի առաջին սյունակում գրվում են ավանդների մեծությունները՝ x_i, երկրորդ սյունակում՝ ավանդատուների թիվը՝ f_i իսկ երրորդում՝ դրանց արտադրյալները՝ $x_i \cdot f_i$:

Աղյուսակ 4.8

Հաշվարկային աղյուսակ

x_i	f_i	$x_i f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$x_i \frac{f_i}{\sum f_i}$
1	2	3	4	5
10	4	40	0.04	0.4
15	10	150	0.1	1.5
20	15	300	0.15	3
25	19	475	0.19	4.75
30	22	660	0.22	6.6
35	14	490	0.14	4.9
40	7	280	0.07	2.8
45	6	270	0.06	2.7
50	3	150	0.03	1.5
Ընդամենը	100	2815	-	28.15

Կշռված միջին թվաբանականը՝

$$\bar{x} = \frac{2815}{100} = 28.15 \text{ հազ. դրամ:}$$

Հետևություն՝ մեկ ամսվա ընթացքում բանկ դրվող ավանդների միջին մեծությունը հավասար է 28.15 հազ. դրամի:

Ըստ բանաձև (4.2ա)-ի որոշում ենք $\frac{f_i}{\sum f_i}$ հարաբերությունը (սյուն. 4), որից հետո $x_i\frac{f_i}{\sum f_i}$ արտադրյալների գումարը (սյուն. 5), այնուհետև՝ կշռված միջին թվաբանականի արժեքը. այն հավասար է 28.15 հազ դրամ:

Եթե տրված է միջակայքային բաշխման շարքը և պահանջվում է որոշել միջին արժեքը, ապա անհրաժեշտ է անցում կատարել դրանց կենտրոնների արժեքներին՝ ստանալով դիսկրետ բաշխման շարք: Միջակայքային բաշխման շարքի միջին արժեքի հաշվարկումը որոշ չափով դժվարանում է, երբ անհայտ են առաջին միջակայքի սկզբի և վերջին միջակայքի վերջի սահմանները: Այդ դեպքում պայմանականորեն ընդունում են, որ առաջին միջակայքի երկարությունը հավասար է հաջորդ միջակայքի երկարությանը, իսկ վերջին միջակայքինը՝ նախորդի երկարությանը: Այսպիսով, վերականգնվում են եզրային միջակայքերը:

Օգտվելով կշռված միջին թվաբանականի բանաձևից՝ որոշում ենք միջին արժեքը.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i' f_i}{\sum f_i}, \qquad \textbf{(4. 2բ)}$$

որտեղ՝ x_i' -ը միջակայքերի կենտրոնի արժեքն է:

Օրինակ՝ ձեռնարկության բանվորների բաշխումն ըստ տարիքի ունի հետևյալ տեսքը (աղյուսակ 4.9):

Աղյուսակ 4.9

Ձեռնարկության բանվորների բաշխումն ըստ տարիքի

Տարիքը	Բանվորների թիվը
մինչև 25	4
25-30	16
30-40	28
40-50	32
50-60	15
60-ից ավելի	5
Ընդամենը	100

Որոշենք բանվորների միջին տարիքը:

Լուծում. Բանվորների միջին տարիքը որոշելու համար անհրաժեշտ է գտնել տարիքային միջակայքի կենտրոնի արժեքը: Այս դեպքում առաջին և վերջին միջակայքերի լայնությունները պայմանականորեն ընդունված են երկրորդ և նախավերջին միջակայքերի լայնություններին հավասար: Տվյալ օրինակում միջակայքի կենտրոնները կլինեն. առաջին միջակայքի համար՝ $\frac{20+25}{2} = 22.5$, երկրորդի՝ $\frac{25+30}{2} = 27.5$ և այլն: Վերջին միջակայքի համար $\frac{60+70}{2} = 65$: Ստանում ենք միջակայքի կենտրոնի հետևյալ արժեքները՝ x_i' 22.5, 27.5, 35, 45, 55, 65:

Օգտվելով կշռված միջին արժեքի հաշվարկման (4.2բ) բանաձևից որոշում ենք ձեռնարկության բանվորների միջին տարիքը՝

$$\bar{x} = \frac{22.5\cdot4+27.5\cdot16+35\cdot28+45\cdot32+55\cdot15+65\cdot5}{4+16+28+32+15+5} = \frac{4100}{100} = 41$$

Միջակայքային բաշխման շարքի համար միջին թվաբանականը կարելի է որոշել «մոմենտների» կամ «պայմանական զրո» սկզբունքի եղանակով, հետևյալ բանաձևով՝

$$\bar{x} = \frac{\sum\left(\frac{x_i'-a}{k}\right)\cdot f_i}{\sum f_i}\cdot k + a \qquad \textbf{(4.3)}$$

որտեղ՝ x_i' -ը միջակայքի կենտրոնի արժեքն է,

a-ն՝ պայմանական միջինն է (տեսականորեն ընտրվում է այն թիվը, որի հաճախականությունը ամենամեծն է),

k-ն՝ միջակայքի լայնությունն է (երկարությունը):

Որոշ դեպքերում a-պայմանական միջինը ընտրելիս կարելի է շեղվել տեսականորեն ընտրված թվից: Եթե խմբերի թիվը կենտ է, նպատակահարմար է a-պայմանական միջինն ընտրել միջնաթիվը՝ հաշվի չառնելով հաճախականությունը. ստացվում է սիմետրիկություն «0» կետի նկատմամբ, և հաշվարկները դառնում են ավելի պարզ:

Օրինակ՝ մեկ ամսվա ընթացքում բանկ դրվող ավանդների բաշխումն ըստ միջակայքերի ունի աղյուսակ 4.10-ում ներկայացված տեսքը:

Աղյուսակ 4.10

Ավանդների բաշխումն ըստ միջակայքերի (հազ. դրամ)

Ավանդներ	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42	42-46
Ավանդատուների թիվը	5	10	15	18	21	14	7	6	4

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա հաշվարկենք միջին թվաբանականը՝ մոմենտների եղանակով:

Լուծում. Լուծումը պարզեցնելու համար օգտվենք հաշվարկային աղյուսակից (տես՝ աղյուսակ 4.10.1):

Աղյուսակ 4.10.1

Մոմենտների եղանակով միջին արժեքի հաշվարկը

Ավանդներ (հազ.դրամ) x_i	Ավանդատուների թիվը f_i	Կենտրոնի արժեքը x'_i	$x'_i - a$	$\frac{x'_i - a}{k}$	$\frac{x'_i - a}{k} \cdot f_i$
1	2	3	4	5	6
10 -14	5	12	-16	-4	-20
14 -18	10	16	-12	-3	-30
18 -22	15	20	-8	-2	-30
22 - 26	18	24	-4	-1	-18
26 - 30	21	28	0	0	0
30 - 34	14	32	4	1	14
34 - 38	7	36	8	2	14
38 - 42	6	40	12	3	18
42 - 46	4	44	16	4	16
Ընդամենը	100	-	-	-	-36

Լուծման հաջորդականությունը հետևյալն է.

1. Որոշում ենք միջակայքերի կենտրոնների արժեքները՝ x'_i, որը հավասար է միջակայքի ստորին և վերին սահմանների կիսագումարին (սյունակ 3):
2. Ընտրում ենք պայմանական միջինը՝ a = 28-ը, իսկ միջակայքի լայնությունը՝ k = 4:
3. Որոշում ենք միջակայքերի կենտրոնների արժեքների տարբերությունները պայմանական միջին արժեքից (սյունակ 4):

4. Որոշում ենք պայմանական միջինից կենտրոնների արժեքների տարբերությունների և դրանց լայնությունների հարաբերությունները (սյունակ 5):
5. Սյունակ 5-ի արժեքները բազմապատկում ենք ավանդատուների թվով (սյունակ 6), և արդյունքները գումարում, որը հավասար է -36:
6. Օգտվելով (4.3) բանաձևից՝ մոմենտների եղանակով հաշվարկում ենք միջին արժեքը: Այն հավասար կլինի՝

$$\bar{x} = \frac{-36}{100} \cdot 4 + 28 = 26.56 \text{ հազ. դրամ:}$$

Այսպիսով, մեկ ամսվա ընթացքում բանկում դրվող ավանդների միջին արժեքը կազմում է 26.56 հազ. դրամ:

Երբ հայտնի են խմբային միջիններն ու հաճախականությունները, կարելի է որոշել ընդհանուր միջինը:

Խմբային միջինը կոչվում է տարբերակների միջին թվաբանականն: Նույն հատկանիշի ամբողջ համակցության միջին թվաբանականը կոչվում է ընդհանուր միջին:

Ենթադրենք՝ որևէ համակցություն բաժանված է խմբերի, որոնց անվանում են չհատվող, եթե յուրաքանչյուր տարբերակ պատկանում է միայն մեկ խմբի: Ընդունենք, որ երեք արտադրամասերի աշխատողների միջին աշխատավարձը կազմում է համապատասխանաբար $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$ հազ. դրամ (դրանք խմբային միջիններն են): Ընդհանուր միջինն այս դեպքում կլինի ամբողջ արտադրամասի բանվորների աշխատավարձի միջինը:

Ընդհանուր միջինն ըստ աշխատավարձի որոշվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i} \qquad (4.4)$$

որտեղ՝ $\bar{x}_i$ -ն խմբային միջիններն են,

f_i –ն՝ արտադրամասի բանվորների թիվն է,

$\bar{x}$-ը՝ ընդհանուր միջինը:

Թեորեմ. Եթե S համակցությունը բաժանված է չհատվող S_1, S_2 ....S_i խմբերի, ապա ընդհանուր միջինը հավասար է խմբային միջին թվաբանականին, երբ կշիռները խմբի ծավալներն են:

Ապացույց. Ընդունենք՝ S_1, S_2 ....S_i բաշխվածությունը, ինչպես նաև S-ը, որոնք ներկայացված են հետևյալ աղյուսակով.

Բաշխման հաճախականությունները

x_i	S_1	S_2	...	S_i	S
x_1	p_1	q_1		l_1	$p_1+q_1+\ldots+l_1=A_1$
x_2	p_2	q_2		l_2	$p_2+q_2+\ldots+l_2=A_2$
.	.	.	...	.	.
.	.	.		.	.
x_k	p_k	q_k		l_k	$p_k+q_k+\ldots+l_k=A_k$
ընդ.	$N_1=\Sigma p$	$N_2=\Sigma q_i$	...	$N_i=\Sigma l_i$	$N_1+N_2+\ldots+N_i=A$

Դիտարկված հատկանիշի խմբային միջինները կլինեն՝

$$\bar{x}_1=\frac{\sum x_i p_i}{\sum p_i}=\frac{\sum x_i p_i}{N_1};\quad \bar{x}_2=\frac{\sum x_i q_i}{\sum q_i}=\frac{\sum x_i q_i}{N_2};\ \ldots;\ \bar{x}_k=\frac{\sum x_i l_i}{N_k}:$$

Ընդհանուր միջինը կլինի՝

$$\bar{x}=\frac{x_1(p_1+q_1+\ldots+l_1)+x_2(p_2+q_2+\ldots+l_2)+\ldots+x_k(p_k+q_k+\ldots+l_k)}{N_1+N_2+\ldots+N_k}=$$

$$=\frac{(x_1p_1+\ldots+x_1l_1)+(x_2p_2+\ldots+x_2l_2)+\ldots+(x_kp_k+\ldots+x_kl_k)}{N_1+N_2+\ldots+N_k}=$$

$$=\frac{\sum x_ip_i+\sum x_iq_i+\ldots+\sum x_il_i}{N_1+N_2+\ldots+N_k} \qquad \textbf{(4.4.1)}$$

խմբային միջինների $\sum x_i p_i=\bar{x}_1N_1$, $\sum x_i q_i=\bar{x}_2N_2$, ..., $\sum x_i l_i=\bar{x}_kN_k$ արժեքները տեղադրելով (4.4.1) բանաձևում կստանանք՝

$$\bar{x}=\frac{\bar{x}_1N_1+\bar{x}_2N_2+\ldots+\bar{x}_kN_k}{N_1+N_2+\ldots+N_k}=\frac{\sum \bar{x}_iN_i}{\sum N_i}: \qquad \textbf{(4.5)}$$

Միջին թվաբանականի հատկությունները

Միջին թվաբանականն ունի մաթեմատիկական հատկություններ, որոնք լիովին բացահայտում են դրա էությունը, որոշ դեպքերում կարևոր դեր են խաղում հաշվարկներ կատարելիս:

Դիտարկենք միջին թվաբանականի որոշ հատկությունները.

1. Համակցության միջին արժեքից անհատական արժեքների շեղումների գումարը հավասար է զրոյի.

$$\sum(x_i-\bar{x}_i)f_i=0: \qquad \textbf{(4.6)}$$

Հատկության մաթեմատիկական ապացույցը հետևյալն է.

$$\sum(x_i-\bar{x}_i)f_i=\sum x_if_i-\sum\bar{x}_if_i=\bar{x}\cdot\sum f_i-\bar{x}\cdot\sum f_i=0:$$

Այս հատկությունը ստուգիչ քայլ է միջին թվաբանականի հաշվարկի ճշտությունը որոշելու համար:

2. Եթե բոլոր միջինացվող տարբերակները փոքրացնենք կամ մեծացնենք միևնույն a հաստատուն թվով, ապա միջին թվաբանականը համապատասխանաբար կփոքրանա կամ կմեծանա նույն թվով:

Ունենք $x_i \pm a$ համակցությունը:

Ապացուցենք, որ $\overline{x_i \pm a}=\bar{x}\pm a$:

$$\frac{\sum(x_i\pm a)f_i}{\sum f_i}=\frac{\sum x_if_i\pm a\sum f_i}{\sum f_i}=\frac{\sum x_if_i}{\sum f_i}\pm\frac{a\sum f_i}{\sum f_i}=\bar{x}\pm a: \qquad \textbf{(4.7)}$$

3. Եթե x_i հատկանիշի բոլոր տարբերակների արժեքները փոքրացնենք կամ մեծացնենք a անգամ, ապա միջինը նույնպես համապատասխանաբար կփոքրանա կամ կմեծանա a անգամ:

Ունենք $\frac{x_i}{a}$ կամ $x_i\cdot a$ համակցությունը.

Ցույց տանք, որ՝ $\frac{\bar{x}_i}{a}=\frac{1}{a}\bar{x}$:

$$\frac{\sum(x_i:a)f_i}{\sum f_i}=\frac{\frac{1}{a}\sum x_if_i}{\sum f_i}=\frac{1}{a}\cdot\bar{x}: \qquad \textbf{(4.8)}$$

4. Եթե բոլոր կշիռները (հաճախականությունները) փոքրացնենք կամ մեծացնենք a անգամ, ապա միջին թվաբանականի արժեքը չի փոփոխվի (կմնա նույնը):

Ունենք $x_i(\frac{f_i}{a})$ համակցությունը.

ապացուցենք, որ՝ $\overline{x_i(\frac{f_i}{a})}=\bar{x}$;

$$\overline{x_i(\frac{f_i}{a})}=\frac{\sum x_i(\frac{f_i}{a})}{\sum\frac{f_i}{a}}=\frac{\frac{1}{a}\sum x_if_i}{\frac{1}{a}\sum f_i}=\bar{x}: \qquad \textbf{(4.9)}$$

Հետևություն. Եթե բոլոր կշիռներն իրար հավասար են, կշռված և պարզ միջին թվաբանականները կունենան միևնույն արժեքը:

5. Հատկանիշի միջին թվաբանականից անհատական արժեքների ունեցած շեղումների քառակուսիների գումարը փոքր է անհատական արժեքների ցանկացած a թվից ունեցած շեղումների քառակուսիների գումարից:

Ցույց տանք, որ՝

$$\sum(x_i-a)^2 f_i > \sum(x_i-\bar{x})^2 f_i \ :$$

Ապացույց.

$$\sum(x_i-a)^2 f_i = \sum(x_i-\bar{x}+\bar{x}-a)^2 f_i = \sum\left[(x_i-\bar{x})+(\bar{x}-a)\right]^2 f_i =$$
$$= \sum\left[(x_i-\bar{x})^2 + 2\cdot(x_i-\bar{x})(\bar{x}-a)+(\bar{x}-a)^2\right] f_i =$$
$$= \sum(x_i-\bar{x})^2 f_i + 2(\bar{x}-a)\sum(x_i-\bar{x}) f_i + \sum(\bar{x}-a)^2 f_i =$$
$$= \sum(x_i-\bar{x})^2 f_i + \sum(\bar{x}-a)^2 f_i$$

Ակնհայտ է, որ $\sum f_i(x_i-a)^2$-ն, $\sum(x_i-\bar{x})^2 f_i$-ից մեծ է $\sum(\bar{x}-a)^2 f_i = (\bar{x}-a)^2\sum f_i$ մեծությամբ:

Հետևաբար, հատկանիշի անհատական արժեքների կամայական a արժեքից ունեցած շեղումների քառակուսիների գումարը մեծ է նրանց միջին թվաբանականից ունեցած շեղումների քառակուսիների գումարից $\sum(\bar{x}-a)^2 f_i$ կամ $(\bar{x}-a)^2\sum f_i$ մեծությամբ:

Այս հատկության հիման վրա կարող ենք հաշվարկել կենտրոնական մոմենտը, որը բաշխման շարքի բնութագրիչն է $a = \bar{x}$-ի դեպքում: Հետևաբար՝

$$\mu_k = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^k f_i}{\sum f_i}$$

որտեղ՝ k-ն մոմենտների կարգն է (երկրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը դիսպերսիան է),
μ_k–ն՝ k կարգի կենտրոնական մոմենտն է:

4.5. Միջին հարմոնիկը (ներդաշնակ), միջինների այլ տեսակները

Նկատի ունենալով, որ վիճակագրական միջինը արտահայտում է ուսումնասիրվող հասարակական երևույթների և գործընթացների քանակական հատկությունները, կարևոր է ճիշտ ընտրել միջինների

ձևը՝ ելնելով երևույթների և նրանց հատկանիշների փոխկապակցվածությունից:

Երբ վիճակագրական տեղեկատվությունն ըստ համակցության առանձին տարբերակների չի պարունակում հաճախականությունները, այլ ներկայացնում է որպես դրանց արտադրյալ՝ x_if_i, օգտագործվում է կշռված միջին հարմոնիկի բանաձևը: Այդ նպատակով նշանակենք $M_i = x_if_i$, որտեղից՝ $f_i = \frac{M_i}{x_i}$: Այնուհետև ձևափոխենք կշռված միջին թվաբանականն այնպես, որ առկա x_i և M_i արժեքներով հնարավոր լինի հաշվարկել միջինը, (4.2) բանաձևում փոխարինելով x_if_i արտադրյալը M_i-ով, իսկ f_i հաճախականությունները՝ M_i/x_i-ով: Արդյունքում կստանանք՝

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}} = \frac{M_1+M_2+\ldots+M_n}{\frac{M_1}{x_1}+\frac{M_2}{x_2}+\ldots+\frac{M_n}{x_n}}, \qquad (4.10)$$

որտեղ՝ x_i-ն հատկանիշի արժեքներն են:

Ենթադրենք՝ ունենք ապրանքատեսակներ, որոնց գներն են՝ $x_i, x_1, x_2 \ldots x_n$, և հայտնի են իրացման գումարները՝ M_i-ն:

Միջին գինը հաշվարկվում է՝ բաժանելով իրացման գումարները իրացվող միավորների թվի վրա: Իրացման գումարի արժեքը հայտնի է (համարիչը): Իրացվող միավորների թիվը (անհայտ մեծությունը՝ հայտարարը) որոշելու համար անհրաժեշտ է իրացվող գումարը բաժանել առանձին ապրանքատեսակի գնի վրա:

Օրինակ՝ որոշենք ապրանքի միջին գինը երեք քաղաքների համար՝ հետևյալ տվյալներով (տե՛ս աղյուսակ 4.11):

Աղյուսակ 4.11

Ապրանքների միջին գները

Քաղաքներ	Ապրանքի գինը (հազ. դրամ) x_i	Իրացվող գումարը (հազ. դրամ) M_i	Իրացվող միավորների թիվը՝ հաճախականությունը $M_i:x_i$
Ա Բ Գ	a b c	A B C	A : a B : b C : c
		$\sum M_i = A + B + C$	$\sum \frac{M_i}{x_i} = \frac{A}{a}+\frac{B}{b}+\frac{C}{c}$

Ապրանքների միջին գինը ըստ հաշվարկված տվյալների կլինի՝

$$\bar{x} = \frac{A+B+C}{\frac{A}{a}+\frac{B}{b}+\frac{C}{c}}:$$

Միջին հարմոնիկի փոխարեն միշտ կարելի է հաշվարկել միջին թվաբանականը, բայց անհրաժեշտ է սկզբում որոշել հատկանիշի առանձին արժեքների կշիռները: Այն դեպքերում, երբ երևույթի ծավալները ըստ առանձին հատկանիշների ($M_i = x_i f_i$) հավասար են, օգտագործվում է պարզ միջին հարմոնիկը, որը որոշվում է

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \qquad \textbf{(4.10.1)}$$

բանաձևով:

Օրինակ՝ ձեռնարկության տեղամասում աշխատում են n բանվորներ, որոնք պատրաստում են դետալների նույն տեսակները և ունեն միատեսակ առաջադրանք: Պարզ է, որ յուրաքանչյուրն իր առաջադրանքը կատարում է տարբեր ժամկետներում՝ x_1, x_2 ....x_n օրում: Պահանջվում է հաշվարկել տեղամասի առաջադրանքի կատարման միջին ժամկետը և մեկ բանվորի միջին արտադրողականությունը:

Լուծում. Քանի որ բանվորը առաջադրանքը (ընդունենք այն որպես միավոր՝ q = 1) կատարում է x օրում, ապա արտադրողականությունը մեկ օրում (միավոր ժամանակահատվածում կատարած աշխատանքի մասը) կազմում է $\frac{1}{x}\left(\frac{\text{աշխ.}}{\text{օր}}\right)$: Բանվորների միջին արտադրողականության արժեքը կարող ենք որոշել պարզ միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\frac{1}{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}{n} = \frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}}{n}:$$

Համարիչի գումարը համապատասխանում է մեկ օրում բոլոր բանվորների կատարած աշխատանքին: Բաժանելով այն բանվորների թվի վրա, կստանանք մեկ օրում մեկ բանվորի կատարած միջին աշխատանքը: Դա, իր հերթին, հավասար է ամբողջ աշխատանքի (q =1) հարաբերությանը առաջադրանքի կատարման միջին ժամկետին ($\bar{x}$), որը նաև տեղամասի առաջադրանքի կատարման միջին ժամկետն է: Քանի որ տեղամասի առաջադրանքը n· q է, մեկ օրում կատարած աշխատանքը հավասար է $\frac{n}{\bar{x}}$, իսկ բոլոր բանվորների մեկ օրում կատարած աշխատանքը կազմում է $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}$, հետևաբար՝ $\frac{n}{\bar{x}} = \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}$;

$$\frac{1}{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}}{n};$$

Հաշվարկենք այն միջին ժամկետը, որի ընթացքում բոլոր բանվորները, աշխատելով միասին, կկատարեն մեկ բանվորի առաջադրանքը՝

$$\bar{x} = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}:$$

Կոտորակի հայտարարը բոլոր բանվորների կողմից մեկ օրում կատարած աշխատանքն է: Հետևաբար, նույն աշխատանքի կատարման միջին հարմոնիկի ժամկետը բոլոր տրված x_1, x_2, ..., x_n ժամկետների միջին հարմոնիկ մեծությունն է:

Մեկ այլ օրինակ՝ համակարգչով աշխատող երկու օպերատորներից առաջինը 3 ժամում մուտքագրում է 21 էջ, իսկ երկրորդը 4 ժամում՝ 32 էջ: Որոշենք այն ժամանակը, որի ընթացքում նրանք կմուտքագրեն 105 էջ՝ միասին աշխատելով:

Լուծում. Առաջին օպերատորն աշխատել է x_1=3 ժամ և մուտքագրել n_1=21 էջ: Երկրորդ օպերատորն աշխատել է x_2=4 ժամ՝ մուտքագրելով n_2=32 էջ: Երկուսը միասին աշխատելով՝ կարող էին մուտքագրել n=105 էջ:

Նախ՝ որոշում ենք օպերատորների միաժամանակ աշխատելու արտադրողականությունը՝ մեկ ժամում միասին կատարած աշխատանքը.

$$\frac{n_1}{x_1}+\frac{n_2}{x_2} = \frac{21}{3}+\frac{32}{4} = 7+8 = 15\left(\frac{\text{էջ}}{\text{ժամ}}\right),$$

և ապա՝ n=105 էջ մուտքագրելու համար անհրաժեշտ ժամանակը՝

$$\bar{x} = \frac{n}{\frac{n_1}{x_1}+\frac{n_2}{x_2}} = \frac{105}{7+8} = \frac{105}{15} = 7 \text{ ժամ}:$$

Նշանակում է՝ միասին աշխատելով՝ օպերատորները 105 էջը կարող էին մուտքագրել 7 ժամում:

Միջին երկրաչափական

Պարզ միջին երկրաչափականը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\overline{x}=\sqrt[n]{x_1x_2...x_n}=\sqrt[n]{\prod x_i}\,, \qquad (4.11)$$

իսկ կշռվածը՝

$$\overline{x}=\sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1}x_2^{f_2}...x_n^{f_n}}=\sqrt[\sum f_i]{\prod x_i^{f_i}} \qquad (4.11.1)$$

բանաձևով, որտեղ՝ x_i-ն հատկանիշի արժեքն է, f_i-ն՝ հաճախականությունը:

Միջին քառակուսային

Հաճախ անհրաժեշտություն է առաջանում հաշվարկել միջին քառակուսայինը.

ա. պարզ չխմբավորված շարքի դեպքում՝

$$\overline{x}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \qquad (4.12)$$

բ. խմբավորված շարքի դեպքում (կշռված)՝

$$\overline{x}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}: \qquad (4.13)$$

Այս միջինը լայնորեն կիրառվում է տատանման ցուցանիշների հաշվարկման համար:

Վիճակագրական պրակտիկայում օգտագործվում են նաև երրորդ և բարձր կարգի միջինները:

4.6. Միջինների հաշվարկման եղանակները

Տնտեսագիտական հետազոտություններում, վիճակագրական նյութերի մշակման ժամանակ առաջանում են խնդիրներ, որոնց լուծման համար պահանջվում են տարբեր միջիններ: Մաթեմատիկական վիճակագրությունը աստիճանային միջինից դուրս է բերում տարբեր միջիններ: Աստիճանային միջինն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\overline{x}=\sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}}=\left(\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}\right)^{\frac{1}{k}} \qquad (4.14)$$

k-ին տալով տարբեր արժեքներ՝ կստանանք տարբեր միջիններ: Դիտարկենք հետևյալ դեպքերը՝

1. k = -1 դեպքում կստանանք կշռված հարմոնիկ միջինը.

$$\overline{x}=\left(\frac{\sum x_i^{-1} f_i}{\sum f_i}\right)^{-1}=\frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}}: \qquad (4.15)$$

2. k = 0 արժեքի դեպքում ստացվում է 1^{∞} տեսքի անորոշությունը, որը հաշվել չենք կարող:

Որպեսզի որոշենք $\overline{x}$-ի արժեքը, լոգարիթմում ենք (4.14) արտահայտությունը և անցնում սահմանի. երբ $k\to0$-ի, այդ դեպքում ստանում ենք $\frac{0}{0}$ տեսքի անորոշություն:

Անորոշությունը որոշակի դարձնելու համար օգտվում ենք Լոպիտալի կանոնից՝ համարիչը և հայտարարը ածանցելով առանձին-առանձին և անցնելով սահմանի, երբ $k\to0$, կստանանք կշռված միջին երկրաչափականը՝

$$\overline{x}=\sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1}x_2^{f_2}...x_n^{f_n}}=\sqrt[\sum f_i]{\prod x_i^{f_i}}: \qquad (4.16)$$

3. k=1 արժեքի դեպքում կստանանք կշռված միջին թվաբանականը՝

$$\overline{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}. \qquad (4.17)$$

4. k=2 դեպքում ստացվում է քառակուսային միջինը՝

$$\overline{x}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}: \qquad (4.18)$$

Աստիճանային միջինների հաշվարկման բանաձևերը կարելի է ներկայացնել աղյուսակ 4.12-ի տեսքով:

Որքան մեծ է k-ն, այնքան մեծ է համապատասխան միջինը.

$$\overline{x}_{հար}<\overline{x}_{երկ}<\overline{x}_{թվ}<\overline{x}_{քառ}:$$

Այս երևույթը կոչվում է **մաժորիտարության սկզբունք**:

Հարց է առաջանում՝ առանձին դեպքերում միջինների ո՞ր տեսակն է անհրաժեշտ կիրառել: Խնդիրը լուծվում է ուսումնասիրվող համակցության որոշակի վերլուծությամբ՝ ելնելով ուսումնասիրվող երևույթի բովանդակությունից, արդյունքների իմաստավորման սկզբունքներից: Միջինների ընտրությունը կլինի ճիշտ, եթե ստացված արդյունքներն ունեն իրական տնտեսական իմաստ:

Աղյուսակ 4.12

Միջինների տեսակները

k-ի արժեքը	Միջինների անվանումները	Միջինի բանաձևը	
		պարզ	կշռված
K = -1	Հարմոնիկ	$\bar{x}=\frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}$	$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}M_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{M_i}{x_i}}$
K = 0	Միջին երկրաչափական	$\bar{x}=\sqrt[n]{\prod x_i}$	$\bar{x}=\sqrt[\sum f_i]{\prod x_i^{f_i}}$
K = 1	Միջին թվաբանական	$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{n}$	$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i f_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}f_i}$
K = 2	Միջին քառակուսային	$\bar{x}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2}{n}}$	$\bar{x}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2 f_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}f_i}}$

ԳԼՈՒԽ V

ՏԱՏԱՆՄԱՆ ՑՈՒՑԱՆԻՇՆԵՐԸ ԵՎ ՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԲԱՇԽՄԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

5.1. Բաշխման կենտրոնի ցուցանիշները

Բաշխման կենտրոնի կարևոր բնութագրիչ է միջին թվաբանականը ($\bar{x}$):

Սկզբնական տվյալների շարքի միջին արժեքի հաշվարկման համար կիրառվում է պարզ միջին թվաբանականի բանաձևը.

$$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{n}: \qquad \textbf{(5.1)}$$

Բաշխման շարքի դեպքում կիրառվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևը.

$$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i f_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}f_i}: \qquad \textbf{(5.2)}$$

Ի տարբերություն միջին թվաբանականի, որը հաշվարկվում է՝ օգտագործելով հատկանիշի տարբերակների բոլոր արժեքները, մոդան և մեդիանան բնութագրում են տարբերակի արժեքը, որը կարգավորված վարիացիոն շարքում զբաղեցնում է որոշակի դիրք:

Բաշխման մոդան (M_0) ուսումնասիրվող հատկանիշի առավել հաճախ կրկնվող արժեքն է, այսինքն՝ հատկանիշի այն տարբերակի, որը կրկնվում է ավելի շատ, քան մյուսները: Նշանակում է՝ դիսկրետ բաշխման շարքի մոդան հատկանիշի այն արժեքն է, որի հաճախականությունն ամենամեծն է:

Եթե տրված է միջակայքային բաշխման շարք՝ հավասար միջակայքերով, ապա մոդալ միջակայքը կլինի այն միջակայքը, որի հաճախականությունն ամենամեծն է, իսկ անհավասար միջակայքերի դեպքում՝ որն ունի ամենամեծ խտությանը: Հավասար միջակայքերով բաշխման շարքի մոդայի որոշման համար հաշվարկը կատարվում է (5.3), իսկ անհավասար միջակայքերի դեպքում՝ (5.3.1) բանաձևերով:

$$M_0 = x_{Mo} + h_{Mo}\frac{f_{Mo}-f_{Mo-1}}{(f_{Mo}-f_{Mo-1})+(f_{Mo}-f_{Mo+1})}, \qquad \textbf{(5.3)}$$

որտեղ՝ x_{Mo}-ն մոդալ միջակայքի ստորին սահմանն է,

h_{Mo}-ն՝ մոդալ միջակայքի լայնությունը,

f_{Mo}-ն՝ մոդալ միջակայքի հաճախականությունը,

f_{Mo-1}-ը՝ մինչմոդալ միջակայքի հաճախականությունը,

f_{Mo+1}-ը՝ հետմոդալ միջակայքի հաճախականությունը:

$$M_0 = x_{Mo} + h_{Mo} \frac{\frac{f_{Mo}}{h_{Mo}} - \frac{f_{Mo-1}}{h_{Mo-1}}}{\left(\frac{f_{Mo}}{h_{Mo}} - \frac{f_{Mo-1}}{h_{Mo-1}}\right) + \left(\frac{f_{Mo}}{h_{Mo}} - \frac{f_{Mo+1}}{h_{Mo+1}}\right)}, \qquad (5.3.1)$$

որտեղ՝ x_{Mo}-ն մոդալ միջակայքի սկզբնական սահմանն է, որի դեպքում f/h (հաճախականության և միջակայքի լայնության) հարաբերությունը հասնում է առավելագույն արժեքի,

h_{Mo}-ն մոդալ միջակայքի լայնությունն է,

h_{Mo-1}-ը՝ մինչմոդալ միջակայքի լայնությունը,

h_{Mo+1}-ը՝ հետմոդալ միջակայքի լայնությունը,

f_{Mo}-ն՝ մոդալ միջակայքի հաճախականությունը,

f_{Mo-1}-ը՝ մինչմոդալ միջակայքի հաճախահանությունը,

f_{Mo+1}-ը՝ հետմոդալ միջակայքի հաճախահանությունը:

Օրինակ՝ դետալների որակը հետազոտելու նպատակով ձեռնարկությունում ստուգվել են 100 դետալներ (հետազոտության տվյալները ներկայացված են աղյուսակ 5.1-ում):

Աղյուսակ 5.1

Դետալների որակի ստուգումը

Դետալների խմբերն ըստ կշռի (գ)	Դետալների թիվը	Կուտակված հաճախականություն
x_i	f_i	S
1	2	3
40-50	4	4
50-60	6	10
60-70	10	20
70-80	16	36
80-90	24	60
90-100	20	80
100-110	12	92
110-120	8	100

Կիրառելով (5.3) բանաձևը՝ կատարենք միջակայքային բաշխման շարքի մոդայի հաշվարկը հավասարահեռ միջակայքերի դեպքում:

Լուծում. Մոդայի որոշման համար նախ անհրաժեշտ է որոշել մոդալ միջակայքը: Օրինակում դա 80-90 միջակայքն է, քանի որ ունի ամենամեծ հաճախականությունը՝ f = 24: Մոդալ միջակայքի ստորին սահմանը կլինի x_{Mo}= 80, իսկ լայնությունը՝ h_{Mo}=10, մոդալ միջակայքի հաճախականությունը՝ f_{Mo}=24, մինչմոդալ միջակայքի հաճախականությունը՝ f_{Mo-1}=16, հետմոդալ միջակայքի հաճախականությունը՝ f_{Mo+1}=20:

Արժեքները տեղադրելով (5.3) բանաձևում՝ կստանանք.

$$M_0 = 80 + 10 \cdot \frac{24 - 16}{(24 - 16) + (24 - 20)} = 86.66:$$

Մոդան կիրառվում է փորձագիտական գնահատումների ժամանակ, օրինակ՝ կոշիկի կամ հագուստի մեծ պահանջարկ ունեցող չափսերի որոշման համար, ինչը հաշվի է առնվում արտադրության պլանավորման գործընթացում:

Մեդիանա (միջնաթիվ): Վարիացիոն շարքի բնութագրման համար օգտագործվում է միջնաթիվը, այսինքն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշի արժեքը, որը գտնվում է վարիացիոն կարգավորված շարքի կենտրոնում: Միջնաթվի կարևոր հատկությունն այն է, որ մեդիանայից հատկանիշի արժեքների ունեցած շեղումների բացարձակ արժեքների գումարը ավելի փոքր է, քան ցանկացած այլ մեծությունից.

$$\sum |x_i - M_e| \rightarrow \min:$$

Եթե վարիացիոն շարքը կարգավորված է և բաղկացած է կենտ (2m+1) թվով տարրերից, մեդիանան կլինի կենտրոնի տարրը՝ (m+1)-րդը: Եթե շարքը բաղկացած է զույգ (2m) թվով տարրերից, մեդիանան հավասար է կենտրոնի երկու տարրերի արժեքների կիսագումարին:

Կենտ թվով տարրերի դեպքում մեդիանան որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$M_e = x_{m+1},$$

իսկ զույգ թվով տարրերի դեպքում՝

$$M_e = (x_m + x_{m+1}) / 2:$$

Մեդիանայի դիրքը բաշխման շարքում որոշվում է դրա համարով.

$$N_{Me} = (n + 1) / 2,$$

որտեղ՝ n-ը համակցության միավորների թիվն է:

Դիտարկենք մեդիանայի հաշվարկը խմբավորված շարքի համար (բաշխման շարք):

Միջակայքային բաշխման շարքի տվյալներով հնարավոր է որոշել այն միջակայքը, որում գտնվում է մեդիանան: Մեդիանայի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$M_e = x_{Me} + h_{Me}\frac{\frac{1}{2}\sum f_i - S_{M_e-1}}{f_{Me}} \qquad (5.4)$$

որտեղ՝ x_{Me}-ն մեդիանական միջակայքի ստորին սահմանն է,

h_{Me}-ն՝ մեդիանական միջակայքի լայնությունը,

S_{Me-1}-ն՝ մինչմեդիանական միջակայքերի հաճախականությունների կուտակված հաճախականությունն է,

f_{Me}-ն՝ մեդիանական միջակայքի հաճախականությունը:

Օրինակ՝ օգտագործելով աղյուսակ 5.1-ի տվյալները՝ հաշվարկենք մեդիանան: Մեդիանական միջակայքը որոշելու համար անհրաժեշտ է որոշել, ո՞ր միջակայքում է կուտակված հաճախականության արժեքը հասնում 50%-ի: Ըստ կուտակված հաճախականությունների (սյունակ 3)՝ որոշում ենք մեդիանան, որը գտնվում է 80-90 միջակայքում: Այդ դեպքում մեդիանական միջակայքի ստորին սահմանը x_{Me}=80 է, միջակայքի լայնությունը՝ h_{Me}=10, հաճախականությունը՝ f_{Me}=24, իսկ մինչմեդիանական միջակայքերի հաճախականությունների կուտակված հաճախականությունը՝ S_{Me-1}= 36.

$$M_e = 80 + 10\frac{50-36}{24} = 85{,}83:$$

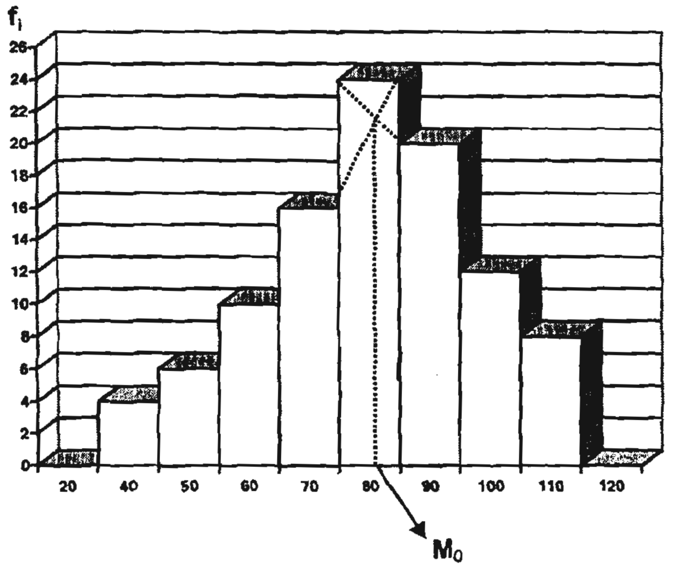
Այսպիսով, դետալների 50%-ը 85.83 գրամից թեթև է, իսկ մնացած 50%-ը՝ ծանր:

Մեդիանան օգտագործվում է արդյունաբերական ձեռնարկություններում արտադրանքի որակի և տեխնոլոգիական գործընթացների վիճակագրական վերահսկման ժամանակ:

Միջակայքային բաշխման շարքի մոդան և մեդիանան կարելի է որոշել գրաֆիկի միջոցով (տե՛ս գծապատկեր 5.1): Մոդան որոշվում է ըստ բաշխման հիստոգրամի. այդ նպատակով ընտրվում է ամենաբարձր ուղղանկյունը, որը տվյալ դեպքում համապատասխանում է մոդալ միջակայքին: Մոդալ ուղղանկյան աջ գագաթը միացնում են նախորդ ուղղանկյան վերին աջ անկյանը, իսկ մոդալ ուղղանկյան ձախ գագաթը՝ հաջորդ ուղղանկյան վերին ձախ անկյանը:

Գծապատկեր 5.1

Մոդայի որոշումը դետալների որակի բաշխման հիստոգրամի միջոցով



Ստացված հատման կետից իջեցված ուղղահայացի և աբսցիսների առանցքի հատման կետի աբսցիսը կլինի մոդան:

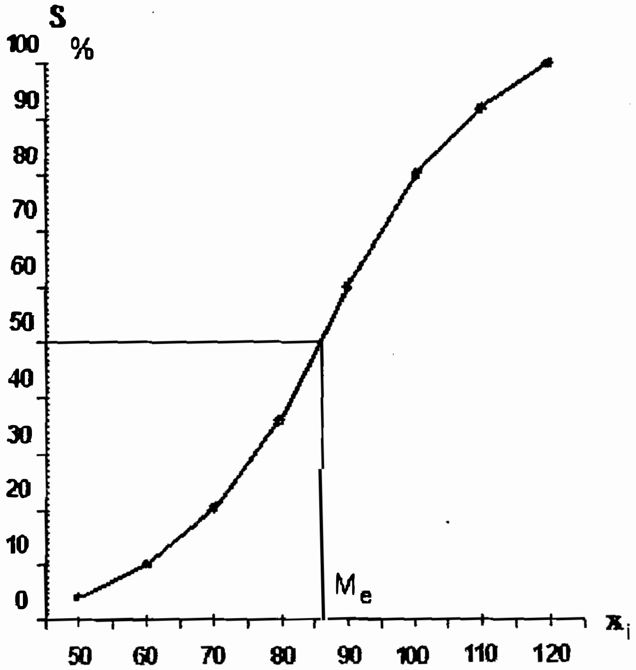
Մեդիանան հաշվարկվում է կումուլյատիվ կորի օգնությամբ (տես՝ գծապատկեր 5.2): Դրա որոշման համար սանդղակի վրա գտնում են 50%-ը, զուգահեռ տանում աբսցիսների առանցքին՝ մինչև կումուլյատիվ կորը հատելը: Այնուհետև հատման կետից իջեցնում են ուղղահայաց աբսցիսների առանցքին: Հատման կետի աբսցիսը մեդիանան է:

Այսպիսով, կարգավորված համակցության միավորների ընդհանրացնող բնութագրիչներն են միջին թվաբանականը, մոդան և մեդիանան, որոնք ունեն իրենց առանձնահատկությունները:

Բաշխման կենտրոնի հիմնական բնութագրիչը միջին թվաբանականն է: Դրա առանձնահատկությունն այն է, որ միջին արժեքից բոլոր շեղումների գումարը (դրական կամ բացասական) հավասար է զրոյի: Մեդիանայի առանձնահատկությունն այն է, որ վերոնշյալ շեղումների բացարձակ արժեքների գումարը ձգտում է նվազագույնի: Մոդան հատկանիշի առավել հաճախ հանդիպող արժեքն է:

Գծապատկեր 5.2

Մեդիանայի որոշումը կումուլյատիվ կորի օգնությամբ



Կախված բաշխումը հետազոտելու նպատակից՝ պետք է ընտրել վերը նշված բնութագրիչներից որևէ մեկը, կամ համեմատման համար հաշվարկել բոլոր երեքն էլ:

Բաշխման սիմետրիկության դեպքում բոլոր երեք պարամետրերը իրար հավասար են: Որքան մեծ է շեղվածությունը մոդայի և միջին թվաբանականի միջև, այնքան մեծ է շարքի ասիմետրիան: Նկատելի ասիմետրիայի դեպքում մոդայի և միջինի միջև տարբերությունը մոտավորապես երեք անգամ գերազանցում է մեդիանայի և միջինի միջև եղած տարբերությունը.

$$|M_0-\bar{x}|=3\cdot|M_e-\bar{x}| \qquad (5.5)$$

5.2. Տատանման ցուցանիշները և դրանց հաշվարկման մեթոդները

Միջին մեծությունը ուսումնասիրվող երևույթի ամբողջ համակցության ընդհանրացնող բնութագիրն է: Սակայն, բաշխման շարքի միջին թվաբանականը հաշվարկելիս հնարավոր չէ պատկերացնել, թե հատկանիշի առանձին արժեքներն ինչպե՞ս են խմբված միջին արժեքի շուրջը:

Առանձին դեպքերում հատկանիշի արժեքները մոտ են միջին թվաբանականին, և դրանից քիչ են տարբերվում: Այս պարագայում միջինի օգնությամբ կարելի է բավականաչափ իրական պատկերացում ստանալ ամբողջ համակցության մասին: Սակայն, երբ համակցության առանձին արժեքները հեռու են միջինից, իրական պատկերացում ստանալն անհնար է: Հետևաբար անհրաժեշտ է ուսումնասիրել ոչ միայն միջինը, այլև համակցության տարրերի արժեքների շեղումները միջինից, քանի որ դրանց միջոցով է արտացոլվում երևույթի դիալեկտիկական զարգացման ողջ գործընթացը:

Բաշխման շարքերն ուսումնասիրելիս կարևոր է որոշել հատկանիշի արժեքների խմբվածությունը միջին արժեքի շուրջը, դրանց շեղվածությունը և ցրվածության աստիճանը: Տարբեր համակցություններ կարող են ունենալ միևնույն միջին մակարդակն ու ծավալը, սակայն տարբերվեն տատանման աստիճանով: Վերջինս ուսումնասիրելու համար վիճակագրության՝ տեսությունում օգտվում են տատանման ցուցանիշներից, որոնք բաժանվում են երկու խմբի՝ *բացարձակ* և *հարաբերական*.

Բացարձակ ցուցանիշներին են վերաբերում *տատանման թափը, միջին գծային շեղումը, դիսպերսիան* և *միջին քառակուսային շեղումը*.

Տատանման հարաբերական ցուցանիշներն են *օսցիլյացիայի, միջին գծային շեղման* և *վարիացիայի գործակիցները*. Հարաբերական ցուցանիշները հաշվարկվում են որպես տատանման բացարձակ ցուցանիշների և միջին թվաբանականի հարաբերություններ:

Տատանման թափը: Պարզագույն բացարձակ ցուցանիշը տատանման թափն է (R): Այն ցույց է տալիս համակցության մեծագույն և փոքրագույն արժեքների տարբերության մեծությունը և հաշվարկվում է որպես հատկանիշի առավելագույն (x_{max}) և նվազագույն (x_{min}) արժեքների տարբերություն՝

$$R = x_{max} - x_{min}: \qquad (5.6)$$

Տատանման թափի մեծության իմացությունը կարևորվում է տնտեսական գործունեության կազմակերպման գործընթացում, ինչպես նաև գիտական հետազոտություններում: Օրինակ՝ արտադրանքի որակի ստուգման ժամանակ տատանման թափն օգտագործվում է արտադրական գործընթացի վրա պարբերաբար ազդող պատճառները հայտնաբերելու նպատակով: Ենթադրենք՝ ընտրվում են մի քանի դետալներ որոշակի ժամանակահատվածում, ապա կատարվում են դրանց չափումները: Ստացված տվյալների հիման վրա՝ հաշվարկվում է տատանման թափի ցուցանիշը, այնուհետև, հաշվարկված արդյունքների համադրությամբ՝ կարելի է դատել արտադրական գործընթացների ռեժիմների կայունության մասին:

Տատանման թափի կիրառությունը զուրկ չէ նաև թերություններից, քանի որ դրա մեծությունը ամբողջությամբ կախված է հատկանիշի եզրային արժեքներից և հաշվի չեն առնվում համակցության սահմաններում տատանվող ցուցանիշի բոլոր փոփոխությունները: Որևէ շեշտակի տատանում կարող է խիստ փոխել տատանման թափի մեծությունը:

Իհարկե անվանել դա թերություն այնքան էլ ճիշտ չէ, քանի որ հենց դրանով է պայմանանավորված ցուցանիշի նշանակումը՝ չափել եզրային կետերի հեռավորությունը: Բնականաբար, տատանման ուսումնասիրության ժամանակ չի կարելի սահմանափակվել միայն տատանման թափի չափումով: Սակայն դա չի բացառում այդ ցուցանիշի որոշման անհրաժեշտությունը և չի նսեմացնում դրա նշանակությունը: Տատանման թափի իրական թերությունը այն իրավիճակն է, երբ հատկանիշի շատ փոքր և շատ մեծ արժեքները համեմատած համակցության հիմնական զանգվածի արժեքներին՝ կարող են պայմանավորվել զուտ պատահական իրավիճակներով: Օրինակ՝ տվյալ համակցությունը կարող է պարունակել այլ՝ նույնանման հատկանիշներով օժտված համակցության միավորներ: Այդպիսի դեպքերում տատանման թափը տալիս է հատկանիշի աղճատված տատանման ամպլիտուդան, և չի համապատասխանում նորմալ չափերին: Այդ պատճառով մինչև տատանման թափի որոշելը անհրաժեշտ է համակցությունը մաքրել անոմալ դիտարկումներից: Հետևաբար, թեև տատանման թափը հատկանիշի արժեքների ցրվածության կարևոր ցուցանիշ է, այնուհանդերձ չի բնութագրում տատանումը սպառիչ կերպով:

Միջին գծային շեղում: Տարատեսակության վերլուծության համար անհրաժեշտ է ցուցանիշ, որն արտացոլի ձևափոխված հատկանիշի բոլոր տատանումները և տա դրա ընդհանրացնող բնութագիրը: Ձևափոխվող հատկանիշի դեպքում պետք է թույլատրել, որ համակցության բոլոր միավորները, այլ հավասար պայմաններում, տեղի և ժամանակի ընթացքում ունենան զարգացման որոշակի միատեսակ մեծություն:

Տրամաբանական է, որպես այդպիսին պայմանականորեն ըն-

րվել հատկանիշի բոլոր արժեքների միջինը, քանի որ այն որոշա-
ի չափով չեզոքացնում է պատահական շեղումները երևույթի զար-
ացման օրինաչափությունից: Միջինը արտացոլում է տրված հա-
մակցության միավորների համասեռության տիպիկ չափը:
Սակայն գոյության պայմանները որոշակի աստիճանով տար-
բերվում են համակցության առանձին միավորների զարգացումից,
ինչն իր ազդեցությունն է թողնում հատկանիշի արժեքների վրա:
Միջին մեծությունն արտացոլում է այդ միջին պայմանը: Հետևա-
բար, միջինն ընդունվում է որպես ծանրության կենտրոն, որի շուրջը
տեղի է ունենում տատանումն ու հատկանիշի արժեքների ցրվածությունը:
Տատանումների ընդհանրացման համար անհրաժեշտ է դիմել
միջին մեծության մեթոդին, ըստ այդմ փնտրել տատանումների մի-
ջին մեծությունը: Այդպիսի միջինը կոչվում է միջին գծային շեղում
($\bar{d}$), որը հաշվարկվում է որպես միջին թվաբանականից ($\bar{x}$) անհա-
տական արժեքների (x_i) ունեցած շեղումների բացարձակ արժեքնե-
րի (քանի որ հատկանիշի անհատական արժեքների միջին արժե-
քից ունեցած շեղումների գումարը հավասար է զրոյի) միջինը:
Պարզ միջին գծային շեղումը որոշվում է

$$\bar{d}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-\bar{x}\right|}{n} \tag{5.7}$$

բանաձևով, իսկ կշռված միջին գծային շեղումը

$$\bar{d}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-\bar{x}\right|f_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i} \tag{5.8}$$

բանաձևով:

Միջին գծային շեղումը տալիս է համակցության արժեքների ցրվածության աստիճանի ընդհանրացնող բնութագիրը:

Օրինակ՝ ունենք հետևյալ տվյալները հացահատիկային կուլտուրաների բերքատվության և ցանված մակերեսի վերաբերյալ (տե՛ս աղյուսակ 5.2):

Աղյուսակ 5.2

Հացահատիկային կուլտուրաների բերքատվությունը

Բերքատվություն (ց/հա) x_i	Ցանված մակերեսը (հա) f_i	Միջակայքի կենտրոնը x'_i	$x'_i f_i$	$\lvert x'_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x'_i - \bar{x} \rvert f_i$
Ա	1	2	3	4	5
9-11	6	10	60	6	36
11-13	13	12	156	4	52
13-15	17	14	238	2	34
15-17	30	16	480	0	0
17-19	15	18	270	2	30
19-21	11	20	220	4	44
21-23	8	22	176	6	48
Ընդամենը	100		1600		244

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա որոշել միջին գծային շեղման արժեքը:

Միջին գծային շեղման հաշվարկման ալգորիթմը հետևյալն է.

1. Ա սյունակի տվյալներով որոշում ենք միջակայքի կենտրոնի արժեքը (x'_i) և գրանցում աղյուսակի 2-րդ սյունակում;

2. Որոշում ենք միջակայքերի կենտրոնների արժեքների (x'_i) և համապատասխան հաճախականությունների (f_i) արտադրյալները (սյունակ 3) և գումարում: Ստանում ենք՝ $\sum x'_i f_i = 1600$:

Հաշվարկում ենք միջինը կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1600}{100} = 16 \text{ (ց/հա)}:$$

3. Գծային շեղումը հաշվարկելու համար գտնում ենք հատկանիշի միջակայքերի կենտրոնների միջինից ունեցած շեղումների բացարձակ արժեքները (սյունակ 4):

4. Հաշվարկում ենք շեղումների բացարձակ արժեքների և դրանց համապատասխան հաճախականությունների արտադրյալների գումարը (սյունակ 5): Բերված օրինակում այն հավասար է 244-ի:

Միջին գծային շեղումը կկազմի

$$\bar{d} = \frac{\sum |x'_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} = \frac{244}{100} = 2.44 :$$

Համեմատելով միջին գծային շեղումը հատկանիշի միջին արժեքի հետ, տեսնում ենք, որ այն մեծ չէ. տարբերվում է միջինից 13.56 հա-ով: Նշանակում է՝ տրված համակցությունը հատկանիշի նկատմամբ համասեռ է, իսկ միջինը՝ տիպիկ:

Այսպիսով, միջին գծային շեղումը համակցությունում տալիս է հատկանիշի տատանման աստիճանի ընդհանրացնող բնութագիրը: Միջին գծային շեղման հաշվարկման ժամանակ թույլ է տրվում անճշտություն՝ մաթեմատիկական գործողության տեսանկյունից. խախտվում են հանրահաշվի օրենքները: Մաթեմատիկոսներն ու վիճակագիրները որոնում էին տատանումը գնահատելու այլ եղանակներ, քանի որ գործ ունեին միայն դրական մեծությունների հետ և գտան շատ պարզ միջոց՝ բոլոր շեղումները բարձրացնել քառակուսի: Այս մոտեցումը հետագայում հանգեցրեց գիտական մեծ արդյունքների: Պարզվում է, որ շեղումների երկրորդ աստիճանի օգտագործումը (տատանման ընդհանրացնող ցուցանիշը հաշվարկելու համար) ունի առանձնահատկություններ, որոնց հիման վրա հետագայում մշակվեցին հետազոտման նոր մեթոդներ: Ստացված տատանման չափը անվանվեց դիսպերսիա, որը և նշանակվեց D կամ σ^2-ով:

Դիսպերսիան համակցության անհատական արժեքների միջինից ունեցած շեղումների քառակուսիների միջինն է: Այն հաշվարկվում է պարզ կամ կշռված դիսպերսիայի բանաձևերով՝ կախված սկզբնական տվյալներից: Վիճակագրության պրակտիկայում հաճախ են օգտվում դիսպերսիայից (ցրվածությունը միջին արժեքի շուրջը) և միջին քառակուսային շեղումից (σ): Դրանք լայնորեն կիրառվում են վիճակագրական վերլուծություններում և մասնավորապես ազգային հաշիվների համակարգում:

Չխմբավորված պարզ վիճակագրական շարքի դեպքում դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} : \qquad \textbf{(5.9)}$$

Խմբավորված կամ բաշխման շարքի դեպքում կշռված դիսպերսիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} : \qquad \textbf{(5.10)}$$

Դիսպերսիայի բանաձևում հաշվարկվում են միջին արժեքից անհատական արժեքների շեղումների երկրորդ աստիճանները (քառակուսիները): Հետևաբար՝ գումարելիները բացասական չեն, և որքան մեծ են այդ շեղումները, այնքան մեծ կլինի դիսպերսիան, և հակառակը՝ որքան մեծ է դիսպերսիայի արժեքը, այնքան մեծ են պատահական մեծության արժեքների շեղումները միջինից, այսինքն՝ այնքան էլ մեծ է ցրվածությունը:

Դիսպերսիայի հաշվարկը ըստ (5.10) բանաձևի՝ կարելի է պարզեցնել: Քանի որ.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 f_i=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2\right)f_i=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 f_i-2\bar{x}\sum_{i=1}^{n}x_i f_i+\bar{x}^2\sum_{i=1}^{n}f_i=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 f_i-2\bar{x}\cdot\bar{x}\sum_{i=1}^{n}f_i+\bar{x}^2\sum_{i=1}^{n}f_i=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 f_i-\bar{x}^2\sum_{i=1}^{n}f_i,$$

ապա՝

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 f_i-\bar{x}^2\sum_{i=1}^{n}f_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}=\overline{x^2}-\bar{x}^2: \qquad (5.11)$$

Դիսպերսիան հաշվարկելիս շատ դեպքերում հարմար է օգտվել բանաձև (5.11)-ից: Դիսպերսիայի հաշվարկը կարելի է պարզեցնել. եթե ունենք հավասար միջակայքերով բաշխման շարք, օգտվում ենք պայմանական զրոյի հաշվարկման եղանակից (մոմենտների եղանակ): Այդ մեթոդին դիմելու համար անհրաժեշտ է իմանալ դիսպերսիայի մաթեմատիկական հատկությունները:

Դիսպերսիայի մաթեմատիկական հատկությունները

1. Հաստատունի մեծության դիսպերսիան հավասար է զրոյի.

$$\sigma_a^2=0: \qquad (5.12)$$

2. Եթե հատկանիշի արժեքները փոքրացնենք միևնույն a հաստատուն թվով, ապա դիսպերսիայի մեծությունը մնում է անփոփոխ.

$$\sigma_{x_i-a}^2=\sigma_x^2: \qquad (5.13)$$

Ապացույց.

$$\sigma_{x_i-a}^2=\frac{\sum[(x_i-a)-(\bar{x}-a)]^2 f_i}{\sum f_i}=\frac{\sum[x_i-a-\bar{x}+a)]^2 f_i}{\sum f_i}=\sigma_x^2:$$

Նշանակում է՝ շեղման քառակուսիների միջինը կարելի է հաշվարկել ոչ միայն ըստ հատկանիշի տրված արժեքների, այլև ըստ դրանց շեղումների որևէ հաստատուն թվից:

3. Եթե հատկանիշի անհատական արժեքները բաժանենք որևէ a հաստատուն թվի, ապա դիսպերսիան կփոքրանա a^2 անգամ, իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ a անգամ.

$$\sigma_{x/a}^2=\frac{1}{a^2}\sigma_x^2. \qquad (5.14)$$

Ապացույց.

$$\sigma_{x/a}^2=\frac{\sum\left(\frac{x_i}{a}-\frac{\bar{x}}{a}\right)^2 f_i}{\sum f_i}=\frac{\frac{1}{a^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}=\frac{1}{a^2}\sigma_x^2,$$

$$\sigma_{x/a}=\sqrt{\sigma_{x/a}^2}=\sqrt{\frac{1}{a^2}\sigma_x^2}=\frac{1}{a}\sigma_x:$$

Նշանակում է՝ հատկանիշի բոլոր արժեքները կարելի է բաժանել որևէ հաստատուն թվի վրա, հաշվարկել միջին քառակուսային շեղումը, այնուհետև բազմապատկել հաստատուն թվով.

$$\sigma_x=a\sigma_{x/a}: \qquad (5.15)$$

4. Եթե շեղման քառակուսու միջինը հաշվարկել ցանկացած a մեծությունից, որը որոշակի չափով տարբերվում է միջին թվաբանականից ($\bar{x}$), ապա այն միշտ մեծ է միջին թվաբանականից ունեցած շեղման քառակուսու միջինից.

$$\sigma_a^2>\sigma_x^2,\quad \overline{(x_i-a)^2}>\overline{(x_i-\bar{x})^2} \qquad (5.16)$$

Ապացույց.

$$\overline{(x_i-a)^2}=\frac{\sum(x_i-a)^2 f_i}{\sum f_i}=\frac{\sum[(x_i-\bar{x})+(\bar{x}-a)]^2 f_i}{\sum f_i}=$$

$$=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}+\frac{2(\bar{x}-a)\sum(x_i-\bar{x})f_i}{\sum f_i}+\frac{\sum(\bar{x}-a)^2 f_i}{\sum f_i},$$

քանի որ $\sum(x_i-\bar{x})f_i=0$ (միջին թվաբանականի հատկություն), ապա կստանանք՝

$$\frac{\sum(x_i-a)^2 f_i}{\sum f_i}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}+(\bar{x}-a)^2$$

$$\frac{\sum(x_i-a)^2 f_i}{\sum f_i}=\sigma_x^2+(\bar{x}-a)^2$$

$$\sigma_a^2=\sigma_x^2+(\bar{x}-a)^2$$

Պարզվում է, որ a մեծությունից շեղման քառակուսիների միջինը $(\bar{x}-a)^2$-ով մեծ է միջին թվաբանականից ունեցած շեղման քառակուսիների միջինից, այսինքն՝

$$\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}-(\bar{x}-a)^2 : \qquad \textbf{(5.17)}$$

Նշանակում է՝ միջինից հաշվարկված դիսպերսիան միշտ փոքր է ցանկացած այլ մեծությունից հաշվարկված դիսպերսիայից, այսինքն՝ նվազագույնն է:

Եթե (5.17) բանաձևում տեղադրենք a = 0, կստանանք՝

$$\sigma_x^2=\overline{x^2}-\bar{x}^2, \qquad \textbf{(5.17.1)}$$

կամ

$$\sigma_x^2=\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}-\left(\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}\right)^2 :$$

Հետևաբար՝ շեղման քառակուսիների միջինը հավասար է հատկանիշի արժեքների քառակուսիների միջինի և հատկանիշի արժեքների միջինի քառակուսու տարբերությանը:

Դիսպերսիայի հաշվարկը պարզեցված եղանակով: Եթե տրված է հավասարամեծ միջակայքերով միջակայքային բաշխման շարք և պահանջվում է հաշվարկել դիսպերսիան, անհրաժեշտ է օգտվել վերջինիս հատկություններից: Հաշվարկը կարելի է կատարել պարզեցված եղանակով՝ օգտվելով ոչ թե x_i (i=1, 2, 3, ..., n) սկզբնական, այլ նոր տարբերակներից՝

$$u_i=\frac{x_i-a}{k}, \qquad \textbf{(5.18)}$$

որտեղ՝ a և k-ն հաստատուն են:

Համաձայն միջին թվաբանականի և դիսպերսիայի հատկությունների՝

$$\bar{u}=\overline{\frac{x_i-a}{k}}=\frac{\bar{x}-a}{k} \qquad \textbf{(5.19)}$$

$$\text{և} \quad \sigma_u^2=\sigma^2_{\frac{x-a}{k}}=\frac{\sigma^2_{x-a}}{k^2}=\frac{\sigma_x^2}{k^2}, \qquad \textbf{(5.20)}$$

որտեղից՝

$$\bar{x}=\bar{u}k+a \qquad \textbf{(5.19.1)}$$

$$\sigma_x^2=k^2\sigma_u^2 \qquad \textbf{(5.20.1)}$$

Հաշվի առնելով (5.17) և (5.19) բանաձևերը, ըստ (5.20.1)-ի ստանում ենք հետևյալ բանաձևը՝

$$\sigma_x^2=k^2(\overline{u^2}-\bar{u}^2)=k^2\overline{u^2}-k^2\bar{u}^2=k^2\overline{u^2}-k^2\left(\frac{\bar{x}-a}{k}\right)^2=k^2\overline{u^2}-(\bar{x}-a)^2, \qquad \textbf{(5.21)}$$

որտեղ՝ $\bar{u}=\frac{\sum u_i f_i}{\sum f_i}$ և $\overline{u^2}=\frac{\sum u_i^2 f_i}{\sum f_i}$:

Տեղադրելով $\bar{u}$-ի և $\overline{u^2}$-ի արժեքները (5.19.1) և (5.21) բանաձևերում, կստանանք՝

$$\bar{x}=\frac{\sum u_i f_i}{\sum f_i}k+a \quad \text{կամ} \quad \bar{x}=\frac{\sum\left(\frac{x_i-a}{k}\right)\cdot f_i}{\sum f_i}k+a\ ; \qquad \textbf{(5.22)}$$

$$\sigma_x^2=\frac{\sum u_i^2 f_i}{\sum f_i}k^2-(\bar{x}-a)^2 \quad \text{կամ} \quad \sigma_x^2=\frac{\sum\left(\frac{x_i-a}{k}\right)^2 f_i}{\sum f_i}k^2-(\bar{x}-a)^2 \qquad \textbf{(5.23)}$$

որտեղ՝ k-ն միջակայքի լայնությունն է,

a-ն՝ պայմանական զրոն, և սովորաբար ընտրվում է այն միջակայքի կենտրոնի արժեքը, որի հաճախականությունը մեծագույնն է:

Մոմենտների եղանակով միջին թվաբանականի և դիսպերսիայի հաշվարկները կատարվում են (5.22) և (5.23) բանաձևերով:

Օրինակ՝ որակի հետազոտման նպատակով ձեռնարկությունում ստուգվել են 100 դետալներ (արդյունքները տե՛ս աղյուսակ 5.3-ում):

Աղյուսակ 5.3

Դետալների խմբերն ըստ կշռի

Դետալների խմբերն ըստ կշռի (գ)	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120
Դետալների թիվը	4	6	10	16	24	20	12	8

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա որոշենք դիսպերսիան «մոմենտների» եղանակով:

Լուծում. Խնդրի լուծման համար կազմենք հետևյալ հաշվարկային աղյուսակը (5.3.1).

Աղյուսակ 5.3.1

Դիսպերսիայի հաշվարկը «մոմենտների» եղանակով

x_i	f_i	x'_i	$x'_i - a$	$\frac{x'_i - a}{k}$	$\left(\frac{x'_i - a}{k}\right)^2$	$\left(\frac{x'_i - a}{k}\right) f_i$	$\left(\frac{x'_i - a}{k}\right)^2 f_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
40-50	4	45	-40	-4	16	-16	64
50-60	6	55	-30	-3	9	-18	54
60-70	10	65	-20	-2	4	-20	40
70-80	16	75	-10	-1	1	-16	16
80-90	24	85	0	0	0	0	0
90-100	20	95	10	1	1	20	20
100-110	12	105	20	2	4	24	48
110-120	8	115	30	3	9	24	72
Ընդ.	100					-2	314

1. Առաջին հերթին անհրաժեշտ է որոշել միջակայքերի կենտրոնների արժեքները (x'_i), որոնք հավասար են միջակայքերի ստորին և վերին սահմանների կիսագումարներին. առաջին միջակայքի համար այն հավասար է (40+50):2=45, երկրորդի՝ (50+60):2 = 55 և այլն: Ստացված արդյունքները գրանցում ենք սյունակ 3-ում:

2. Ընտրում ենք պայմանական միջինը՝ a = 85 և միջակայքի լայնությունը՝ k =10:

3. Որոշում ենք միջակայքի կենտրոնի և պայմանական միջինի տարբերությունները (սյունակ 4):

4. Սյունակ 4-ի արդյունքները բաժանում ենք միջակայքի լայնության (k = 10) վրա և արդյունքները գրանցում սյունակ 5-ում:

5. Սյունակ 5-ի արդյունքները բարձրացնում ենք քառակուսի (սյունակ 6):

6. Միջին թվաբանականը որոշելու համար (մոմենտների եղանակով) հաճախականության արժեքները (սյունակ 2) բազմապատկում ենք սյունակ 5-ի համապատասխան արժեքներով (սյունակ 7) և գումարում՝

$$\sum\left(\frac{x'_i - a}{k}\right) f_i = -2;$$

միջին թվաբանականը՝

$$\bar{x} = \frac{\sum\left(\frac{x'_i - a}{k}\right) f_i}{\sum f_i} \cdot k + a = \frac{-2}{100} \cdot 10 + 85 = 84.8 \text{ գրամ:}$$

7. Դիսպերսիան հաշվարկելու համար հաճախականության արժեքները (սյունակ 2) բազմապատկում ենք սյունակ 6-ի համապատասխան արժեքներով (սյունակ 8), և արդյունքները գումարում՝

$$\sum\left(\frac{x'_i - a}{k}\right)^2 f_i = 314:$$

Ստացված տվյալներով հաշվարկում ենք դիսպերսիան մոմենտների եղանակով՝

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(\frac{x'_i - a}{k}\right)^2 f_i}{\sum f_i} \cdot k^2 - (\bar{x} - a)^2 = \frac{314}{100} \cdot 10^2 - (84.8 - 85)^2 = 313.96:$$

Որոշ դեպքերում, երբ միջակայքերի քանակը կենտ է, նպատակահարմար է մեջտեղի միջակայքի կենտրոնն ընդունել որպես պայմանական զրո, ստացվում է սիմետրիկ համակարգ, որի հաշվարկներն ավելի դյուրին են:

Միջին քառակուսային շեղում (σ): Վիճակագրական շարքի ամենաբնորոշիչ ցուցանիշը միջին քառակուսային շեղումն է, որը ցույց է տալիս հատկանիշի արժեքների ցրվածությունը միջին արժեքի շուրջը: Երբ ցրումը փոքր է, համակցության հատկանիշի արժեքները խմբված են միջին արժեքի շուրջը, և հակառակը, երբ ցրումը մեծ է, համակցության հատկանիշի արժեքները խմբված չեն միջին արժեքի շուրջը և տատանումը մեծ է:

Միջին քառակուսային շեղման օգտագործումը հնարավորություն է տալիս լուծելու տարբեր խնդիրներ: Այսպես, օրինակ՝ σ ցուցանիշը օգտագործվում է այնպիսի սարքերի, գործիքների և լաբորատոր մեթոդների ճշտության չափման համար, որոնց օգնությամբ կազմում են մարդկանց ֆիզիկական զարգացման ստանդարտները: Միջին քառակուսային շեղումն օգտագործվում է ստուգիչ և փորձարարական խմբերում ստացված ընտրանքային համակցությունների հետազոտություններում միջին սխալը որոշելու, հետազոտության արդյունքները (եթե դրանք բերված են միջին արժեքներով) գնահատելու նպատակով: Միջին քառակուսային շեղումը անվանական մեծություն է, որն արտահայտվում է նույն չափման միավորներով, ինչ և համակցության անդամները: Միջին քառակուսային շեղումը կամ ստանդարտ շեղումը նշանակում են σ -ով:

Միջին քառակուսային շեղումը հավասար է քառակուսի արմատ դիսպերսիայից: Այն կարող է լինել պարզ (5.24) և կշռված (5.25):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}; \tag{5.24}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}: \tag{5.25}$$

Միջին քառակուսային շեղումը համակցությունում արժեքների տատանման չափերի ընդհանրացնող բնութագրիչն է, որը միշտ մեծ է միջին գծային շեղումից՝ ըստ միջին մեծության հատկության մաժորիտարության: Եթե փաստացի բաշխումը մոտ է նորմալ բաշխմանը, միջին քառակուսային շեղման և միջին գծային շեղման միջև գոյություն ունի մոտավոր հարաբերակցություն $\bar{d} = 0.8\sigma$ կամ $\sigma = 1.25\bar{d}$:

Միջին քառակուսային շեղումը կարևոր դեր է կատարում բաշխման շարքերի վերլուծությունում: Նորմալ բաշխման համար գոյություն ունի փոխադարձ կապ միջին քառակուսային շեղման և դիտարկումների քանակի միջև: Ըստ այդմ՝

- $\bar{x} \pm \sigma$ սահմաններում գտնվում է 0.683 կամ 68.3% դիտարկումների քանակը,
- $\bar{x} \pm 2\sigma$ սահմաններում՝ 0.954 կամ 95.4%,
- $\bar{x} \pm 3\sigma$ սահմաններում՝ 0.997 կամ 99.7%:

Գործնականում գրեթե չեն հանդիպում շեղումներ, որոնք գերազանցում են $\pm 3\sigma$ սահմանները: 3σ չափով շեղումը կարող է դիտարկվել որպես առավել հնարավորը: Դա կոչվում է երեք սիգմայի կանոն:

Օրինակ՝ դիտարկենք դիսպերսիայի և միջին քառակուսային շեղման հաշվարկը ըստ ՀՀ պետական բյուջեի եկամուտների մասին բերված հետևյալ տվյալների (տե՛ս աղյուսակ 5.4):

Աղյուսակ 5.4

Դիսպերսիայի հաշվարկը

Տարեթիվը	Պետական բյուջեի եկամուտները (մլրդ դրամ)	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
ա	1	2	3
1997	126	-44	1936
1998	168	-2	4
1999	191	21	441
2000	172	2	4
2001	193	23	529
Ընդամենը	850		2914

Հաշվարկը կատարվում է հետևյալ քայլերով.

ա) որոշում ենք սկզբնական տվյալների միջին թվաբանականը (սյունակ 1)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{850}{5} = 170 \text{ մլրդ դրամ,}$$

բ) գտնում շեղումները ($x_i - \bar{x}$) և գրանցում սյունակ 2-ում. շեղումները բարձրացնում ենք քառակուսի (սյունակ 3) և որոշում դրանց գումարը (այն հավասար է 2914-ի),

գ) ստացված գումարը բաժանելով համակցության միավորների թվի վրա՝ կստանանք դիսպերսիան.

$$\sigma^2 = \frac{2914}{5} = 582.8,$$

դ) դիսպերսիայից քառակուսի արմատ հանելով ստանում ենք միջին քառակուսային շեղումը.

$$\sigma = \sqrt{582,8} = 24,14 \text{ մլրդ դրամ:}$$

Տատանման աստիճանը տվյալ համակցությունում միջին արժեքի՝ 170 մլրդ դրամի համեմատությամբ մեծ չէ: Դա նշանակում է, որ համակցությունը համասեռ է:

Տատանման հարաբերական ցուցանիշները

Հարաբերական ցուցանիշները հաշվարկելիս՝ որպես համեմատության հիմք ընդունվում է միջին թվաբանականը: Հարաբերական ցուցանիշները ստանում են տատանման թափը, միջին գծային շեղումը և միջին քառակուսային շեղումը միջին թվաբանականին հարաբերելով: Դրանք արտահայտվում են տոկոսներով կամ հարաբերական միավորներով և ոչ միայն որոշում են տատանման համեմատական գնահատումը, այլև տալիս են համասեռության բնութագիրը:

Նորմալ բաշխմանը մոտ բաշխման շարքերի համար համակցությունը համարվում է համասեռ, եթե տատանման գործակիցները չեն գերազանցում 33%-ը:

Տարբերում են տատանման հետյալ հարաբերական ցուցանիշները (նշանակում են V-ով).

V_R - *օսցիլյացիայի գործակիցը*՝

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% : \qquad \textbf{(5.26)}$$

Տատանման գծային գործակիցը ($V_{\bar{d}}$)՝

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\% \text{ կամ } V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{M_e} \cdot 100\% : \qquad \textbf{(5.27)}$$

Գործնականում շատ հաճախ օգտագործվում է հարաբերական տատանման ցուցանիշը՝ *վարիացիայի գործակիցը* (V_σ)՝

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% , \qquad \textbf{(5.28)}$$

Վարիացիայի գործակիցը ցույց է տալիս, թե միջին արժեքի ո՞ր տոկոսն է կազմում միջին քառակուսային շեղումը: Այն հնարավորություն է ընձեռում միմյանց հետ համեմատելու տարբեր չափողականություն ունեցող համակցությունների տատանումները (տվյալ դեպքում, դիսպերսիան և միջին քառակուսային շեղումը օգտակար չեն):

Դիտարկենք այդ ցուցանիշների արժեքների մեկնաբանությունը տնտեսագիտական հետազոտություններում՝

եթե $V_\sigma \leq 33\%$, համակցությունը համարվում է համասեռ, այսինքն՝ անհատական արժեքների ցրվածությունը միջին արժեքի շուրջը փոքր է,

եթե $V_\sigma > 33\%$-ից, համակցությունը անհամասեռ է՝ ցրումը միջինի շուրջը մեծ է:

Ճշգրիտ հետազոտություններում, որտեղ առկա են օբյեկտիվ չափումներ, վարիացիայի գործակցի արժեքները մեկնաբանվում են հետևյալ կերպ՝

$V_\sigma \leq 10\%$ - համակցությունը համարվում է համասեռ,

$V_\sigma > 10\%$ - համակցությունը համարվում է ոչ համասեռ:

Հարկ է նշել, որ օսցիլյացիայի գործակիցը կարող է լինել մեկից մեծ: Ինչ վերաբերում է տատանման գծային և վարիացիայի գործակիցներին, դրանք միշտ փոքր են մեկից:

Ըստ աղյուսակ 5.4-ի տվյալների՝ տատանման հարաբերական

ցուցանիշները ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$V_R = 39.4\%, \; V_{\bar{d}} = 10.82\%, \; V_\sigma = 14.2\%:$$

5.3. Այլընտրանքային (ալտերնատիվ) հատկանիշի դիսպերսիան

Որոշ դեպքերում անհրաժեշտություն է առաջանում հաշվարկելու այլընտրանքային հատկանիշի դիսպերսիան: Այլընտրանքային հատկանիշի դեպքում մի երևույթի հանդես գալը բացառվում է մյուսի հանդես գալով: Օրինակ՝ արտադրանքի խոտանը, գիտական աստիճան ունեցողների տոկոսը բուհերում, աշխատանքը ըստ մասնագիտության, այո կամ ոչ, լավ կամ վատ, ուժեղ կամ թույլ և այլն:

Ալտերնատիվ հատկանիշի առկայությունը նշանակվում է 1-ով, իսկ դրա բացակայությունը՝ 0-ով: Տվյալ հատկանիշն ունեցող միավորների մասը նշանակենք p-ով, իսկ չունեցող միավորների մասը՝ q-ով, ընդ որում՝ p + q = 1:

Հաշվարկենք ալտերնատիվ հատկանիշի միջինը և դիսպերսիան՝ օգտվելով ստորև ներկայացված աղյուսակի տվյալներից:

	x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
Հատկանիշի առկայություն	1	p	p	1 - p = q	q^2	pq^2
Հատկանիշի բացակայություն	0	q	0	0 – p = -p	p^2	qp^2
Գումարը		p+q	p			pq(p+q)

Ալտերնատիվ հատկանիշի միջին արժեքը որոշվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\bar{x}_p = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p+q} = p : \qquad \textbf{(5.29)}$$

Ալտերնատիվ հատկանիշի դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{pq(p+q)}{p+q} = pq \text{ կամ } \sigma_p^2 = p(1-p) \qquad \textbf{(5.30)}$$

Այսպիսով, ալտերնատիվ հատկանիշի դիսպերսիան հավասար է մասի և այդ մասը մինչև մեկը լրացնող թվի արտադրյալին՝ pq: Ալտերնատիվ հատկանիշի միջին քառակուսային շեղումը հավասար է $\sqrt{pq}$: Յիշյալ դիսպերսիայի սահմանային արժեքը հավասար է 0.25, երբ p = 0.5:

Ալտերնատիվ հատկանիշի տատանման ցուցանիշը լայնորեն կիրառվում է վիճակագրությունում, մասնավորապես՝ ընտրանքային դիտարկումների նախագծման, սոցիոլոգիական հետազոտությունների տվյալների մշակման, արտադրանքի որակի վիճակագրական հսկման և շատ այլ պարագաներում:

Օրինակ՝ 3 արտադրամասերում նույնանուն պատրաստի արտադրանքի որակի ստուգման ընթացքում հայտնաբերվել է պիտանի և խոտան արտադրանք (արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 5.5-ում):

Պահանջվում է որոշել ամբողջ արտադրամասին վերաբերող հետևյալ ցուցանիշները.

ա) պիտանի և խոտան արտադրանքի միջին տոկոսը,

բ) պատրաստի արտադրանքի դիսպերսիան, միջին քառակուսային շեղումը, վարիացիայի գործակիցը:

Աղյուսակ 5.5

Որակի ստուգման ներկայացված արտադրանքը

Արտադրամասեր	Պատրաստի արտադրանք (հատ)	Այդ թվում	
		պիտանի	խոտան
1	420	280	140
2	380	290	90
3	400	330	70
Գումարը	1200	900	300

Երեք արտադրամասերում պիտանի արտադրանքի միջին տոկոսը հետևյալն է՝

$$p=\frac{280+290+330}{420+380+400}=\frac{900}{1200}=0{,}75 \text{ կամ } 75\%,$$

իսկ խոտանի միջինը՝ $q=1-p=1-0{,}75=0{,}25$ կամ 25%:

Պատրաստի արտադրանքի տեսակարար կշռի դիսպերսիան հավասար է՝

$$\sigma^2=pq=0{,}75\cdot 0{,}25=0{,}1875,$$

միջին քառակուսային շեղումը՝

$$\sigma=\sqrt{pq}=\sqrt{0{,}1875}=0{,}433,$$

պատրաստի արտադրանքի տեսակարար կշռի վարիացիայի գործակիցը քողարկված ընդհանուր արտադրանքի մեջ՝

$$V=\frac{\sigma}{\bar{x}}\cdot 100\%=\frac{\sigma}{p}\cdot 100\%=\frac{0{,}433}{0{,}75}\cdot 100\%=57{,}73\%:$$

Նշանակում է՝ որակի ստուգման ներկայացված արտադրանքները միատարր չեն, ցրումը միջին արժեքի շուրջը մեծ է:

Էնտրոպիա: Էնտրոպիայի ցուցանիշը՝ H(x)-ը, ընդհատ x պատահական մեծության անորոշության չափն է. այն հավասար է՝

$$H(x)=-\sum_{i=1}^{n}p_n\log_2 p_n: \qquad \textbf{(5.31)}$$

Էնտրոպիան կախված չէ պատահական մեծության արժեքներից: Այն արտահայտվում է միայն դրանց հավանականություններով: Եթե բոլոր տարբերակները հավասարահավանական են, էնտրոպիան կլինի առավելագույնը: Եթե բոլոր տարբերակները, բացի մեկից, հավասար են զրոյի, ապա էնտրոպիան հավասար կլինի զրոյի:

Ալտերնատիվ հատկանիշի էնտրոպիան (n=2) հավասարահավանական բաշխման (p=0,5) դեպքում հավասար է միավորի.

$$H(x)=-(0.5\log_2 0.5+0.5\log_2 0.5)=-1:$$

Օրինակ՝ եղանակի դիտումներից պարզվում է, որ որոշակի վայրում հունիսի 10-ին տեղումներ լինելու հավանականությունը 0.6 է, իսկ չլինելունը՝ 0.4:

Նույն վայրում դեկտեմբերի 10-ին անձրև գալու հավանականությունը 0.15 է, ձյուն գալու հավանականությունը՝ 0.65, իսկ առհասարակ տեղումներ չլինելու հավանականությունը՝ 0.2 է: Պարզենք, թե ո՞ր օրվա եղանակն է ավելի անորոշ:

Լուծում. Յաշվարկվում են վերոնշյալ երկու օրերի եղանակի էնտրոպիաները՝

$$H(x_1)=-(0.6\log_2 0.6+0.4\log_2 0.4)=-0.97 \text{ բիթ},$$

$$H(x_2)=-(0.15\log_2 0.15+0.65\log_2 0.65+0.2\log_2 0.2)=-1.28 \text{ բիթ}:$$

$H(x_2)>H(x_1)$, նշանակում է՝ դեկտեմբերի 10-ին եղանակն ավելի անորոշ է, քան հունիսի 10-ին:

Եթե տեղումներ լինելու կամ չլինելու հարց է առաջանում, ապա՝

$$H(x_2')=-(0.8\log_2 0.8+0.2\log_2 0.2)=-0.72,$$

$H(x_2)<H(x_1)$, նշանակում է դեկտեմբերի 10-ին տեղումներ լինելու անորոշությունն ավելի փոքր է:

Բարդ համակարգի էնտրոպիան հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$H(xy) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_{ij}\log_2 p_{ij}, \qquad (5.32)$$

որտեղ՝ p_{ij}-ն բարդ համակարգի ցանկացած հնարավոր վիճակի հավանականությունն է:

Էնտրոպիայի ցուցանիշը թույլ է տալիս որոշել նաև տեղեկատվության քանակը:

5.4. Դիսպերսիայի տեսակները, դրանց գումարման կանոնը

Ուսումնասիրվող համակցության ցուցանիշների տատանումները պայմանավորված են տարբեր գործոններով, որոնց մի մասը կարելի է առանձնացնել, եթե այն բաժանենք համասեռ խմբերի՝ ըստ առանձին հատկանիշի: Այդ դեպքում ամբողջ համակցության հատկանիշի տատանման ուսումնասիրման հետ մեկտեղ հնարավոր է ուսումնասիրել նաև ներխմբային ու միջխմբային տատանումները:

Ուսումնասիրելով համակցության տատանումը ամբողջությամբ և հենվելով ընդհանուր դիսպերսիայի հաշվարկման վրա՝ հնարավոր չէ որոշել հատկանիշի անհատական գործոնների տատանումները բնութագրող առանձին գործոնների ազդեցությունը: Համակցությունում կարելի է որոշել հատկանիշի տատանման երեք ցուցանիշներ. ընդհանուր դիսպերսիան (σ^2), միջխմբային դիսպերսիան (δ^2) և ներխմբային դիսպերսիաների միջինը ($\overline{\sigma_j^2}$):

Ընդհանուր դիսպերսիան բնութագրում է հատկանիշի տատանումն ամբողջ համակցությունում բոլոր գործոնների ազդեցության ներքո, ծնավորում տվյալ համակցության հատկանիշի միավորների մակարդակը, արտացոլում բոլոր հնարավոր գործոնների գումարային ազդեցությունը ընդհանուր տատանման վրա:

Ընդհանուր դիսպերսիան հատկանիշի ընդհանուր միջինից առանձին տարբերակների արժեքների շեղումների քառակուսիների միջինն է, որը հաշվարկվում է պարզ կամ կշռված դիսպերսիայի բանաձևով (5.33)՝

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}, \qquad (5.33)$$

որտեղ՝ x_i -ն հատկանիշի արժեքներն են,

f_i-ն՝ հաճախականությունը,

$\bar{x}$ -ը՝ ընդհանուր միջին թվաբանականը,

k-ն՝ խմբերի թիվը:

Միջխմբային դիսպերսիան (δ^2) բնութագրում է սիստեմատիկ տատանումները, որոնք ի հայտ են գալիս գործոնային հատկանիշի ազդեցությամբ և ընկած են խմբավորման հիմքում:

Միջխմբային դիսպերսիան հաշվարկվում է (5.34) բանաձևով՝

$$\delta_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k}(\bar{x}_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j}, \qquad (5.34)$$

որտեղ՝ k -ն խմբերի թիվն է,

f_j -ն՝ միավորների թիվը խմբում,

$\bar{x}_j$ -ն՝ մասնակի միջինը j-րդ խմբում,

$\bar{x}$ -ը՝ համակցության միավորների ընդհանուր միջինը:

Ներխմբային դիսպերսիան արտացոլում է պատահական տատանումը, այսինքն՝ տատանման մասը, որն ի հայտ է գալիս չնախատեսված գործոնների ազդեցությամբ և կախված չէ գործոնային հատկանիշից, որն ընկած է խմբավորման հիմքում:

Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{f_i}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{f_i}, \quad \sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{f_j}(x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{f_j} \qquad (5.35)$$

որտեղ՝ x_{ij} -ն j-րդ խմբի տարբերակներն են,

$\bar{x}_j$ -ն՝ j-րդ խմբի միջին արժեքը:

Ներխմբային դիսպերսիաների միջինը բնութագրում է առանձին խմբերի ներսում գոյություն ունեցող հատկանիշի տատանման միջինը և որոշվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\overline{\sigma_j^2} = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sigma_j^2 f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j}: \qquad (5.36)$$

Ընդհանուր դիսպերսիայի (σ_x^2), ներխմբային դիսպերսիաների միջինի ($\overline{\sigma_j^2}$) և միջխմբային դիսպերսիայի (δ_x^2) միջև գոյություն ունի հարաբերակցություն, որը կոչվում է **դիսպերսիաների գու-**

մարման կանոն՝

$$\sigma_x^2=\overline{\sigma_j^2}+\delta_x^2: \qquad \textbf{(5.37)}$$

Համաձայն դրա՝ ընդհանուր դիսպերսիան հավասար է, ի հաշիվ խմբավորման հատկանիշի դիսպերսիայի և այլ բոլոր գործոնների ազդեցությամբ երևան եկած դիսպերսիաների գումարին:

Դիսպերսիաների գումարման կանոնից օգտվում են ցուցանիշների կապի սերտությունը հաշվելիս, դիսպերսիոն վերլուծությունում՝ տիպական ընտրանքի ճշտությունը գնահատելիս և այլն:

Վիճակագրական վերլուծությունում լայնորեն կիրառվում է էմպիրիկ դետերմինացիայի գործակիցը (η^2): Այն միջխմբային դիսպերսիայի մասն է ընդհանուր արդյունքային դիսպերսիայի նկատմամբ և բնութագրում է հատկանիշի ազդեցությունը, որն ընկած է խմբավորման հիմքում՝

$$\eta^2=\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}: \qquad \textbf{(5.38)}$$

Քառակուսի արմատ էմպիրիկ դետերմինացիայի գործակցից՝ կոչվում է էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերություն (η)՝

$$\eta=\sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}}: \qquad \textbf{(5.39)}$$

Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը փոփոխվում է «0»-ից «1» սահմանում, ընդ որում, եթե՝

$\eta=0$. նշանակում է՝ խմբավորման հատկանիշն ազդեցություն չի թողնում արդյունքային հատկանիշի վրա,

$\eta=1$. արդյունքային հատկանիշը փոփոխվում է միայն խմբավորման հիմքում ընկած հատկանիշից կախված, իսկ այլ գործոնային հատկանիշների ազդեցությունը հավասար է 0-ի:

Միջանկյալ արժեքները գնահատվում են՝ կախված սահմանային արժեքների՝ դրանց մոտիկության աստիճանից:

Օրինակ՝ դիտարկենք դիսպերսիաների գումարման կանոնը: Երկու արտադրամասերի բանվորների աշխատանքային ստաժի վերաբերյալ ունենք հետևյալ տվյալները (տե՛ս աղյուսակ 5.6): Որոշել դետերմինացիայի գործակիցը:

Աղյուսակ 5.6

Արտադրամասի բանվորների աշխատանքային ստաժը

Աշխատանքի ստաժը (տարի)	Բանվորների թիվը	
	I արտադրամաս	II արտադրամաս
0-5	2	7
5-10	15	25
10-15	20	12
15-20	3	8
Ընդամենը	40	52

Խնդիրը կարելի է լուծել հետևյալ հաջորդականությամբ.

1. Որոշվում է յուրաքանչյուր արտադրամասի բանվորների աշխատանքային միջին ստաժը՝

$$\bar{x}_1=\frac{\sum x_i' f_{1i}}{\sum f_{1i}}=\frac{2.5\cdot 2+7.5\cdot 15+12.5\cdot 20+17.5\cdot 3}{40}=\frac{420}{40}=10.5 \text{ տարի;}$$

$$\bar{x}_2=\frac{\sum x_i' f_{2i}}{\sum f_{2i}}=\frac{2.5\cdot 7+7.5\cdot 25+12.5\cdot 12+17.5\cdot 8}{52}=\frac{495}{52}=9.5 \text{ տարի:}$$

2. Որոշվում է երկու արտադրամասերի բանվորների միջին ստաժը միասին՝

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i' f_i}{\sum f_i}=\frac{2.5\cdot 9+7.5\cdot 40+12.5\cdot 32+17.5\cdot 11}{9+40+32+11}=9.94;$$

կամ

$$\bar{x}=\frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i}=\frac{10.5\cdot 40+9.5\cdot 52}{92}=9.94, (\bar{x}\approx 10) \text{ տարի:}$$

3. Հաշվարկվում են առաջին և երկրորդ արտադրամասերի բանվորների աշխատանքային ստաժի ներխմբային դիսպերսիաները և ընդհանուր դիսպերսիան.

$$\sigma_1^2=\frac{\sum(x_{1j}'-\bar{x}_1)^2 f_{1j}}{\sum f_{1j}}=\frac{(2.5-10.5)^2\cdot 2+\ldots+(17.5-10.5)^2\cdot 3}{40}=\frac{490}{40}=12.25$$

$$\sigma_2^2=\frac{\sum(x_{2j}'-\bar{x}_2)^2 f_{2j}}{\sum f_{2j}}=\frac{1063}{52}=20.44:$$

Ընդհանուր դիսպերսիան կլինի՝ $\sigma_x^2 = \dfrac{\sum (x_i' - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} =$

$$= \frac{(2.5-10)^2 \cdot 9 + (7.5-10)^2 \cdot 40 + (12.5-10)^2 \cdot 32 + (17.5-10)^2 \cdot 11}{92} = \frac{1575}{92} = 17.12$$

Որոշվում է բանվորների աշխատանքային ստաժի ներխմբային դիսպերսիաների միջինը՝

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{12.25 \cdot 40 + 20.44 \cdot 52}{92} = \frac{1553}{92} = 16.88:$$

4. Որոշվում է արտադրամասի բանվորների աշխատանքային ստաժի միջխմբային դիսպերսիան՝

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(10.5-10)^2 \cdot 40 + (9.5-10)^2 \cdot 52}{92} = \frac{23}{92} = \frac{1}{4} = 0.25,$$

և ըստ դիսպերսիաների գումարման կանոնի՝ հաշվարկի ճշտությունը՝ 16.88+0.25=17.13:

5. Որոշվում է էմպիրիկ դետերմինացիայի գործակիցը՝

$$\eta^2 = \frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2} = \frac{23}{92} : \frac{1575}{92} = 0.25 : 17.12 = 0.0146 \text{ կամ } 1.46\%:$$

Դետերմինացիայի գործակիցը ցույց է տալիս, թե ընդհանուր դիսպերսիայի ո՞ր մասն է կազմում միջխմբային դիսպերսիան, այսինքն՝ կախում ունի՞ բանվորական ստաժը բանվորների թվից, թե՞ ոչ: Այս օրինակում կախվածությունը բացակայում է, քանի որ $\eta^2 = 0.0146$ արժեքը շատ փոքր է:

Անհրաժեշտ է որոշել նաև էմպիրիկ կոռելյացիայի հարաբերությունը՝ $\eta = \sqrt{0.0146} = 0.1208$: Ստացված արդյունքն ապացուցում է, որ կապ գոյություն չունի բանվորների ստաժի և նրանց թվաքանակի միջև, քանի որ η-ն շատ փոքր թիվ է:

Հատկանիշի մասերի դիսպերսիաների գումարման կանոնը

Դիսպերսիաների գումարման կանոնը տարածվում է նաև հատկանիշի մասի դիսպերսիայի վրա: *Մասի ներխմբային դիսպերսիան* որոշվում է (5.40) բանաձևով.

$$\sigma_{P_i}^2 = P_i(1-P_i), \qquad \textbf{(5.40)}$$

որտեղ՝ P_i-ն առանձին խմբերում ուսումնասիրվող հատկանիշի մասն է:

Ներխմբային դիսպերսիաների միջինի որոշման բանաձևն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\overline{\sigma_{P_i}^2} = \frac{\sum P_i(1-P_i) f_i}{\sum f_i} = \overline{P_i(1-P_i)}: \qquad \textbf{(5.41)}$$

Միջխմբային դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\delta_{P_i}^2 = \frac{\sum (P_i - \bar{P})^2 f_i}{\sum f_i}: \qquad \textbf{(5.42)}$$

որտեղ՝ f_i-ն առանձին խմբերի միավորների թիվն է,

$\bar{P}$-ն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշի մասը ամբողջ համակցությունում:

Հատկանիշի մասը համակցությունում որոշվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով՝

$$\bar{P} = \frac{\sum P_i f_i}{\sum f_i}: \qquad \textbf{(5.43)}$$

Ընդհանուր դիսպերսիան որոշվում է (5.44) բանաձևով.

$$\sigma_{\bar{P}}^2 = \bar{P}(1-\bar{P}): \qquad \textbf{(5.44)}$$

Դիտարկված դիսպերսիաները իրար հետ կապված են հետևյալ հավասարումով.

$$\sigma_{\bar{P}}^2 = \overline{\sigma_{P_i}^2} + \delta_{P_i}^2: \qquad \textbf{(5.45)}$$

Դիսպերսիաների այս հարաբերակցությունը կոչվում է հատկանիշի մասի գումարման կանոն: Ունենալով երկու դիսպերսիաները՝ կարելի է որոշել երրորդը կամ ստուգել դրանց հաշվարկման ճշտությունը:

Բերենք օրինակ: Աղյուսակ 5.7-ում ներկայացված են պայմանական ֆիրմայի երեք արտադրամասերի հիմնական բանվորների տեսակարար կշիռները:

Աղյուսակ 5.7

Ֆիրմայի հիմնական բանվորների տեսակարար կշիռը

Արտադրամաս	Հիմնական բանվորների տեսակարար կշիռը (%) P_i	Բոլոր բանվորների թիվը (մարդ) f_i
Ա	70	100
Բ	60	150
Գ	80	250
Ընդամենը		500

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա որոշենք.

1. Հիմնական բանվորների տեսակարար կշռի դիսպերսիան ամբողջ ֆիրմայում:

2. Մասի ներխմբային և միջխմբային դիսպերսիաները:

Լուծում.

ա) Նախ որոշում ենք հիմնական բանվորների մասը ամբողջ ֆիրմայում (բանաձև 5.43)`

$$\overline{P} = \frac{0.7 \cdot 100 + 0.6 \cdot 150 + 0.8 \cdot 250}{500} = \frac{360}{500} = 0.72 \text{ , ապա`}$$

բ) Ամբողջ ֆիրմայի հիմնական բանվորների մասի ընդհանուր դիսպերսիան (բանաձև 5.44)`

$$\sigma^2_{\overline{P}} = 0.72 \cdot (1 - 0.72) = 0.2016 \text{ :}$$

գ) Արտադրամասերի ներխմբային դիսպերսիաները կկազմեն (բանաձև 5.40)`

$$\sigma^2_{\overline{P}_1} = 0.7\ (1\text{-}\ 0.7) = 0.21,\quad \sigma^2_{\overline{P}_2} = 0.6\ (1\text{-}\ 0.6) = 0.24,$$

$$\sigma^2_{\overline{P}_3} = 0.8\ (1\text{-}\ 0.8) = 0.16:$$

դ) Արտադրամասերի ներխմբային դիսպերսիաների միջինը (բանաձև 5.41)`

$$\overline{\sigma^2_{P_i}} = \frac{0.21 \cdot 100 + 0.24 \cdot 150 + 0.16 \cdot 250}{500} = \frac{97}{500} = 0.194 \text{ ,}$$

և վերջապես`

ե) Միջխմբային դիսպերսիան (բանաձև 5.42)`

$$\delta^2_{P_i} = \frac{(0.7 - 0.72)^2 100 + (0.6 - 0.72)^2 150 + (0.8 - 0.72)^2 250}{500} =$$

$$= \frac{3.8}{500} = 0.0076$$

Ստուգում` 0.2016 = 0.194 + 0.0076:

5.5. Վարիացիոն բաշխման շարքի կառուցվածքային բնութագրերը

Դիֆերենցիացիայի ցուցանիշները: Բաշխման կենտրոնի դիտարկված ընդհանրացնող ցուցանիշները և տատանման աստիճանը պատկերացում չեն տալիս բաշխման ձևի մասին, այսինքն` չեն բացահայտում հաճախականությունների հաջորդական փոփոխությունները: Բաշխման ձևի առանձնահատկությունների արտահայտման համար կիրառվում է դիֆերենցիացիայի ցուցանիշը, որը հիմնված է բաշխման կառուցվածքային (ռանգային) ցուցանիշների վրա:

Կառուցվածքային ցուցանիշներ: Կառուցվածքային ցուցանիշների համակարգում, որպես բաշխման ձևի յուրահատկության ցուցանիշ, հանդես են գալիս տարբերակներ, որոնք որոշակի դիրք են գրավում (յուրաքանչյուր չորրորդը, հինգերորդը, տասներորդը, քսանհինգերորդը և այլն) վարիացիայի կարգավորված շարքում: Այդպիսի ցուցանիշները կրում են կվանտիլ (կամ գրադիենտ) ընդհանուր անվանումը:

Որոշ կվանտիլներ ունեն առանձին անվանումներ` կվարտիլներ, կվինտիլներ, դեցիլներ և պերցենտիլներ:

Կվարտիլները հատկանիշի արժեքներն են, որոնք կարգավորված համակցությունը բաժանում են 4 հավասարամեծ մասերի: Տարբերում են ստորին (Q_1) կվարտիլը, որն անջատում է համակցության 1/4 մասը` հատկանիշի ամենափոքր արժեքով, և վերին կվարտիլը ($Q_3$), որը հատում է 1/4 մասը` հատկանիշի ամենամեծ արժեքով:

Դա նշանակում է, որ համակցության միավորների 25 %-ի արժեքները փոքր են Q_1 -ից, 25 %-ը` գտնվում է $Q_1$ և $Q_2$-ի, 25%-ը` Q_2 և Q_3-ի միջև, և մնացած 25 %-ը գերազանցում է Q_3-ը:

Երկրորդ կվարտիլը` $Q_2$-ը, մեդիանան է: Կվարտիլների հաշվարկը նման է մեդիանայի հաշվարկմանը`

$$Q_1 = x_{Q_1} + h_{Q_1} \frac{1/4\sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}, \qquad \mathbf{(5.46)}$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + h_{Q_3} \frac{3/4\sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \qquad \mathbf{(5.47)}$$

որտեղ` x_{Q_1} -ը միջակայքի ստորին սահմանն է. պարունակում է ստորին կվարտիլը (միջակայքը որոշվում է կուտակված հաճախականությունով, որը առաջինը գերազանցում է 25 %-ը),

x_{Q_3} -ը միջակայքի ստորին սահմանն է. պարունակում է վերին կվարտիլը (միջակայքը որոշվում է կուտակված հաճախականությունով, որն առաջինը գերազանցում է 75 %-ը),

h_Q -ն միջակայքի մեծությունն է,

S_{Q_1-1} -ը միջակայքի կուտակված հաճախականությունն է, նախորդում է այն միջակայքին, որը բովանդակում է ստորին կվարտիլը,

S_{Q_3-1} -ը` նույնը վերին կվարտիլի համար,

f_{Q_1}-ը միջակայքի հաճախականությունն է, որը բովանդակում է ստորին կվարտիլը,

f_{Q_3}-ը՝ նույնը վերին կվարտիլի համար:

Կվինտիլները համակցությունը բաժանում են 5 հավասար մասերի:

Դեցիլները (d_i) հատկանիշի այն արժեքներն են, որոնք կարգավորված շարքը բաժանում են 10 հավասար մասերի. առաջին դեցիլը (d_1) բաժանում է համակցությանը համապատասխանաբար 1/10-ը, 9/10 հարաբերակցությամբ, երկրորդ դեցիլը (d_2-ը)՝ 2/10-ը, 8/10 հարաբերակցությամբ և այլն:

Դեցիլների հաշվարկը կատարվում է նույն սկզբունքով, ինչ և մեդիանայի և կվարտիլների հաշվարկը՝

♦ I դեցիլ. $$d_1 = x_{d_1} + h_{d_1} \frac{1/10\sum f_i - S_{d_1-1}}{f_{d_1}}, \quad (5.48)$$

♦ II դեցիլ. $$d_2 = x_{d_2} + h_{d_2} \frac{2/10\sum f_i - S_{d_2-1}}{f_{d_2}}, \quad (5.49)$$

♦ ... ...

♦ IX դեցիլ. $$d_9 = x_{d_9} + h_{d_9} \frac{9/10\sum f_i - S_{d_9-1}}{f_{d_9}}, \quad (5.50)$$

որտեղ՝ x_{d_1}-ը առաջին դեցիլը բովանդակող միջակայքի ստորին սահմանն է,

x_{d_2}-ը՝ նույնն է երկրորդ դեցիլի համար,

h_d-ն՝ առաջին (երկրորդ, երրորդ) դեցիլը բովանդակող միջակայքի մեծությունն է,

$S_{d_1-1}, S_{d_2-1}, \ldots, S_{d_9-1}$-ը՝ առաջին (երկրորդ և այլն) դեցիլը բովանդակող միջակայքին նախորդող միջակայքերի կուտակված հաճախականություններն են,

$f_{d_1}, f_{d_2}, \ldots, f_{d_9}$-ը՝ առաջին, երկրորդ և մյուս դեցիլները բովանդակող միջակայքերի հաճախականություններն են:

Օրինակ՝ ունենք գյուղացիական տնտեսություններում ցորենի բերքատվության (g) վերաբերյալ հետևյալ տվյալները (տե՛ս աղյուսակ 5.8):

Աղյուսակ 5.8

Ցորենի բերքատվության բաշխումը

Բերքատվություն (g)	Տնտեսությունների թիվը	Կուտակված հաճախականություն
x_i	f_i	S_i
16-20	2	2
20-24	11	13
24-28	16	29
28-32	24	53
32-36	19	72
36-40	15	87
40-44	10	97
44-48	3	100
Ընդամենը	100	

Ըստ աղյուսակ 5.8-ի տվյալների որոշել ստորին և վերին կվարտիլները, ստորին և վերին դեցիլները:

Լուծում. Որոշենք Q-ի տեղը առաջին և երրորդ կվարտիլներում՝

$$N_{Q_1} = \frac{n+1}{4} = \frac{100+1}{4} = 25.25;$$

$$N_{Q_3} = \frac{n+1}{4} \cdot 3 = \frac{100+1}{4} \cdot 3 = 75.75;$$

Կվարտիլների հաշվարկը կատարվում է մեդիանայի հաշվարկման եղանակով.

$$Q_1 = 24 + 4 \cdot \frac{\frac{100}{4} - 13}{16} = 27\text{ g},\quad 24 < Q_1 < 28\ ;$$

$$Q_3 = 36 + 4 \cdot \frac{\frac{100 \cdot 3}{4} - 72}{15} = 36.8\text{ g},\quad 36 < Q_3 < 40:$$

Առաջին կվարտիլը հաշվարկելու համար անհրաժեշտ է գտնել կվարտիլային միջակայքը: Քանի որ $\frac{\sum f_i}{4} = 25.25$, նշանակում է, որ դա (ըստ կուտակված հաճախականությունների) 24-28-ի միջակայքն է: Տվյալ դեպքում՝ $x_{Q_1} = 24$, $h_{Q_1} = 4$, $f_{Q_1} = 16$, $S_{Q_1-1} = 13$: Նշանակում է գյուղացիական տնտեսությունների 25 %-ն ունի 27 ցենտներից պակաս բերքատվություն, 25 %-ը՝ 27 ցենտներից բարձր, իսկ մնացածը ունեն 27 ցենտներից մինչև 36.8 ցենտներ բերքատվություն:

Ստորին և վերին դեցիլները հաշվարկում ենք մեդիանայի բանաձևի օգնությամբ՝ դրա միջակայքը փոխարինելով այն միջակայքով, որտեղ գտնվում են տարբերակները և հատում 10% թվի հաճախականությունը՝ բաշխման շարքի ստորին և վերին սահմաններում:

Ստորին դեցիլը (d_1) ամենացածր բերքատվությունն է (ց): Նախ որոշում ենք դեցիլը (բանաձևով), ապա դրա համարը՝

$$N_{d_1} = (100+1)/10 = 10.1:$$

Ընդ որում՝ առաջին (ստորին) դեցիլի հաշվարկի համար գտնում ենք 1/10 հաճախականությունների թիվը՝

$$\frac{\sum f_i}{10} = \frac{100}{10} = 10:$$

Ըստ կուտակված հաճախականությունների՝ որոշում ենք դեցիլային միջակայքը. արդյո՞ք տարբերակը համապատասխանում է այնպիսի հաճախականության, որը գտնվում է (20-24) ցենտներ միջակայքում: Այս դեպքում $x_{d_1}=20$, $h_{d_1} = 24-20 = 4$, $S_{d_1-1}= 2$, $f_{d_1}=11$: Այստեղից՝ ամենացածր բերքատվությունը կլինի՝ $d_1=20+4(10-2)/11=20+32/11=22.91$; $20< d_1<24$:

Նշանակում է՝ գյուղացիական տնտեսությունների 10%-ն ունի 22,9 ց ցածր, իսկ 90%-ը՝ 22,9 ց-ից բարձր բերքատվություն:

Իններորդ (վերին) դեցիլի համար գտնում ենք 9/10 հաճախականությամբ թիվը. դեցիլի համարը՝

$$N_{d_9} = \frac{100+1}{4} \cdot 9 = 90.9,$$

իսկ հաճախականության թիվը կլինի՝ $\frac{\sum f_i}{10} \cdot 9 = \frac{100}{10} \cdot 9 = 90:$

Ըստ կուտակված հաճախականության՝ գտնում ենք միջակայքը, որը համապատասխանում է (40-44) միջակայքին:

Որոշում ենք $x_{d_9}=40$, $h_{d_9}=4$, $S_{d_9}=87$, $f_{d_9}=10$ արժեքները և ըստ բանաձևի հաշվարկում իններորդ դեցիլը՝ ամենաբարձր բերքատվությունը, որն է՝

$$d_9 = 40+4\cdot\frac{\frac{100}{10}\cdot 9-87}{10} = 41.2\text{ ց} \quad 40 < d_9 < 44:$$

Նշանակում է՝ գյուղացիական տնտեսությունների 90%-ն ունի 41,2 ց ցածր, իսկ 10 %-ը՝ 41,2 բարձր բերքատվություն:

Պերցենտիլը հատկանիշի այն արժեքն է, որը բաշխման շարքը բաժանում է 100 մասի: Պերցենտիլը կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$P_n = L + (S/f)\cdot i, \qquad (5.51)$$

որտեղ՝ P_n-ը n-րդ պերցենտիլի արժեքն է,

L-ը՝ միջակայքի ստորին սահմանը,

S-ը՝ գնահատման թիվը, որն անհրաժեշտ է հորիզոնական առանցքի վրա տրված պերցենտիլին համապատասխանելուն,

i-ն՝ L-ի ներքին սահմանի հեռավորությունն է L+1-ի վերին սահմանից (միջակայքի քայլը),

f-ը՝ L-ից մինչև L+1 միջակայքում գտնվող թվերի գնահատականն է:

Դիֆերենցիացիայի ցուցանիշները: Երբ ուսումնասիրվում է վարիացիայի շարքը, հարկ է լինում որոշել դրա հարաբերական բնութագրերը (իհարկե, եթե նախապես հաշվարկված են կվարտիլն ու դեցիլը): Տվյալ դեպքում կարելի է որոշել դիֆերենցիացիայի գործակիցը (K):

Դիֆերենցիացիայի գործակիցը հաշվարկվում է տարբեր եղանակներով:

Եթե տրված են երրորդ (Q_3) և առաջին (Q_1) կվարտիլները, վարիացիայի գործակցի հետ մեկտեղ կարելի է հաշվարկել դիֆերենցիացիայի գործակիցը հետևյալ բանաձևով՝

$$K_V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{1-\frac{Q_1}{Q_3}}{1+\frac{Q_1}{Q_3}}: \qquad (5.52)$$

Վարիացիայի և դիֆերենցիացիայի գործակիցների միջև գոյություն ունի որոշակի կապ՝

$$V = 1.5K_V:$$

Եթե համադրվում են 9-րդ (d_9) և 1-ին (d_1) դեցիլները, ապա դիֆերենցիացիայի դեցիլային գործակիցը (K_d) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$K_d = d_9 / d_1:$$

Դիֆերենցիացիայի ավելի ճշգրիտ մակարդակը կարելի է որոշել, եթե համադրվում են համակցության հատկանիշի միջին մակարդակի 10 %-ի ամենամեծ և ամենափոքր արժեքները:

Համեմատման այդպիսի ցուցանիշը կոչվում է դիֆերենցիացիայի ֆոնդային գործակից.

$$K = \frac{\bar{x}_{max}}{\bar{\bar{x}}_{min}} = \frac{\frac{1}{n}\sum_j x_j}{\frac{1}{n}\sum_s x_s} = \frac{\sum_j x_j}{\sum_s x_s} \qquad (5.53)$$

որտեղ՝ $\sum x_j$ -ն համակցությունում հատկանիշի 10 %-ի մեծագույն միավորների գումարային արժեքն է,

$\sum x_s$ -ը՝ համակցությունում հատկանիշի 10 %-ի ամենափոքր միավորների գումարային արժեքը,

n-ը՝ համակցությունում միավորների թիվը:

5.6. Բաշխման մոմենտները

Բաշխման շարքերի միջին թվաբանականն ու դիսպերսիան ավելի ընդհանուր հասկացության՝ վարիացիայի շարքի մոմենտների մասնավոր դեպքեր են:

k-րդ կարգի մոմենտը կոչվում է x_i տարբերակների A կամայական հաստատուն թվից ունեցած շեղումների k-րդ աստիճանի միջինը՝

$$M_k = \overline{(x_i - A)^k} : \qquad (5.54)$$

Միջինների մեծությունը հաշվարկելիս՝ որպես կշիռ կարելի է ընդունել հաճախականությունը, խտությունը կամ հավանականությունը: Եթե որպես կշիռ ընդունվում է հաճախականությունը կամ տեսակարար կշիռը, մոմենտները կոչվում են փորձարարական, իսկ երբ օգտագործվում է հավանականությունը՝ տեսական:

Մոմենտների կարգը սահմանվում է k-ի մեծությամբ:

k-րդ կարգի փորձարարական մոմենտը որոշվում է որպես տարբերակների A մեծությունից ունեցած շեղումների k-րդ աստիճանների ու համապատասխան հաճախականությունների արտադրյալների գումարի հարաբերությունը հաճախականությունների գումարին.

$$m_k = \frac{\sum (x_i - A)^k f_i}{\sum f_i} : \qquad (5.55)$$

Կախված A հաստատուն մեծության ընտրությունից՝ տարբերվում են երեք տիպի մոմենտներ.

1. Եթե A = 0, կստանանք k-րդ կարգի սկզբնական մոմենտը՝

$$M_k = \frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i} : \qquad (5.56)$$

2. A = x_0-ի դեպքում կստանանք k-րդ կարգի պայմանական մոմենտը (m_k)՝

$$m_k = \frac{\sum (x_i - x_0)^k f_i}{\sum f_i} . \qquad (5.57)$$

Պայմանական մոմենտի օգնությամբ պարզեցվում է բաշխման շարքի հիմնական բնութագրերի հաշվարկը: k-ին տալով տարբեր արժեքներ՝ կստանանք սկզբնական մոմենտներ x_0-ի նկատմամբ:

Եթե ընդունենք, որ k =1, ապա՝

$$m_1 = \frac{\sum (x_i - x_0) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} - \frac{x_0 \sum f_i}{\sum f_i} = \overline{x} - x_0 : \qquad (5.58)$$

Այստեղից հետևում է, որ $\overline{x} = x_0 + m_1$, այսինքն՝ միջին թվաբանականը հավասար է ընտրանքի սկզբնական արժեքի և առաջին կարգի սկզբնական մոմենտի գումարին: Եթե (x_i - x_0) շեղումներն ունեն ընդհանուր c բազմապատկիչ, ապա դրանց շեղումները կարելի է բաժանել բազմապատկիչի վրա և հաշվարկել ստացված մոմենտը, այնուհետև բազմապատկել համապատասխան աստիճանով՝

$$m_k = \frac{\sum_i \left(\frac{x_i - x_0}{c}\right)^k f_i}{\sum_i f_i} \cdot c^k : \qquad (5.59)$$

k-ին տալով 1 արժեքը, կստանանք $\overline{x} = x_0 + m_1 c$:

3. Եթե A հաստատուն մեծությունը հավասար է միջին թվաբանականին ($A = \overline{x}$), կստանանք k կարգի կենտրոնական մոմենտը (μ_k)

$$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^k f_i}{\sum f_i} : \qquad (5.60)$$

Վիճակագրության պրակտիկայում օգտվում են առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ կարգի մոմենտներից: Ակնառու լինելու համար մոմենտները ներկայացնենք աղյուսակի տեսքով (տե՛ս աղյուսակ 5.9):

Աղյուսակ 5.9

Բաշխման մոմենտների տեսակները

Մոմենտների տեսակները / Կարգը (k)	Սկզբնական M_k	Կենտրոնական μ_k	Պայմանական m_k
1	$M_1=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$	$\mu_1=\frac{\sum(x_i-\bar{x})f_i}{\sum f_i}=0$	$m_1=\frac{\sum(x_i-x_0)f_i}{\sum f_i}$
2	$M_2=\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}$	$\mu_2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$	$m_2=\frac{\sum(x_i-x_0)^2 f_i}{\sum f_i}$
3	$M_3=\frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}$	$\mu_3=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^3 f_i}{\sum f_i}$	$m_3=\frac{\sum(x_i-x_0)^3 f_i}{\sum f_i}$
4	$M_4=\frac{\sum x_i^4 f_i}{\sum f_i}$	$\mu_4=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^4 f_i}{\sum f_i}$	$m_4=\frac{\sum(x_i-x_0)^4 f_i}{\sum f_i}$

Աղյուսակից երևում է, որ՝

- առաջին կարգի սկզբնական մոմենտը հավասար է միջին թվաբանականին՝ $m_1=\bar{x}$ և կիրառվում է որպես բաշխման կենտրոնի ցուցանիշ,
- երկրորդ, երրորդ և չորրորդ կարգի սկզբնական մոմենտները չունեն ինքնուրույն նշանակություն, սակայն օգտագործվում են կենտրոնական մոմենտների հաշվարկը պարզեցնելու համար,
- ունենալով առաջին և երկրորդ կարգի սկզբնական մոմենտներ՝ կարելի է որոշել դիսպերսիան՝

$$\sigma^2=\mu_2=M_2-M_1^2, \tag{5.61}$$

- առաջին կարգի կենտրոնական մոմենտը հավասար է զրոյի ($\mu_1=0$),
- երկրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը դիսպերսիան է և ծառայում է որպես հատկանիշի տատանման հիմնական չափ ($\mu_2=\sigma^2$),
- երրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը բաշխման ասիմետրիայի չափն է. եթե բաշխումը սիմետրիկ է, ապա այն հավասար է զրոյի,

- չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտն օգտագործվում է էքսցեսի ցուցանիշը հաշվարկելիս,
- առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ կարգի պայմանական մոմենտները չունեն ինքնուրույն նշանակություն, սակայն օգտագործվում են կենտրոնական մոմենտների պարզեցված հաշվարկման համար:

5.7. Բաշխման ձևի ուսումնասիրությունը

Բաշխման ձևի յուրահատկությունների ընդհանրացումը բնութագրելու համար օգտվում ենք բաշխման կորերից, որոնք արտահայտվում են գրաֆիկորեն՝ պոլիգոնի և հիստոգրամի տեսքով: Դրանք պատկերացում են տալիս ուսումնասիրվող երևույթի բաշխման օրինաչափությունների մասին:

Տարբերում են փորձարարական և տեսական բաշխման կորերը: Փորձարարական բաշխման կորը փաստացի բաշխման կորն է, որը ստացվում է վիճակագրական դիտարկման նյութերի խմբավորման արդյունքում և արտացոլում է բաշխման վրա ազդող հիմնական պատճառներն ու պատահական գործոնների ազդեցությունը: Ուսումնասիրվող երևույթի բաշխման օրինաչափությունը պատահական գործոնների ազդեցությունից զերծ պահելու համար անհրաժեշտ է մեծացնել համակցության ծավալը՝ փոքրացնելով միջակայքերի լայնությունը:

Մաթեմատիկական վիճակագրությունն ապացուցում է, որ համակցության ծավալի մեծացման և միջակայքերի լայնության փոքրացման դեպքում բաշխման բազմանկյուններն ավելի են մոտենում որոշ սահմանային սահուն գծի, որն էլ բաշխման կորն է:

Տեսական բաշխման կորն արտահայտում է ֆունկցիոնալ կապը տատանվող հատկանիշների փոփոխությունների միջև, որում ի հայտ են գալիս հիմնական, էական պատճառների ազդեցությունը, և բացառվում է պատահական գործոնների ազդեցությունը: Այդ տեսակետից՝ տեսական բաշխումն ունի կարևոր դեր, քանի որ հնարավորություն է ընձեռում օգտագործելու բաշխման կորերը համախականությունների բաշխման օրենքներն ուսումնասիրելու և բաշխումները համեմատելու համար:

Բաշխման կորերը լինում են սիմետրիկ և ասիմետրիկ, մեկ, երկու և բազմագագաթ: Կախված այն բանից, թե կորի որ ճյուղն է ուղղված աջ կամ ձախ՝ տարբերում են աջակողմյան և ձախակողմյան ասիմետրիաներ:

Համասեռ համակցությունների դեպքում բնութագրական է մեկ գագաթանի, իսկ անհամասեռ համակցությունների դեպքում՝ բազմագագաթ բաշխումը: Երկու և ավելի գագաթ ունեցող անհամասեռ համակցությունների պարագայում հարկ է լինում կատարել տվյալների վերախմբավորում՝ ավելի համասեռ խմբեր առանձնացնելու նպատակով: Սիմետրիկ բաշխման դեպքում ցանկացած երկու տարբերակների հաճախականությունները կենտրոնից հավասարահեռ են և երկու կողմերից միմյանց հավասար:

Սիմետրիկ բաշխման կորի գագաթը գտնվում է կենտրոնում, իսկ ասիմետրիկ բաշխմանը՝ կենտրոնից տեղաշարժված է աջ (ձախակողմյան կամ բացասական ասիմետրիա) կամ ձախ՝ (աջակողմյան կամ դրական ասիմետրիա):

Այդպիսի բաշխման շարքի բնութագրերն են.

$$\overline{x} = M_o = M_e;\ R = 6\sigma,\ \sigma = 1.25d:$$

Եթե նշված հարաբերակցությունը խախտվում է, նշանակում է գոյություն ունի բաշխման շարքի ասիմետրիա: Եթե $M_o < M_e < \overline{x}$, ապա $\overline{x} - M_o$ և $\overline{x} - M_e$ տարբերությունները դրական են, ասիմետրիան աջակողմյան է: Երբ $M_0 > M_e > \overline{x}$, հակառակը՝ $\overline{x} - M_o$ և $\overline{x} - M_e$ տարբերությունները բացասական են, իսկ ասիմետրիան ձախակողմյան է:

Տարբեր չափողականություն ունեցող մի քանի բաշխումների ասիմետրիայի համեմատական ուսումնասիրման համար հաշվարկում են ասիմետրիայի հարաբերական ցուցանիշը (a_s)՝

$$a_s = \frac{\overline{x} - M_0}{\sigma} \quad \text{կամ} \quad a_s = \frac{\overline{x} - M_e}{\sigma}: \qquad \textbf{(5.62)}$$

Ասիմետրիայի ցուցանիշը կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական: Դրական մեծությունը վկայում է աջակողմյան ասիմետրիայի մասին, իսկ բացասականը՝ ձախակողմյան:

Ասիմետրիան դրական է, եթե բաշխման կորի «երկար մասը» գտնվում է մոդայից աջ ($a_s>0$), բացասական է, եթե կորի «երկար մասը» գտնվում է մոդայից ձախ ($a_s<0$) (տե՛ս գծապատկերներ 5.3 և 5.4):

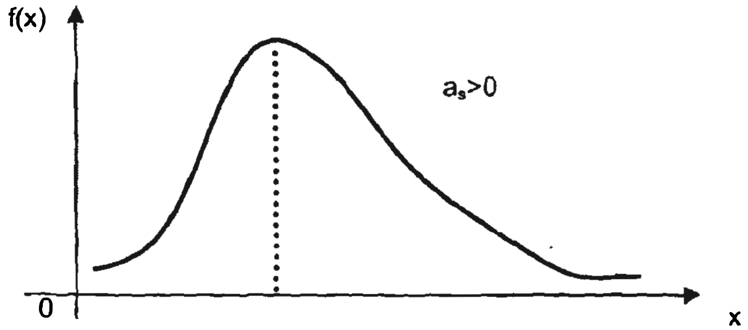
Բաշխման սիմետրիկության դեպքում երրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը (μ_3) հավասար է 0-ի: Որքան մեծ է μ_3-ը, այնքան մեծ է ասիմետրիան: Այդ առանձնահատկությունից օգտվում են ասիմետրիան բնութագրելու համար: Ասիմետրիայի գործակիցը երրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտի (μ_3) և միջին քառակուսային շեղման (σ) խորանարդի հարաբերությունն է՝

$$a_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}: \qquad \textbf{(5.63)}$$

Որքան համարիչը մոտ է զրոյին, այնքան փոքր է ասիմետրիան: Այս ցուցանիշը ավելի ստույգ է և կիրառվում է ավելի հաճախ, քան նախորդները:

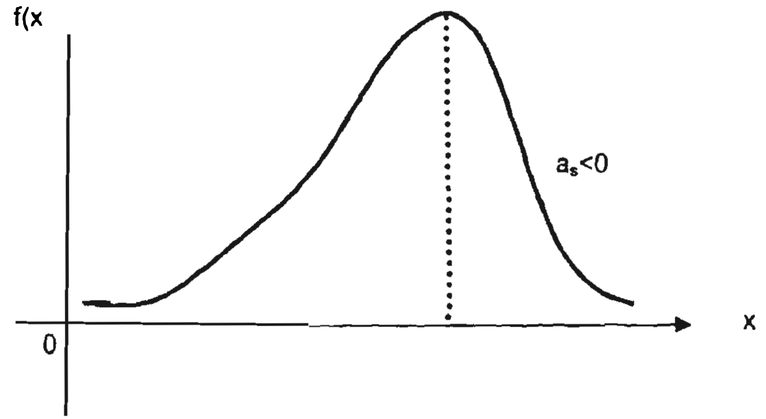
Գծապատկեր 5.3

Բաշխման շարքի աջակողմյան ասիմետրիա



Գծապատկեր 5.4

Բաշխման շարքի ձախակողմյան ասիմետրիա



Եթե ասիմետրիայի գործակիցը մեծ է 0.5-ից (բացարձակ արժեքով), այն համարվում է նշանակալի, իսկ եթե փոքր է 0.25-ից՝ աննշան (չնչին):

Ասիմետրիայի գոյության գնահատումը կատարվում է միջին քառակուսային սխալի հիման վրա՝ կախված դիտարկումների թվից (n), և հաշվարկվում է (5.64) բանաձևով՝

$$\sigma_{a_s} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} : \quad \textbf{(5.64)}$$

Եթե $\frac{|a_s|}{\sigma_{a_s}} > 3$, ասիմետրիան ակնհայտ է, նշանակում է գլխավոր համակցությունում հատկանիշի բաշխումը սիմետրիկ չէ: Հակառակ դեպքում ասիմետրիա գոյություն չի ունենա, և դրա առկայությունը կարող է ի հայտ գալ պատահական իրավիճակներում:

Էմպիրիկ բաշխման վերլուծության հաջորդ քայլը էքսցեսի գագաթի սրության որոշումն է՝ նորմալ բաշխման կորի համեմատ:

Մաթեմատիկական վիճակագրությունն ապացուցել է, որ նորմալ բաշխման կորի համար չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտի (μ_4) հարաբերությունը միջին քառակուսային շեղման չորրորդ աստիճանին (σ^4), հավասար է երեքի:

Էքսցեսի գործակիցը որոշվում է (5.65) բանաձևով.

$$e_s = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 : \quad \textbf{(5.65)}$$

Էքսցեսի գործակիցը կարող է լինել դրական, ինչը բնութագրում է կորի գագաթի սրությունը, և բացասական՝ գագաթի հարթ լինելը՝ նորմալ բաշխման կորի համեմատությամբ:

Գծապատկեր 5.5-ում ներկայացված են երկու բաշխումները. սուր գագաթի ($e_s > 0$), և հարթ գագաթի ($e_s < 0$) առկայությունը: Նորմալ բաշխման դեպքում $e_s = 0$-ի:

Էքսցեսի միջին քառակուսային սխալը (σ_{e_s}) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

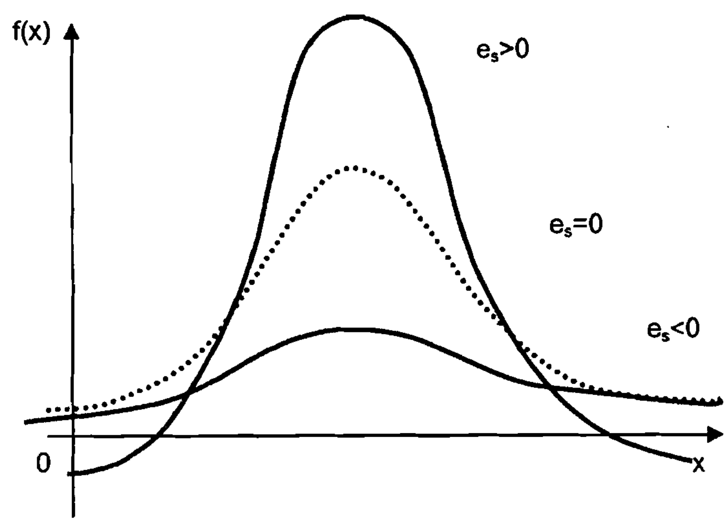
$$\sigma_{e_s} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}, \quad \textbf{(5.66)}$$

որտեղ՝ n-ը դիտարկումների թիվն է:

Այսպիսով, բաշխումը կլինի նորմալ, եթե ասիմետրիայի (a_s) և էքսցեսի գործակիցները հավասար լինեն զրոյի՝ $a_s = 0$; $e_s = 0$:

Գծապատկեր 5.5

Բաշխման սուր ($e_s>0$) և հարթ ($e_s<0$) գագաթները



Լինդբերգը առաջարկել է ասիմետրիայի և էքսցեսի որոշման պարզեցված բանաձևերը: Ասիմետրիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$a_s = P - 50, \quad \textbf{(5.67)}$$

որտեղ՝ P-ն միջին թվաբանականի արժեքը գերազանցող տարբերակների տեսակարար կշիռն է (%-ով)՝ տրված շարքի տարբերակների ընդհանուր քանակում,

50 %-ը նորմալ բաշխման շարքի միջին թվաբանականը գերազանցող տարբերակների տեսակարար կշիռն է:

Էքսցեսի գործակցի հաշվարկման բանաձևն է՝

$$e_s = P - 38.29, \quad \textbf{(5.68)}$$

որտեղ՝ P-ն միջին քառակուսային շեղման կեսին հավասար միջակայքում (միջին արժեքի այս կամ այն կողմում) գտնվող տարբերակների տեսակարար կշիռն է (%-ով)՝ տրված շարքի տարբերակների ընդհանուր քանակում,

38.29-ը՝ միջին քառակուսային շեղման կեսին հավասար միջակայքում (միջին արժեքի այս կամ այն կողմում) գտնվող տարբերակների մասը (%-ով)՝ նորմալ բաշխման շարքի տարբերակների ընդհանուր քանակում:

♣ Ասիմետրիայի և էքսցեսի գործակիցները ունեն ոչ միայն նկարագրորեն բովանդակություն, այլև անմիջականորեն բնութագրում են հատկանիշի բաշխման ձևը ուսումնասիրվող համակցության սահմաններում:

Հաճախ էքսցեսն ու ասիմետրիան որոշակիորեն ցույց են տալիս սոցիալ-տնտեսական երևույթների հետագա ուսումնասիրման ուղիները: Օրինակ՝ նշանակալի բացասական էքսցեսը կարող է հավաստել, որ հետազոտվող համակցությունը որակապես անհամասեռ է: Բացի այդ, գործակիցները թույլ են տալիս որոշել, թե հնարավո՞ր է արդյոք տվյալ էմպիրիկ բաշխումը բերել նորմալ բաշխման կորին:

Օրինակ՝ տրված է արտադրանքի պատրաստման օրական նորմայի կատարման ցուցանիշների բաշխվածությունը (տե՛ս աղյուսակ 5.10):

Որոշել ասիմետրիայի և էքսցեսի գործակիցները:

Խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ է հաշվարկել երկրորդ, երրորդ և չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտները (հաշվարկային տվյալները ներկայացված են 5.10 աղյուսակում):

Աղյուսակ 5.10

Արտադրանքի պատրաստման օրական նորմայի կատարումը

Նորմայի կատարման տոկոսը x_i	Բանվորների թիվը f_i	Միջակայքի կենտրոնը x_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 f_i$
Ա	1	2	3	4		5	6	7
94-96	8	95	760	-6	36	288	-1728	10368
96-98	9	97	873	-4	16	144	-576	2304
98-100	15	99	1485	-2	4	60	-120	240
100-102	30	101	3030	0	0	0	0	0
102-104	20	103	2060	2	4	80	160	320
104-106	14	105	1470	4	16	224	896	3584
106-108	4	107	428	6	36	144	864	5184
Ընդամենը	100		10106			940	-504	22000

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա որոշում ենք միջին թվաբանականը՝

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{10106}{100} = 101.06,$$

երկրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը՝

$$\mu_2 = \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{940}{100} = 9.4,$$

երրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը՝

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum f_i} = \frac{-504}{100} = -5.04,$$

չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը՝

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i} = \frac{22000}{100} = 220:$$

Ունենալով այդ տվյալները՝ որոշում ենք ասիմետրիայի գործակիցը՝

$$a_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = -\frac{5.04}{28.82} = -0.175,$$

իսկ էքսցեսի գործակիցը կկազմի՝

$$e_s = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{220}{88.36} = 2.4898 - 3 = -0.5102$$

Ասիմետրիայի և էքսցեսի բացասական գործակիցները ցույց են տալիս, որ գոյություն ունի ըստ բնույթի և մեծության չնչին ասիմետրիա և բաշխվածության հարթ գագաթ:

5.8. Տեսական բաշխվածությունը վարիացիայի շարքերի վերլուծությունում

Բաշխման փորձարարական կորը հարթեցնելու և տեսական կորի հետ համադրելու համար վիճակագրությունում հաճախ օգտվում են նորմալ բաշխումից: Նորմալ բաշխման ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$y_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}, \qquad \textbf{(5.68)}$$

որտեղ՝ y_t-ն նորմալ բաշխման կորի օրդինատն է,

$t = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$-ը՝ նորմավորված շեղումը,

$e = 2.71828$, $\pi = 3.14$-ը՝ մաթեմատիկական հաստատունները,

$\bar{x}$ -ը՝ միջին արժեքը,

x_i –ն՝ հատկանիշի արժեքները,

σ -ն՝ միջին քառակուսային շեղումը:

Նորմալ բաշխումը լիովին որոշվում է երկու պարամետրերով՝ թվաբանական միջինով ($\bar{x}$) և միջին քառակուսային շեղումով (σ):

Ինչքան մեծ լինի համատեղ գործող պատահական մեծությունների քանակը, այնքան մեծ կլինի համապատասխանությունը նորմալ բաշխման օրենքին: Եթե պատահական պատճառներից և ոչ մեկը չունի գերակշռող ազդեցություն մյուսների նկատմամբ, ապա բաշխման օրենքը շատ մոտ է նորմալին:

Նորմալ բաշխման կորը միագագաթ, միջին արժեքի նկատմամբ սիմետրիկ պատկեր է և ունի զանգակաձև տեսք:

Դիտարկենք նորմալ բաշխման կորի մի քանի հատկությունները.

- $f(t)$-նորմալ բաշխման ֆունկցիան զույգ է՝ $f(-t) = f(t)$, հետևաբար կորը սիմետրիկ է օրդինատների առանցքի նկատմամբ, այսինքն՝ $\bar{x} = M_e = M_o$:
- Ֆունկցիան ունի անսահման փոքր արժեք $t = \pm\infty$ դեպքում. դա նշանակում է, որ կորի ճյուղերը ասիմպտոտիկ ձևով մոտենում են աբսցիսների առանցքին՝ շարունակելով երկու կողմերից ձգտել անսահմանության:

Ֆունկցիան ունի մեծագույն արժեք $t = 0$-ի կամ $x=\bar{x}$ դեպքում. այդ արժեքը հավասար է $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$:

- Ֆունկցիան ունի շրջման կետ $t = \pm1$-ի դեպքում, որը գտնվում է կենտրոնի երկու կողմում միջին քառակուսային շեղմանը հավասար հեռավորության վրա:

Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ բոլոր տարբերակների 68.3%-ը գտնվում է ($\bar{x}\pm\sigma$) միջակայքում; ($\bar{x}\pm2\sigma$) միջակայքում գտնվում է բոլոր տարբերակների 95.4%-ը, իսկ ($\bar{x}\pm3\sigma$)-ում՝ 99.7%-ը:

- Կորով և աբսցիսների առանցքով սահմանափակված մակերեսը հավասար է մեկի՝

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-t}^{t} e^{-\frac{u^2}{2}}du : \quad (5.69)$$

Բաշխման շարքերի հավասարեցումը (տեսական բաշխվածության կառուցումը)

Գործնականում մեծ հետաքրքրություն է առաջացնում այն հարցը, թե որքա՞ն է վիճակագրական դիտարկման արդյունքում ստացված բաշխումը համապատասխանում նորմալ բաշխմանը:

Հարցը լուծելու համար հարկավոր է հաշվարկել նորմալ բաշխ-

ման տեսական հաճախականությունները: Վարիացիայի շարքի հարթեցումը ըստ նորմալ բաշխման կորի՝ տեսական բաշխվածության հաճախությունը, որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$f(t) = \frac{Nh}{\sigma}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (5.70)$$

որտեղ՝ $N = \sum f_i$ վարիացիայի շարքի հաճախականությունների գումարն է,

h-ը՝ միջակայքի լայնությունը ,

σ-ն՝ միջին քառակուսային շեղումը,

$t = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$ -ը՝ նորմավորված շեղումը,

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}} \text{-ի} \quad (5.71)$$

արժեքը որոշվում է աղյուսակից:

Համաձայնության հայտանիշներ

Բաշխման շարքի հարթեցումից, այսինքն՝ տեսական հաճախականությունը որոշելուց հետո, անհրաժեշտություն է առաջանում ստուգել՝ տեսական ու էմպիրիկ հաճախականությունների միջև եղած տարբերությունը էակա՞ն է, թե՞ պատահական: Տեսական (f_T) և էմպիրիկ ($f_э$) հաճախականությունների սերտության աստիճանը գնահատելու համար կարելի է կիրառել Պիրսոնի (χ^2), Ռոմանովսկու (C), Յաստրեմսկու (L) կամ Կոլմոգորովի (λ) համաձայնության հայտանիշներից որևէ մեկը:

Պիրսոնի հայտանիշը (χ^2) f_T և $f_э$ հաճախականությունների միջև եղած շեղումների քառակուսու և տեսական հաճախականության հարաբերության գումարն է, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\chi^2 = \sum\frac{(f_э - f_T)^2}{f_T}, \quad (5.72)$$

որտեղ՝ $f_э$-ն և f_T-ն էմպիրիկ և տեսական հաճախականություններն են:

χ^2-ու փաստացի արժեքը համեմատում են սահմանային արժեքի հետ, որը որոշվում է հատուկ աղյուսակի օգնությամբ՝ կախված ազատության աստիճանների թվից և նշանակալիության մակարդակից: Նշանակալիության մակարդակը ընտրվում է 0,05, 0,01, 0,001, իսկ ազատության աստիճանների թիվը (ν) հաշվարկվում է որպես բաշխման շարքի խմբերի թվի (n) և մեկի տարբերություն՝ հանած էմպիրիկ բաշխման պարամետրերի թիվը ($\bar{x}$, σ):

Այսպես, ըստ նորմալ բաշխման կորի հարթեցման դեպքում ազատության աստիճանների թիվը հավասար կլինի՝

$$\nu = n - 1 - 2,\ \nu = n - 3:$$

Եթե $\chi^2_{\text{հաշ.}} < \chi^2_{\text{աղ}}$, նշանակում է շեղումը տեսական և էմպիրիկ կորերի հաճախականությունների միջև պատահական է:

Ռոմանովսկու հայտանիշը (C): Աղյուսակի բացակայության դեպքում տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների շեղվածությունը գնահատելու համար կարելի է օգտվել Ռոմանովսկու հայտանիշից, որը որոշվում է (5.73) բանաձևով՝

$$C = \frac{|\chi^2 - \nu|}{\sqrt{2\nu}}, \qquad \textbf{(5.73)}$$

որտեղ՝ χ^2-ին Պիրսոնի հայտանիշի արժեքն է՝ հաշվարկված (5.72) բանաձևով,

ν-ն՝ ազատության աստիճանների թիվը (նորմալ բաշխման վարկածի ստուգման դեպքում ν-ն հավասար է խմբերի թվից հանած երեք՝ ν= n-3):

Եթե |C|≤ 3, շեղումը պատահական է, իսկ եթե |C|>3՝ հավաստի:

Յաստրեմսկու հայտանիշը (L) կարելի է որոշել հետևյալ հարաբերակցության հիման վրա.

$$L = \frac{\sum \frac{(f_э - f_T)^2}{Npq} - k}{\sqrt{2k + 4Q}}, \qquad \textbf{(5.74)}$$

որտեղ՝ N-ը համակցության ծավալն է,

pq-ն՝ ալտերնատիվ հատկանիշի դիսպերսիան,

k-ն՝ խմբերի կամ տարբերակների թիվն է,

Q-ն ընդունում է 0,6 արժեքը, երբ տարբերակների կամ խմբերի թիվը 8-ից մինչև 20 է:

Եթե L>3, նշանակում է տեսական բաշխումը համապատասխանում է էմպիրիկ բաշխմանը:

Կոլմոգորովի հայտանիշը (λ) հիմնվում է կուտակված հաճախականությունների միջև մաքսիմալ շեղման կամ տեսական և էմպիրիկ բաշխման հաճախականության վրա:

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}}, \qquad \textbf{(5.75)}$$

որտեղ՝ D-ն տեսական և էմպիրիկ կուտակված հաճախականությունների միջև եղած շեղման մեծագույն արժեքն է,

$N=\sum f_i$-ն՝ դիտարկումների թիվը կամ էմպիրիկ հաճախականությունների գումարն է:

Կոլմոգորովի հայտանիշից օգտվելու անհրաժեշտ պայմանն այն է, որ դիտարկումների թիվը լինի բավականաչափ մեծ (100-ից ոչ պակաս):

Օրինակ՝ կատարվել է ընտրանքային ուսումնասիրություն տորֆի տեղամասի տարածման խորության փորձերի վերաբերյալ: Արդյունքները ներկայացված են 5.11 աղյուսակում:

Աղյուսակ 5.11

Հաշվարկային աղյուսակ

Տորֆի տարածման խորությունը x_i (սմ)	Փորձարկման թիվը f_i	Կենտրոնի արժեքը x_i'	$x_i' - \bar{x}$	$t = \frac{x' - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$	$\frac{Nh}{\sigma}\varphi(t)$	f_T
1	2	3	4	5	6	7	8
70-80	3	75	-35	-2.1	0.044	2.64	3
80-90	10	85	-25	-1.5	0.1295	7.78	8
90-100	14	95	-15	-0.9	0.2661	15.99	16
100-110	23	105	-5	-0.3	0.3814	22.9	23
110-120	24	115	5	0.3	0.3814	22.9	23
120-130	13	125	15	0.9	0.2661	15.99	16
130-140	9	135	25	1.5	0.1295	7.78	8
140-150	4	145	35	2.1	0.044	2.64	3

Որոշել տեսական հաճախականությունները, ստուգել տեսական և էմպիրիկ բաշխվածությունների համաձայնությունը նորմալ բաշխման հետ:

Լուծում. Քանի որ նորմալ բաշխման կորի կառուցումը կախված է երկու պարամետրերից՝ $\bar{x}$ և σ -ից, ապա առաջին հերթին անհրաժեշտ է որոշել համապատասխան պարամետրերը: Միջին թվաբանականի և միջին քառակուսային շեղման հաշվարկը պետք է կատարել սովորական եղանակով:

Տեսական բաշխվածության հաճախականությունը գտնելու համար օգտվում ենք՝

$$f_T = \frac{Nh}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \text{ կամ } f_T = \frac{Nh}{\sigma} \cdot \varphi(t) \text{ բանաձևից:}$$

Նախօրոք հաշվարկվում են՝

ա) $\bar{x}$=110 և σ =16.64 արժեքները,

բ) գտնում շեղումները միջին արժեքից (սյունակ 4), գ) գտնում նորմավորված շեղումների արժեքները (սյունակ 5),

դ) աղյուսակից որոշում φ(t) արժեքները (սյունակ 6),

ե) հաշվարկում $\frac{Nh}{\sigma} = \frac{100 \cdot 10}{16.64} = 60.09$ հաստատուն մեծությունը,

զ) հաստատուն արժեքը բազմապատկելով φ(t) արժեքներով (սյունակ 7)՝ ստանում ենք տեսական հաճախականությունները (կլորացված):

Որոշելու համար, թե հաճախականությունների այդ շեղումները էակա՞ն են, թե՞ պատահական, օգտվում ենք Պիրսոնի հայտանիշից՝

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{э}} - f_T)^2}{f_T}:$$

Տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների շեղումները գնահատելու համար կարելի է օգտվել հետևյալ աղյուսակից (5.12):

Աղյուսակ 5.12

Հաշվարկային աղյուսակ

$f_{\text{э}}$	f_T	$f_{\text{э}} - f_T$	$(f_{\text{э}} - f_T)^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_T)^2}{f_T}$
3	3	0	0	0
10	8	2	4	0.5
14	16	-2	4	0.25
23	23	0	0	0
24	23	1	1	0.043
13	16	-3	9	0.5625
9	8	1	1	0.125
4	3	1	1	0,330
Ընդամենը	100			$\chi^2_{\text{փա}} = 1.813$

Դիտարկված օրինակում շարքն ունի հաճախականությունների 8 խումբ, ազատության աստիճանների թիվը՝ ν= 8 -3= 5:

α = 0.05 նշանակալիության մակարդակի և ազատության աստիճանների թվով որոշում ենք աղյուսակային արժեքը՝ $\chi^2_{\text{աղ}}$=11.07:

Համեմատում ենք փաստացի և աղյուսակային արժեքները, քանի որ $\chi^2_{\text{հաշվ}} < \chi^2_{\text{աղ}}$. արժեքից (1.813<11.07), նշանակում է տեսական և էմպիրիկ բաշխվածության սերտության վարկածը ընդունվում է:

Օգտվելով Ռոմանովսկու հայտանիշից՝ պարզենք. էակա՞ն է, թե ո՞չ՝ տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների տարբերությունը:

$$C = \frac{|\chi^2 - \nu|}{\sqrt{2\nu}} = \frac{|1.813 - 5|}{\sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{|-3.19|}{\sqrt{10}} = \frac{3.19}{3.1623} = 1.0087$$

Քանի որ 1.0087 < 3, տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների միջև եղած տարբերությունները պատահական են:

Այժմ փորձենք ստուգել վարկածը Կոլմոգորովի հայտանիշի օգնությամբ՝

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}}:$$

Այս նպատակով կազմում են կուտակված հաճախականությունների աղյուսակը (5.13) և որոշում են տարբերության մաքսիմալ շեղվածությունը նրանց միջև:

Աղյուսակ 5.13

Կոլմոգորովի հայտանիշի հաշվարկը

$f_{\text{э}}$	f_T	Կուտակված հաճախականություն: փորձնական (S)	Կուտակված հաճախականություն: տեսական (S')	$\lvert S - S'\rvert$
3	3	3	3	0
10	8	13	11	2
14	16	27	27	0
23	23	50	50	0
24	23	74	73	1
13	16	87	89	+2
9	8	96	97	+1
4	3	100	100	0
$\sum f_i = 100$				

Առավել շեղումը՝ D = 2, այդ դեպքում $\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}} = \frac{2}{\sqrt{100}} = 0.2$:

Ըստ աղյուսակի՝ P(λ) = P(0.2) =1, հետևաբար, վստահ կարելի է պնդել, որ $f_{\text{э}}$ և f_T միջև եղած շեղումը կրում է պատահական բնույթ:

Այսպիսով, բոլոր երեք հայտանիշներով էլ տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների միջև եղած տարբերությունը պատահական է, այսինքն՝ հաստատվում է առաջ քաշած վարկածը, ըստ որի՝ բաշխումը ենթարկվում է Պուասոնի բաշխման օրենքին:

ԳԼՈՒԽ VI

ԸՆՏՐԱՆՔԱՅԻՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ

6.1. Ընտրանքային դիտարկման տեսական հիմունքները և նշանակությունը

Վիճակագրական դիտարկումը կարելի է կազմակերպել համատարած և ոչ համատարած եղանակով:

Համատարած դիտարկումը նախատեսում է ուսումնասիրվող համակցության բոլոր միավորների ստուգումը և կապված է նյութական մեծ ծախսերի և դժվարությունների հետ: Համակցության միայն որոշ մասը ուսումնասիրելու և դրա հատկությունների վերաբերյալ եզրահանգումներ կատարելու համար, սովորաբար, օգտագործվում է ոչ համատարած դիտարկման եղանակը, որի առավել տարածված ձևը ընտրանքային դիտարկումն է:

Ընտրանքային ոչ համատարած դիտարկման ընթացքում հետազոտվող միավորները ընտրվում են պատահական կարգով: Ստացված համակցությունը ուսումնասիրվում է, և արդյունքները տարածվում են ամբողջ սկզբնական համակցության վրա:

Դիտարկումը կազմակերպվում է այնպես, որ միավորների ընտրված մասը փոքրացված մասշտաբով ներկայացնի ամբողջ համակցությունը: Ըստ այդմ՝ համակցությունը, որից կատարվում է միավորների ընտրությունը, կոչվում է գլխավոր, իսկ դրա բոլոր ընդհանրացնող ցուցանիշները՝ գլխավոր ցուցանիշներ: Գլխավորից ընտրած համակցությունը անվանում են ընտրանքային համակցություն, իսկ դրա ընդհանրացնող բոլոր ցուցանիշները՝ ընտրանքային ցուցանիշներ:

Ընտրանքային դիտարկումը նախընտրելի է համատարած դիտարկման նկատմամբ և ունի մի շարք առավելություններ: Դրանցից առավել էականներն են.

- ժամանակի և միջոցների տնտեսումը, որի արդյունքում կրճատվում է աշխատանքի ծավալը,
- հետազոտվող օբյեկտների ոչնչացման վտանգը կամ վնասները նվազագույնի հասցնելը,
- անհրաժեշտության դեպքում՝ դիտարկման յուրաքանչյուր միավորի մանրամասն ուսումնասիրման հնարավորությունը, երբ անհնար է ընդգրկել համակցության բոլոր միավորները (օրինակ՝ ընտանեկան բյուջեի ուսումնասիրությունը),
- գրանցման ընթացքում հետազոտության ստույգ արդյունքների ապահովումը՝ ի հաշիվ սխալների կրճատման:

Ընտրանքային դիտարկման առավելությունը համատարածի նկատմամբ կարելի է ապահովել, եթե այն կազմակերպվել և անց է կացվել ընտրանքային տեսության մեթոդի գիտական սկզբունքներին համապատասխան: Այդ սկզբունքներն են. միավորների ընտրության պատահականությունը և դրանց բավարար թվի ապահովումը:

Ընտրանքային դիտարկման թերությունն է ներկայացուցչական սխալների առաջացումը, որոնք տեղի չեն ունենում համատարած դիտարկման դեպքում: Ներկայացուցչական սխալը ընտրանքային ընդհանրացնող ցուցանիշների և գլխավոր համակցության համապատասխան ցուցանիշների միջև առաջացած տարբերությունն է:

Ընտրանքային համակցությունում միավորների ընտրությունը կարող է լինել կրկնվող և չկրկնվող:

Կրկնվող ընտրության դեպքում յուրաքանչյուր ընտրած տարր ուսումնասիրվում է և վերադարձվում գլխավոր համակցություն: Հետագայում այն կարող է այլ տարրերի հետ կրկին ընդգրկվել և հետազոտվել մի այլ ընտրանքում: Նշանակում է՝ որոշ տարրեր կարող են ընտրանքներում ընդգրկվել երկու և ավելի անգամ, այսինքն՝ ուսումնասիրման ընթացքում կարող են համարվել որպես առանձին, անկախ դիտարկումներ: Ակնհայտ է, որ նման դեպքերում գլխավոր համակցության միավորների թիվը մնում է հաստատուն: Սովորաբար կրկնվող ընտրանքից օգտվում են, երբ գլխավոր համակցության ծավալը հայտնի չէ, և տեսականորեն հատկանիշի հնարավոր միավորների բոլոր կրկնվող արժեքներն արդեն ի հայտ են գալիս գրանցման ընթացքում:

Չկրկնվող ընտրության դեպքում ընտրանքում ընդգրկված գլխավոր համակցության միավորները գրանցվելուց և ուսումնասիրվելուց հետո չեն վերադարձվում գլխավոր համակցություն: Չկրկնվող ընտրությունը նպատակահարմար է և գործնականում հնարավոր, երբ գլխավոր համակցության ծավալը որոշակի է: Այդ դեպքում ստացված տվյալները, որպես կանոն, ավելի ստույգ են՝ կրկնվող ընտրանքի ճշտության համեմատ:

Նշենք, որ ընտրանքային համակցությունում կարելի է ընտրել ոչ միայն առանձին, այլև խմբային միավորներ: Առաջին դեպքում ընտրանքը կոչվում է **անհատական**, իսկ երկրորդում՝ **խմբային**:

Անհատական ընտրանքի համակցությունը կազմավորվում է առանձին միավորների հաջորդական ընտրման եղանակով, խմբային ընտրանքինը՝ միավորների ամբողջ խմբերի հետևողական ընտրումով, որից հետո հետազոտվում են ստացված խմբերի բոլոր միավորները:

Ընտրանքային դիտարկումներ անցկացնելիս սխալներն անխուսափելի են: Դրանք ստորաբաժանվում են **գրանցման** և **ներկայացուցչական** սխալների:

Գրանցման սխալները դիտարկվող հատկանիշի արժեքների ոչ ճիշտ բացահայտման կամ սխալ գրանցման հետևանք են: *Ներկայացուցչական* սխալը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ ընտրանքային համակցությունը չի կարող բոլոր պարամետրերով լիովին համապատասխանել գլխավոր համակցությանը: Ստացված տարբերությունը կոչվում է ներկայացուցչական սխալ և արտացոլում է այն մակարդակը, որով ընտրանքային համակցությունում ընտրված միավորները ներկայացնում են գլխավոր համակցությունը ամբողջությամբ:

Ներկայացուցչական սխալները կարող են լինել սիստեմատիկ (պարբերական) և պատահական:

Սիստեմատիկ ներկայացուցչական սխալները առաջանում են, երբ խախտվում են ընտրանքային համակցության ձևավորման սկզբունքները: Պատահական սխալները պայմանավորված են պատահական գործոններով և չեն ազդում ուսումնասիրվող ցուցանիշի մեծության վրա: Բոլոր դեպքերում ընտրանքային և գլխավոր համակցությունների բնութագրիչների միջև կան տարբերություններ:

Ստացվող պատահական սխալը կարելի է վիճակագրորեն գնահատել և հաշվի առնել ընտրանքային դիտարկման արդյունքների տարածումը ամբողջ գլխավոր համակցության նկատմամբ: Ընտրանքային դիտարկման սխալի գնահատումը հիմնվում է հավանականությունների տեսության թեորեմների վրա:

Ընտրանքային դիտարկման տեսության և մեթոդիկայի հետագա ուսումնասիրման համար պարզություն մտցնելու նպատակով անհրաժեշտ է օգտվել հետևյալ պայմանական նշանակումներից՝

N-ը՝ գլխավոր համակցության ծավալը (միավորների թիվը),

M-ը՝ ուսումնասիրվող հատկանիշն ունեցող միավորների թիվը գլխավոր համակցությունում (օրինակ՝ քաղաքային բնակչության, գյուղական բնակչության, խոտանված արտադրանք հատկանիշները),

$\overline{X}$-ը՝ գլխավոր համակցության միջին արժեքն է կամ ուսումնասիրվող հատկանիշի միջին արժեքը՝ ըստ գլխավոր համակցության (միջին եկամուտ, ձեռնարկության բանվորների միջին թվաքանակ),

P-ն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշն ունեցող միավորների տեսակարար կշիռը (**գլխավոր մասը**) գլխավոր համակցությունում (որոշվում է M/N հարաբերությամբ),

n-ը՝ ընտրանքային համակցության ծավալը (միավորների թիվը),

m-ը՝ ուսումնասիրվող հատկանիշն ունեցող միավորների թիվը ընտրանքային համակցությունում,

$\tilde{x}$-ը՝ ընտրանքային համակցության միջին արժեքը,

W-ն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշն ունեցող միավորների տեսակարար կշիռը (**ընտրանքային մասը**) ընտրանքային համակցությունում (որոշվում է m/n հարաբերությամբ),

μ-ն՝ ընտրանքի միջին սխալը,

Δ-ն՝ ընտրանքի սահմանային սխալը,

σ_0^2-ին՝ գլխավոր համակցության դիսպերսիան,

S^2-ին՝ ընտրանքային համակցության դիսպերսիան,

σ_0-ն՝ գլխավոր համակցության միջին քառակուսային շեղումը,

S-ը՝ ընտրանքային համակցության միջին քառակուսային շեղումը:

Ընտրանքի սխալը կամ ընտրանքային համակցության միջին արժեքի շեղումը գլխավոր համակցության միջին արժեքից, ուղիղ համեմատական է գլխավոր համակցության ուսումնասիրվող հատկանիշի դիսպերսիային և հակադարձ համեմատական՝ ընտրանքի ծավալին:

Գլխավոր համակցության դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}: \tag{6.1}$$

Ընտրանքի միջին սխալը ընտրանքային միջինների ($\tilde{x}$) միջին քառակուսային շեղումն է գլխավոր համակցության միջինից.

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x})^2}{K}}, \tag{6.2}$$

որտեղ՝ K-ն գլխավոր համակցության տվյալ ծավալից ընտրված բոլոր հնարավոր ընտրանքների քանակն է:

Ընտրանքային համակցության և ուսումնասիրվող գլխավոր համակցության դիսպերսիաների միջև գոյություն ունի հետևյալ փոխադարձ կապը՝

$$\frac{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x})^2}{K} = \frac{\sigma_0^2}{n}: \tag{6.3}$$

Ընտրանքի միջին սխալը կարելի է ներկայացնել այսպես՝

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}: \tag{6.4}$$

Ընտրանքային դիտարկում անցկացնելիս ուսումնասիրվող հատկանիշի գլխավոր համակցության դիսպերսիան, որպես կանոն, անհայտ է: Միաժամանակ, բոլոր հնարավոր ընտրանքային դիսպերսիաների միջինի և գլխավոր համակցության դիսպերսիայի միջև գոյություն ունի հետևյալ հարաբերակցությունը՝

$$\sigma_0^2=\overline{\sigma^2}\frac{n}{n-1}: \qquad \textbf{(6.5)}$$

Գործնականում գլխավոր համակցությունից որոշակի ժամանակահատվածում ընտրում են միայն մեկ ընտրանքային համակցություն և հաշվարկում դրա դիսպերսիան և միջին սխալը:

Նկատի ունենալով, որ ընտրանքի մեծ ծավալի դեպքում n/n-1 հարաբերությունը ձգտում է 1-ի, կրկնվող ընտրանքի միջին սխալը կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$\mu=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \qquad \textbf{(6.6)}$$

որտեղ՝ σ^2-ին ուսումնասիրվող հատկանիշի ընտրանքային համակցության դիսպերսիան է:

Գլխավոր համակցության բնութագրիչների հնարավոր սահմանների արժեքները որոշելիս անհրաժեշտ է հաշվարկել ընտրանքի սահմանային սխալի մեծությունը, կախված դրա միջին սխալի արժեքից և հավանականության մակարդակից, այնպես, որ գլխավոր միջինը դուրս չգա դիտարկված սահմաններից՝ $\Delta = t\mu$:

Համաձայն Ա. Մ. Լյապունովի թեորեմի՝ սահմանային սխալի այս կամ այն հավանականությունը, ընտրանքային համակցության մեծ թվով ծավալի դեպքում, ենթարկվում է նորմալ բաշխման օրենքին և կարող է որոշվել Լապլասի ինտեգրալի միջոցով.

$$P\left[\left|\tilde{x}_i-\overline{x}\right|\le\Delta\right]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-t}^{t}e^{-\frac{t^2}{2}}dt: \qquad \textbf{(6.7)}$$

Հավանականությունը t-ի տարբեր արժեքների դեպքում որոշվում է հատուկ աղյուսակների օգնությամբ:

Ընտրանքային դիտարկման աղյուսակների ընդհանրացման դեպքում հաճախակի կիրառվում են հետևյալ արժեքները.

t	1	1.96	2	3
p	0.683	0.95	0.954	0.997

Օրինակ՝ եթե որոշում ենք ընտրանքի սահմանային սխալը t=2 դեպքում, p = 0.954 հավանականությամբ, կարելի է պնդել, որ ընտրանքային և գլխավոր միջինների տարբերությունը չի գերազանցի ընտրանքի միջին սխալի կրկնապատիկը: Գլխավոր մասի սահմանները որոշելիս սխալի հաշվարկը հիմնվում է Բեռնուլիի թեորեմի վրա, համաձայն որի՝ ընտրանքի մեծ ծավալի դեպքում ուսումնասիրվող հատկանիշն ունեցող միավորների ընտրանքային (W) և գլխավոր (P) մասերի միջև շեղման հավանականությունը ձգտում է 1-ի՝

$$P\left[\left|W-P\right|<t\mu\right]\to 1:$$

Կախված գլխավոր համակցության կազմից և կառուցվածքից՝ ընտրվում է ընտրանքի տեսակը կամ ընտրման եղանակը:

Տարածված են ընտրանքի հետևյալ տեսակները՝

- բուն-պատահական ընտրանք,
- մեխանիկական (սիստեմատիկ) ընտրանք,
- տիպական ընտրանք,
- սերիական ընտրանք:

Միավորների ընտրությունը գլխավոր համակցությունից կարող է կատարվել **զուգակցված** (կոմբինացված), **բազմաստիճան** և **բազմափուլային** եղանակներով:

Զուգակցված ընտրության դեպքում միավորվում են ընտրանքների մի քանի տեսակները: Օրինակ՝ կարելի է զուգակցել տիպական և սերիական, սերիական և բուն-պատահական ընտրանքները: Այդպիսի ընտրանքի սխալը որոշվում է ըստ ընտրության աստիճանների:

Բազմաստիճան է կոչվում ընտրությունը, որի ընթացքում գլխավոր համակցությունից սկզբում ընտրվում են (դուրս են հանվում) խոշոր խմբերը, այնուհետև ավելի փոքրերը և այդպես շարունակ, մինչև ընտրվեն բոլոր այն միավորները, որոնք ենթակա են հետազոտության: Ի տարբերություն բազմաստիճանի՝ *բազմափուլային* ընտրությունը ենթադրում է ընտրության միևնույն միավորների պահպանումը հետազոտության բոլոր փուլերում, ընդ որում՝ յուրաքանչյուր փուլում վերցված միավորները ենթարկվում են հետազոտության (յուրաքանչյուր հաջորդող փուլում հետազոտության ծրագիրը ընդլայնվում է):

Ընտրանքի ցանկացած ձևի կամ դրանց զուգակցության կիրառումը ենթադրում է անմիջականորեն այս կամ այն մեթոդի օգտագործում, որը հիմնվում է հատուկ ալգորիթմների, պատահականության սկզբունքների իրականացման վրա:

6.2. Բուն-պատահական ընտրանք

Բուն-պատահական է կոչվում այն ընտրանքը, որի դեպքում գլխավոր համակցությունից հետազոտման համար միավորների (միավորների խմբերի) ընտրությունը կատարվում է չկանխամտածված, պատահական ձևով: Մինչ այդպիսի ընտրանք անցկացնելը, պետք է համոզվել, որ գլխավոր համակցության բոլոր միավորները, առանց բացառության, ընտրանքում ընդգրկվելու հավասար հնարավորություններ ունեն: Անհրաժեշտ է նաև հստակ որոշել գլխավոր համակցության սահմաններն այնպես, որ նրանում առանձին միավորների ընդգրկելը կամ չընդգրկելը կասկած չհարուցի:

Օրինակ՝ առևտրական կազմակերպությունների ուսումնասիրման ժամանակ կարևոր է որոշել՝ կընդգրկվե՞ն արդյոք գլխավոր համակցությունում առևտրական սրահները, պալատները, առևտրային կետերը և նմանատիպ այլ օբյեկտները: Պատահականության սկզբունքի կամ պատահական թվերի աղյուսակների օգտագործման հիման վրա ընտրությունն իրականացնելուց հետո անհրաժեշտ է որոշել գլխավոր համակցության բնութագրիչները: Այդ նպատակով էլ որոշում են ընտրանքի միջին սխալն ու սահմանային սխալի արժեքները:

Բուն-պատահական ընտրանքի դեպքում ընտրանքային միջինն ու ընտրանքային մասը փոփոխական մեծություններ են, որոնք որոշակի հավանականությամբ կարող են ընդունել տարբեր արժեքներ՝ տատանվելով համապատասխանաբար գլխավոր միջինի կամ ընտրանքային մասի արժեքների շուրջը:

Բուն-պատահական ընտրանքի միջին սխալը որոշվում է՝

$$\mu_{\tilde{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{6.8}$$

բանաձևով, իսկ ընտրանքային մասի միջին սխալը հետևյալ բանաձևով՝

$$\mu_w = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}: \tag{6.9}$$

Հաշվի առնելով ընտրանքային մակարդակի հավանականությունն ու նրա համապատասխան t-ի արժեքը, որոշում են ընտրանքի սահմանային սխալը՝

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\mu_{\tilde{x}}: \tag{6.10}$$

Տվյալ դեպքում կարելի է պնդել, որ գլխավոր համակցության միջին արժեքը տրված հավանականությամբ գտնվում է հետևյալ սահմաններում՝

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}: \tag{6.11}$$

Մասի դեպքում գլխավոր համակցության մասը փոփոխվում է հետևյալ սահմաններում՝

$$W - \Delta_w \le P \le W + \Delta_w: \tag{6.12}$$

Բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի միջին սխալը հաշվարկելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել չկրկնվող ընտրանքի ուղղումը՝

$$\sqrt{1-\frac{n}{N}}\text{-ը:}$$

Քանի որ $(1-\frac{n}{N})$ բազմապատկիչը միշտ փոքր է մեկից, ապա ընտրանքի սխալը չկրկնվող ընտրանքի դեպքում փոքր է կրկնվող ընտրանքի սխալից: Չկրկնվող ընտրանքի դեպքում բուն-պատահական ընտրանքի միջին սխալի բանաձևերը միջինի և մասի համար ներկայացնում ենք հետևյալ տեսքով՝

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \tag{6.13}$$

$$\mu_w = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \tag{6.14}$$

որտեղ՝ N-ը գլխավոր համակցության ծավալն է:

Որքան մեծանա ընտրանքի ծավալը, այնքան փոքր կլինեն միջին սխալի և սահմանային սխալի արժեքները: Սակայն անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ կավելանան հետազոտության վրա կատարվող ծախսերը, կմեծանա նյութերի հավաքման ու մշակման ժամանակաշրջանը, կպահանջվեն լրացուցիչ ուժեր և համապատասխան նյութատեխնիկական ապահովվածություն: Այդ պատճառով ընտրանքային դիտարկումները կազմակերպելիս անհրաժեշտ է որոշել ընտրանքի նվազագույն ծավալը, որը տրված հավանականությամբ կարող է ապահովել վիճակագրական բնութագրերի պահանջվող ճշտությունը: (6.10) բանաձևը ներկայացնենք՝

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{6.15}$$

տեսքով և որոշենք բուն-պատահական կրկնվող ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը հետևյալ բանաձևով՝

$$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}: \tag{6.16}$$

Ստացված n-ի արժեքը միշտ կլորացվում է (դեպի մեծը): Ինչպես երևում է (6.16) բանաձևից, ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը կլինի այնքան մեծ, որքան բարձր է տրված հավանականության մակարդակը, և որքան մեծ է դիտարկվող հատկանիշի տատանումը և, միաժամանակ, մեծացնելով ընտրանքի սահմանային սխալի թույլատրելի արժեքները, հանգեցնում է նրա անհրաժեշտ ծավալի փոքրացմանը: Իսկ կրկնվող բուն-պատահական ընտրանքի ծավալը, մասը որոշելու դեպքում՝ կազմում է.

$$n = \frac{t^2W(1-W)}{\Delta_w^2}: \tag{6.17}$$

Տեղադրելով չկրկնվող միջինի (6.13) և մասի սխալի (6.14) արժեքները (6.10) բանաձևի մեջ, կստանանք բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի սահմանային սխալը՝ միջինի (6.18) և մասի (6.19) համար՝

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}\,; \qquad (6.18)$$

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}\,: \qquad (6.19)$$

Այստեղից՝ չկրկնվող բուն-պատահական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը՝ միջինը որոշելու դեպքում հավասար կլինի՝

$$n = \frac{t^2\sigma^2 N}{t^2\sigma^2 + N\Delta_{\tilde{x}}^2}\,, \qquad (6.20)$$

իսկ մասը որոշելու դեպքում՝

$$n = \frac{t^2 W(1-W)N}{t^2 W(1-W) + N\Delta_w^2}\,: \qquad (6.21)$$

Եթե ուսումնասիրվող այլընտրանքային հատկանիշի դիսպերսիան հայտնի չէ, կարելի է օգտվել դրա հնարավոր առավելագույն արժեքից՝

$$\sigma_w^2 = W(1-W) = 0.5(1-0.5) = 0.25\,:$$

(6.20) և (6.21) բանաձևերի առանձնահատկությունն այն է, որ գլխավոր համակցության ծավալը պետք է արտահայտվի միավորներով, այլ ոչ թե հազարներով կամ միլիոններով:

Օրինակ՝ բուն-պատահական կրկնվող ընտրանքի հետազոտման գործընթացում դազգահաշինական գործարանի բանվորների աշխատանքի ժամանակաչափի արդյունքները բերված են աղյուսակ 6.1-ում:

Աղյուսակ 6.1

Ժամանակաչափի ընտրանքային հետազոտության արդյունքները

Մեկ դետալի պատրաստման վրա ժամանակի ծախսը (վրկ)	50-60	60-70	70-80	80-90	90-00	Ընդամենը
Դետալների թիվը (հատ)	3	27	35	29	6	100

Պահանջվում է 0.954 հավանականությամբ որոշել.

ա) բանվորների աշխատանքի միջին ժամանակաչափի հնարավոր սահմանները,

բ) 80 վայրկյանից բարձր ժամանակի ծախս ունեցող բանվորների ընտրանքի մասի հնարավոր սահմանները:

Ընտրանքի միջին սխալը որոշելու համար անհրաժեշտ է հաշվարկել ուսումնասիրվող հատկանիշի միջին մեծությունը և դիսպերսիան (տե՛ս աղյուսակ 6.2):

Աղյուսակ 6.2

Ժամանակաչափի միջինի և դիսպերսիայի հաշվարկը

Մեկ դետալի պատրաստման վրա ժամանակի ծախսը (վրկ) x_i	Դետալների թիվը (հատ) f_i	Միջակայքի կենտրոնը x_i'	$x_i' f_i$	$(x_i')^2$	$(x_i')^2 f_i$
50-60	3	55	165	3025	9075
60-70	27	65	1755	4225	114075
70-80	35	75	2625	5625	196875
80-90	29	85	2465	7225	209525
90-100	6	95	570	9025	54150
Ընդամենը	100		7580		583700

Լուծում. Որոշում ենք միջին մեծությունը՝

$$\bar{x} = \frac{7580}{100} = 75.8 \text{ վրկ},$$

և դիսպերսիան՝ $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{583700}{100} - 5745.64 = 91.36$ վրկ:

Ընտրանքի միջին սխալը գնահատելիս՝

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{91.36}{100}} = \sqrt{0.9136} = 0.95 \text{ վրկ}:$$

Ընտրանքի սահմանային սխալը 0.954 հավանականությամբ (t=2) կկազմի՝

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \mu_{\tilde{x}} = 2 \cdot 0.95 = 1.90 \text{ վրկ}:$$

Ունենալով այս տվյալները՝ գնահատում ենք գլխավոր համակցության միջինի փոփոխման հնարավոր սահմանները՝

$$75.8 - 1.9 \le \bar{x} \le 75.8 + 1.9\,;$$

կամ՝

$$73.9 \le \bar{x} \le 77.7\,:$$

Այսպիսով, ընտրանքային հետազոտության հիման վրա 0.954 հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ մեկ դետալի պատրաստման վրա ծախսված ժամանակաչափը տատանվում է 73.9-ից մինչև 77.7 վրկ սահմաններում: 80 վրկ-ից բարձր ժամանակի ծախս ունեցող բանվորների ընտրանքային մասը, ըստ խնդրի պայմանի, հա-

վասար է՝ $W=\frac{29+6}{100}=\frac{35}{100}=0.35$;
մասի ընտրանքային դիսպերսիան՝

$$\sigma_W^2=W(1-W)=0.35\cdot 0.65=0.2275;$$

իսկ մասի միջին սխալը՝ $\mu_W=\sqrt{\frac{0.2275}{100}}=0.0477$;

մասի սահմանային սխալը՝ $\Delta_W=2\cdot 0.0477=0.0954$:

Հետևաբար, 0.954 հավանականությամբ կարելի է հավաստել, որ մեկ դետալի վրա ծախսված 80 վրկ-ից բարձր ժամանակաչափի վստահելի միջակայքը հետևյալն է՝

$$0.35-0.0954\le P\le 0.35+0.0954;$$

կամ՝

$$0.2546\le P<0.4454:$$

Օրինակ, ենթադրենք՝ ըստ աղյուսակ 6.1-ի՝ տվյալները 10%-ոց չկրկնվող ընտրանքային ուսումնասիրության արդյունք են (գլխավոր համակցության ծավալը կազմում է 1000 մարդ):

Օգտագործելով հաշվարկված դիսպերսիայի արժեքը (աղյուսակ 6.2)՝ որոշենք բուն-պատահական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը՝ ընդունելով, որ սահմանային սխալը 0.954 հավանականության դեպքում չի գերազանցում 2 վրկ:

Պատահական չկրկնվող ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը ընտրանքային միջինը գնահատելու դեպքում հավասար կլինի՝

$$n=\frac{2^2\cdot 91.36\cdot 1000}{2^2\cdot 91.36+2^2\cdot 1000}=83.7:$$

Հաշվարկը ցույց է տալիս, որ տվյալ ճշտության հասնելու համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրել 84 մարդուց ոչ պակաս ընտրանքը:

6.3. Մեխանիկական ընտրանք

Որոշակի միջակայքի միջոցով մեխանիկորեն կատարվող միավորների ընտրությունը կոչվում է **մեխանիկական ընտրանք**: Այն կարող է կիրառվել, երբ ընտրանքային համակցությունը ինչ-որ ձևով կարգավորված է որոշակի հաջորդականությամբ՝ աճման կամ նվազման կարգով: Ընտրություն կատարելիս ցանկալի է, որ համակցության բոլոր միավորները համարակալվեն 1-ից մինչև N-ը: Մեխանիկական ընտրանքի դեպքում սահմանվում է ընտրության համամասնությունը, որը որոշվում է ընտրանքային համակցության և գլխավոր համակցության ծավալների հարաբերությամբ՝ n/N:

Օրինակ՝ գլխավոր համակցությունը բաղկացած է 1000 միավորից: Դիցուք՝ պետք է ընտրել 50 միավոր, այդ դեպքում ընտրության համամասնությունը կկազմի 50/1000=1/20, այսինքն՝ 20 միավորից պետք է ընտրել մեկ միավորը (5%-ոց ընտրանք): Անհրաժեշտ է որոշել նաև ընտրանքի միջակայքի մեծությունը. այն հավասար է 100%-ի հարաբերությունը ընտրության տոկոսին: Այսպես՝ 5%-անոց ընտրության ժամանակ միջակայքը կազմում է 20 (100% : 5%=20), իսկ 10%-անոցի դեպքում՝ 10(100%:10%) միավոր:

Մեխանիկական ընտրանքի միջակայքի մեծությունը սովորաբար որոշվում է ուսումնասիրվող հատկանիշի հետ կապված որևէ հանրագումարի և ընտրման ենթակա միավորների թվի հարաբերությամբ: Այնպիսի դեպքերում, երբ բաժանման արդյունքում ստացվում է կոտորակ, հնարավոր չէ կազմակերպել ընտրությունը մեխանիկական եղանակով՝ խիստ կերպով պահպանելով ընտրության տոկոսը: Օրինակ՝ չի կարելի կազմակերպել 3%-անոց կամ 6%-անոց ընտրանք:

Մեխանիկական ընտրության դեպքում գլխավոր համակցությունը կարելի է տեսակավորել կամ կարգավորել ըստ ուսումնասիրվող հատկանիշի կամ ըստ դրա հետ կոռելացված հատկանիշի մեծության, ինչը թույլ կտա մեծացնել ընտրանքի ներկայացուցչությունը: Սակայն այդ դեպքում մեծանում է սիստեմատիկ սխալի առաջացման վտանգը, որը կապված է ուսումնասիրվող հատկանիշի արժեքի նվազեցման (երբ գրանցվում է յուրաքանչյուր միջակայքի առաջին տարրը) կամ աճի (երբ գրանցվում է յուրաքանչյուր միջակայքի վերջին տարրը) հետ: Այդ պատճառով նպատակահարմար է յուրաքանչյուր միջակայքից ընտրել կենտրոնական (եթե միջակայքի մեծությունը կենտ թիվ է) կամ կենտրոնական երկու (եթե միջակայքի մեծությունը զույգ թիվ է) արժեքներից մեկը: Միավոր-տարրերի կարգավորված համարը, որից սկսվում է ընտրությունը, որոշվում է հետևյալ ձևով. եթե ընտրանքի միջակայքը նշանակենք K-ով, առաջին ընտրվող միավորի համարը K-ի կենտ արժեքների դեպքում հավասար կլինի (K+1)/2-ի, իսկ զույգ արժեքների դեպքում՝ $\frac{K}{2}$ կամ $\frac{K+2}{2}$-ի:

Օրինակ՝ 5%-անոց ընտրանքի դեպքում ընտրանքի միջակայքը կազմում է 20 միավոր, այդ դեպքում ընտրանքի սկզբնական միավորի համարը կլինի 20/2=10 կամ (20+2)/2=11 (ընտրությունը կարելի է սկսել 10-րդ կամ 11-րդ միավորից):

Առաջին դեպքում ընտրանքում կընդգրկվեն 10, 30, 50, 70... համարները, երկրորդում՝ 11, 31, 51... համարները:

Մեխանիկական ընտրանքը բուն-պատահականի նկատմամբ ունի որոշ առավելություն, քանի որ ընտրանքի միավորներով ուսումնասիրվող հատկանիշը տալիս է գլխավոր համակցության միավորների բաշխվածությանն ավելի մոտ բաշխվածություն, և ընտրանքն ավելի ներկայացուցչական է դառնում: Մեխանիկական ընտրանքում ավելի հեշտ է կազմակերպել և միավորների ճիշտ ընտրություն կատարել, որի ճշտության գնահատումը կատարվում է բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի բանաձևերով:

Մեխանիկական ընտրանքի միջին, ինչպես նաև ընտրանքային մասի սխալների և դրա անհրաժեշտ ծավալի որոշման համար օգտվում ենք բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի (6.13), (6.14), (6.20), (6.21) բանաձևերից:

Որոշելով ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը և այն համադրելով գլխավոր համակցության ծավալի հետ, որպես կանոն, պետք է կատարել համապատասխան կլորացումներ՝ ընտրանքի միջակայքը ամբողջ թվերով ներկայացնելու համար:

Օրինակ՝ մարզում գրանցվել են 1000 փոքր ձեռնարկություններ: Մեխանիկական ընտրությամբ նրանցից քանի՞սը պետք է ընտրել՝ որոշելու զբաղվածության միջին թվաքանակը ±2 մարդ սահմանային սխալի դեպքում (P = 0.954): Ենթադրենք, ըստ նախնական ուսումնասիրության արդյունքների, հայտնի է, որ զբաղվածների միջին քառակուսային շեղումը 6 մարդ է:

Լուծում. Կատարենք հաշվարկ՝ օգտվելով (6.20) բանաձևից.

$$n=\frac{2^2\cdot 6^2\cdot 1000}{2^2\cdot 6^2+2^2\cdot 1000}=\frac{36000}{1036}=34.749\approx 35:$$

Նկատի ունենալով ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը (35 ձեռնարկություն)՝ որոշում ենք ընտրության միջակայքը.

$$1000/35 = 28.57:$$

Այս եղանակով որոշված միջակայքը կլորացվում է դեպի փոքրը: Եթե կլորացումը կատարվում է դեպի մեծը, անցկացվող ընտրանքը չի հասնում բանաձևով հաշվարկված անհրաժեշտ ծավալին: Հետևաբար, այս օրինակում փոքր ձեռնարկությունների ընդհանուր գրանցումից անհրաժեշտ է վերցնել յուրաքանչյուր 28-րդ ձեռնարկությունը: Այս դեպքում ընտրության տոկոսը կազմում է 3.57% (100%/28):

6.4. Տիպական ընտրանք

Տիպական ընտրությունից նպատակահարմար է օգտվել, երբ գլխավոր համակցության բոլոր միավորները կարելի է բաժանել մի

քանի խոշոր տիպախմբերի: Այն դեպքում, երբ գլխավոր համակցությունը միատիպ չէ, և դա ազդում է ուսումնասիրվող հատկանիշի մեծության վրա, կատարվում է դրա նախնական բաժանումը միատեսակ տիպական խմբերի: Խմբավորումը իրականացվում է ըստ ուսումնասիրվող (էական) հատկանիշների:

Գլխավոր համակցության միավորների բաժանումը մի քանի խոշոր խմբերի՝ իմաստ ունի միայն այնպիսի դեպքերում, երբ ուսումնասիրվող հատկանիշի միջին արժեքները ըստ տիպախմբերի էապես տարբերվում են: Օրինակ, հավաստենք, որ քաղաքային բնակչության միջին եկամուտն ավելի բարձր է, քան գյուղական բնակչությանը: Միավորների ընտրումը յուրաքանչյուր տիպախմբից կատարվում է բուն-պատահական կամ մեխանիկական եղանակով. վերցվում է որոշակի քանակության միավոր: Ընդ որում՝ ընտրանքային համակցության միավորների ընդհանուր քանակը տիպական խմբերի միջև սովորաբար բաշխվում է ընդհանուր համակցության մեջ յուրաքանչյուր խմբի տեսակարար կշռին համամասնորեն:

Հնարավոր է նաև անհամամասնական, այսպես կոչված՝ օպտիմալ ընտրանք՝ հաշվի առնելով ինչպես յուրաքանչյուր խմբի տեսակարար կշիռը ընդհանուր համակցությունում, այնպես էլ հատկանիշի տատանումները ըստ խմբերի: Քանի որ ընտրանքային համակցությունում այս կամ այն հարաբերակցությամբ անպայման ընդգրկվում են բոլոր տիպախմբերի ներկայացուցիչները, գլխավոր համակցության տիպականացումը թույլ է տալիս բացառել միջխմբային դիսպերսիաների ազդեցությունը ընտրանքի միջին սխալի վրա: Միաժամանակ, առանձնացված տիպախմբերում ուսումնասիրում են ոչ թե բոլոր, այլ միայն ընտրանքում ընդգրկված միավորները:

Նշանակում է՝ ստացված սխալի վրա ազդում են միայն ներխմբային տատանումները: Այդ պատճառով էլ տիպական ընտրանքի սխալը որոշվում է ոչ թե ընդհանուր դիսպերսիայով, այլ միայն դրա մասով՝ ներխմբային դիսպերսիայի միջին արժեքով:

Տիպական ընտրանքում միավորների ընտրումը կարող է կազմակերպվել կա՛մ տիպախմբերի ծավալին, կա՛մ հատկանիշի ներխմբային գնահատումներին համեմատականորեն:

Տիպական խմբի ծավալին համեմատական միավորների թիվը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$n_i = n\frac{N_i}{N}, \qquad \textbf{(6.22)}$$

որտեղ՝ N_i-ն i-րդ խմբի ծավալն է,

n_i-ն՝ i-րդ խմբի ընտրանքի ծավալը:

Օրինակ՝ բնակչության ընդհանուր թիվը Լոռու մարզում (2003 թ.) կազմում է 285 հազար մարդ, այդ թվում՝ քաղաքային բնակչությունը՝ 168.4 հազար, գյուղականը՝ 116.6 հազար: Եթե ընտրանքային դիտարկման ընթացքում նախատեսվել է ուսումնասիրել 14.5 հազար բնակիչ, ապա այդ թվաքանակը պետք է բաժանել տիպախմբերի ծավալին համեմատականորեն:

Լուծում. Տրված է՝ N=285 հազար, n=14.5 հազար, N_1=168.4 հազար, N_2=116.6 հազար մարդ:

Նշանակում է՝ պետք է ուսումնասիրել քաղաքային բնակչությունից՝ $n_1 = 14.5\frac{168.4}{285} = 8.568$ հազար մարդ, գյուղական բնակչությունից՝ $n_2 = 14.5\frac{116.6}{285} = 5.932$ հազար մարդ:

Տիպական ընտրանքի միջին սխալը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

- կրկնվող ընտրանք՝ $$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}}\,; \qquad (6.23)$$
- չկրկնվող ընտրանք՝ $$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}\,; \qquad (6.24)$$

որտեղ՝ $\overline{\sigma_i^2}$-ն ներխմբային դիսպերսիաների միջինն է:

Օրինակ՝ կատարվել է ձեռնարկության բանվորների 10%-անոց չկրկնվող ընտրանք՝ արտադրամասերի չափերին համեմատական:

Ընտրանքի անցկացման նպատակն է՝ որոշել ժամանակավոր անաշխատունակությունից առաջացած կորուստները (արդյունքները տե՛ս աղյուսակ 6.3-ում):

Աղյուսակ 6.3

Ձեռնարկության բանվորների աշխատանքի հետազոտության արդյունքները

Արտադրամաս	Բանվորների ընդհանուր թիվը (մարդ)	Ուսումնասիրվել է	Ժամանակավոր անաշխատունակության օրերի թիվը տարվա ընթացքում	
			միջին $\tilde{x}_i$	դիսպերսիա σ_i^2
1	3000	300	12	9
2	5000	500	15	16
3	10000	1000	18	25
Ընդամենը		1800		

Լուծում. Հաշվարկվում է ներխմբային դիսպերսիաների միջինը՝

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{9\cdot 300 + 16\cdot 500 + 25\cdot 1000}{300 + 500 + 1000} = \frac{35700}{1800} = 19.83\,:$$

Որոշվում են ընտրանքի միջին և սահմանային սխալների արժեքները (0.954 հավանականությամբ).

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{19.83}{1800}\left(1-\frac{1800}{18000}\right)} = \sqrt{0.009915} = 0.0995 \approx 0.1;$$

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\mu_{\tilde{x}} = 2\cdot 0.1 = 0.2:$$

Որոշվում է ընտրանքային միջինը՝

$$\tilde{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{12\cdot 300 + 15\cdot 500 + 18\cdot 1000}{1800} = \frac{29100}{1800} = 16.166\,:$$

Հաշվարկների հիման վրա 0.954 հավանականությամբ կարելի է եզրակացնել, որ ժամանակավոր անաշխատունակ մեկ բանվորի օրերի միջին թիվը ամբողջ ձեռնարկությունում գտնվում է հետևյալ սահմաններում՝

$$16.17 - 0.2 \le \bar{x} \le 16.17 + 0.2$$
$$15.97 \le \bar{x} \le 16.37\,:$$

Տիպական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

- կրկնվող ընտրություն՝ $$n = \frac{t^2\overline{\sigma_i^2}}{\Delta_{\tilde{x}}^2}\,; \qquad (6.25)$$
- չկրկնվող ընտրություն՝ $$n = \frac{t^2\overline{\sigma_i^2}N}{t^2\overline{\sigma_i^2} + N\Delta_{\tilde{x}}^2}\,: \qquad (6.26)$$

Օրինակ՝ ենթադրենք, ըստ աղյուսակ 6.3-ի տվյալների հաշվարկի՝ անհրաժեշտ է որոշել մեկ բանվորի ժամանակավոր անաշխատունակության օրերի միջին թիվը 0.5 օր սահմանային սխալի դեպքում:

Ըստ աղյուսակի տվյալների՝ $\Delta_{\tilde{x}} = 0.5$ արժեքի դեպքում.

$$n = \frac{2^2\cdot 19.83\cdot 18000}{2^2\cdot 19.83 + 0.5^2\cdot 18000} = 311.79 \text{ մարդ:}$$

Այսպիսով, ստացվում է, որ պահանջվող ճշտությանը հասնելու համար անհրաժեշտ է ընտրանքային եղանակով ուսումնասիրել ոչ պակաս, քան 312 մարդ:

Բաշխենք այդ թվաքանակը երեք արտադրամասերի միջև՝ չափերին համեմատական (համամասնորեն).

$$n_1 = 312\frac{3000}{18000} = 52; n_2 = 312\frac{5000}{18000} = 86.65; n_3 = 312\frac{10000}{18000} = 173.3:$$

Հաշվարկը ցույց է տալիս, որ առաջին արտադրամասում անհրաժեշտ է հետազոտել 52 մարդ, երկրորդում՝ 87, երրորդում՝173:

Վերը դիտարկվեց տիպական ընտրանք, որը իրականացվել է տիպախմբերի ծավալներին համամասնորեն:

Համաձայն տիպական ընտրանքի ձևավորման երկրորդ տարբերակի՝ միավորների ընտրությունն իրականացվում է հատկանիշի տիպական խմբերի ներխմբային վարիացիային (տատանմանը) համեմատական: Այս դեպքում ամեն մի խմբից ընտրվող դիտարկումների թիվը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$n_i = n\frac{\sigma_i N_i}{\sum \sigma_i N_i}, \qquad \textbf{(6.27)}$$

որտեղ՝ σ_i-ն i-րդ խմբի միջին քառակուսային շեղումն է:

Այդպիսի տիպական անհամամասնական ընտրանքի միջին սխալը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

- կրկնվող ընտրանք՝ $$\mu = \frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}}; \qquad \textbf{(6.28)}$$
- չկրկնվող ընտրանք՝ $$\mu = \frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)}: \qquad \textbf{(6.29)}$$

Հատկանիշի տատանմանը համեմատական կատարված ընտրությունը տալիս է լավ արդյունքներ, սակայն գործնականում այն դժվար է, քանի որ տեղեկատվությունը տատանումների մասին անհրաժեշտ է ստանալ մինչև ընտրանքային դիտարկում անցկացնելը:

Օգտվելով աղյուսակ 6.3-ի ներխմբային դիսպերսիաների արժեքների տվյալներից՝ որոշենք ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալները ըստ առանձին արտադրամասերի՝ համեմատական ուսումնասիրվող հատկանիշի տատանմանը (ընտրանքը կազմում է 10% կամ 1800 մարդ):

Ըստ (6.27) բանաձևի՝

$$\sum \sigma_i N_i = \sqrt{9}\cdot 3000 + \sqrt{16}\cdot 5000 + \sqrt{25}\cdot 10000 =$$

$$= 9000 + 20000 + 50000 = 79000$$

$$n_1 = 1800\,\frac{3\cdot 3000}{79000} = 205; \quad n_2 = 1800\,\frac{20000}{79000} = 455.7;$$

$$n_3 = 1800\,\frac{5\cdot 10000}{79000} = 1139.2:$$

Ստացված տվյալներով կարելի է հաշվարկել չկրկնվող ընտրանքի միջին սխալը (6.29) բանաձևով՝

$$\mu_{\tilde{x}} = \frac{1}{18000}\sqrt{368122 + 797193 + 1944907.8} =$$

$$= \frac{1}{18000}\sqrt{3110222.8} = \frac{1763.6}{18000} = 0.098:$$

Միջին սխալը ստացվեց շատ փոքր թիվ, հետևաբար սահմանային սխալը նույնպես կլինի փոքր, որը արտացոլվում է գլխավոր համակցության սահմաններում՝

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\mu_{\tilde{x}} = 2\cdot 0.098 = 0.196$$

$$16.17 - 0.196 \le \bar{x} \le 16.17 + 0.196$$

$$15.974 \le \bar{x} \le 16.366$$

Տիպական ընտրանքի մասի սխալը և սահմանային սխալը կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևերով.

- կրկնվող ընտրանք՝ $$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad \Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}},$$
- չկրկնվող ընտրանք՝ $$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \quad \Delta_w = t\cdot\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}:$$

Սահմանային սխալի որոշման բանաձևերից կարելի է որոշել կրկնվող և չկրկնվող տիպական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը՝ տրված հավանականությամբ.

- կրկնվող ընտրանք՝ $$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2};$$
- չկրկնվող ընտրանք՝ $$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{t^2 w(1-w) + N\Delta_w^2}:$$

6.5. Սերիական ընտրանք

Սերիական ընտրանքը կիրառվում է, երբ գլխավոր համակցության միավորները միավորված են փոքր խմբերում (սերիաներում): Այս դեպքում բուն-պատահական կամ մեխանիկական եղանակով ընտրվում են ոչ թե առանձին միավորները, այլ սերիաները, որոնցով իրականացվում է ուսումնասիրությունը:

Առանձին դեպքերում սերիական ընտրանքն ունի ոչ այնքան մեթոդաբանական, որքան կազմակերպական առավելություն մյուս ընտրանքային եղանակների ձևավորման նկատմամբ: Սերիական ընտրանքի դեպքում խմբերի ներսում առանց բացառության ուսումնասիրում ենք հատկանիշի բոլոր միավորները, որոնց ներխմբային տատանումը չի ազդում դիտարկման սխալի վրա: Միաժամանակ ուսումնասիրում ենք ոչ բոլոր խմբերը, այլ միայն նրանք, որոնք պատկանում են ընտրանքին:

Սերիական ընտրանքի դեպքում խախտվում է գլխավոր համակցության սահմաններում ընտրված միավորների բաշխման օրինաչափությունը, իսկ ընտրանքի սխալն ավելի մեծ է: Հետևաբար, ստացված բնութագրիչների միջին սխալի վրա ազդում են միջխմբային՝ դիսպերսիայով որոշվող տարբերությունները: Սերիական ընտրանքի միջին սխալը հաշվարկվում է ըստ հետևյալ բանաձևերի.

- կրկնվող ընտրանք՝ $\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}}$, **(6.30)**

- չկրկնվող ընտրանք՝ $\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)}$, **(6.31)**

որտեղ՝ r-ը ընտրանքային սերիաների թիվն է,

R-ը՝ սերիաների ընդհանուր թիվը,

δ^2-ին՝ միջխմբային դիսպերսիան:

Միջխմբային դիսպերսիան հավասարամեծ խմբերի դեպքում հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\delta^2 = \frac{\sum(\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{r}, \qquad \textbf{(6.32)}$$

որտեղ՝ $\tilde{x}_i$-ն i-րդ սերիայի միջին արժեքն է,

$\tilde{x}$-ը՝ ամբողջ ընտրանքային համակցության ընդհանուր միջինը:

Սերիական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալի որոշման համար, տրված սահմանային սխալի առկայության պայմաններում, օգտագործում ենք հետևյալ բանաձևերը.

- կրկնվող ընտրանք՝ $r = \frac{t^2\delta^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$, **(6.33)**

- չկրկնվող ընտրանք՝ $r = \frac{t^2\delta^2 R}{t^2\delta^2 + R\Delta_{\tilde{x}}^2}$: **(6.34)**

Ընտրանքային մասի միջխմբային դիսպերսիան որոշվում է՝

$$\delta_w^2 = \frac{\sum(W_i - W)^2}{r} \qquad \textbf{(6.35)}$$

բանաձևով,

որտեղ՝ W_i-ն միավորների մասն է i-րդ սերիայում,

W-ն՝ միավորների մասը ամբողջ ընտրանքային համակցությունում:

Սերիական ընտրանքի մասի սխալն ունի հետևյալ տեսքը.

- կրկնվող ընտրություն՝ $\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$, **(6.36)**

- չկրկնվող ընտրություն՝ $\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)}$: **(6.37)**

Սահմանային սխալը մասի դեպքում որոշվում է՝

$\Delta_w = t\mu_w$ բանաձևով: **(6.38)**

- կրկնվող ընտրություն՝ $\Delta_w = t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$, **(6.39)**

- չկրկնվող ընտրություն՝ $\Delta_w = t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)}$: **(6.40)**

Ընտրանքային սերիաների անհրաժեշտ ծավալը.

- կրկնվող սերիաներ՝ $r = \frac{t^2\delta_w^2}{\Delta_w^2}$, **(6.41)**

- չկրկնվող սերիաներ՝ $r = \frac{t^2\delta_w^2 R}{t^2\delta_w^2 + R \cdot \Delta_w^2}$: **(6.42)**

Օրինակ՝ ձեռնարկության պատրաստի արտադրանքը փաթեթավորված է 100 արկղերում, յուրաքանչյուրում՝ 50 դետալ: Հսկման նպատակով (պահպանելով տեխնոլոգիական գործընթացների պարամետրերը), անցկացվել է 5%-անոց սերիական չկրկնվող ընտրանք, որի ընթացքում վերցվել է յուրաքանչյուր 20-րդ արկղը:

Արկղում դետալների միջին կշիռն ունի հետևյալ բաշխումը՝

$\tilde{x}_i$ 97, 103, 100, 98, 102 (գ):

0.954 հավանականությամբ պահանջվում է որոշել արտադրանքի ամբողջ խմբաքանակի միջին կշռի սահմանները:

Լուծում. Հաշվարկենք ընտրանքային համակցության միջին կշիռը

$$\tilde{x} = \frac{97 + 103 + 100 + 98 + 102}{5} = 100 \text{ գ}:$$

Որոշենք միջխմբային դիսպերսիան՝

$$\delta^2 = \frac{\sum(\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{n} = \frac{(97-100)^2 + (103-100)^2 + (100-100)^2 + (98-100)^2 + (102-100)^2}{5} = \frac{26}{5} = 5.2 \text{ գ:}$$

Որոշում ենք նաև սերիական ընտրանքի միջին և սահմանային սխալը՝ տրված հավանականությամբ.

$$\mu = \sqrt{\frac{5.2}{5}(1 - 0.05)} = 0.994 \text{ ;}$$

$$\Delta_{\tilde{x}} = 2 \cdot 0.994 = 1.988 \approx 2 \text{ գ:}$$

Գլխավոր համակցության միջին արժեքը գտնվում է՝

$$100 - 2 \le \bar{x} \le 100 + 2 \text{ կամ } 98 \le \bar{x} \le 102$$

սահմաններում:

Հաշվարկը ցույց է տալիս, որ 0.954 հավանականությամբ, արտադրանքի ամբողջ խմբաքանակի միջին կշիռը գտնվում է 98 գրամից մինչև 102 գրամի սահմաններում:

Ընդունենք, որ այս օրինակում պահանջվում է որոշել արտադրանքի միջին կշռի սահմանները 1 գ սահմանային սխալի դեպքում:

Օգտագործելով վերոնշյալ կշռի տատանման տվյալները՝ որոշենք, թե չկրկնվող սերիական ընտրանքի դեպքում արտադրանքի քանի՞ արկղ պետք է հետազոտել, որպեսզի ընտրված հավանականությամբ ստանանք տրված ճշտությամբ արդյունք.

$$r = \frac{2^2 \cdot 5.2 \cdot 100}{2^2 \cdot 5.2 + 1^2 \cdot 100} = \frac{2080}{120.8} = 17.218 \text{ :}$$

Կատարված հաշվարկը թույլ է տալիս հավաստելու, որ գլխավոր միջինի սահմանները տրված ճշտությամբ որոշելու համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրել 17 արկղ արտադրանք՝ ընտրված բունպատահական կամ մեխանիկական եղանակով:

6.6. Փոքր ընտրանք

Ընտրանքը, որի ընթացքում դիտարկումը ընդգրկում է ոչ մեծ թվով միավորներ (n < 30), ընդունված է անվանել փոքր ընտրանք. կիրառվում է այն դեպքերում, երբ հնարավոր չէ կամ նպատակահարմար չէ օգտվել մեծ ընտրանքից:

Փոքր ընտրանքի սահմանային սխալը որոշվում է՝

$$\Delta_{MB} = t\mu_{MB}$$

բանաձևով, որտեղ՝ MB-ը փոքր ընտրանքն է:

Փոքր ընտրանքի միջին սխալը՝

$$\mu_{MB} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}, \qquad (6.44)$$

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \tilde{x})^2}{n-1}, \qquad (6.45)$$

որտեղ՝ S^2-ին փոքր ընտրանքի դիսպերսիան է:

$\tilde{x}$-ն՝ ըստ ընտրանքի հատկանիշի միջին արժեքն է,

n-1-ը՝ ազատության աստիճանների թիվը,

t-ն՝ փոքր ընտրանքի հավաստիության գործակիցը:

Հավանականությունը, որ գլխավոր միջինը գտնվում է որոշակի սահմաններում, որոշվում է՝

$$P(\tilde{x} - t\mu_{MB} \le \bar{x} \le \tilde{x} + t\mu_{MB}) = 2S(t) - 1 \qquad (6.46)$$

բանաձևով, որտեղ՝ S(t)-ն Ստյուդենտի ֆունկցիայի արժեքն է:

Վստահելիության գործակիցը հաշվարկելու համար որոշում ենք S(t) ֆունկցիայի արժեքը S(t)=(p+1)/2 բանաձևով: Այնուհետև Ստյուդենտի բաշխման աղյուսակից, կախված S(t) ֆունկցիայի արժեքից և ազատության աստիճանների թվից (ν= n-1), որոշում ենք t-ի արժեքը: S(t) ֆունկցիան օգտագործվում է նաև որոշելու այն հավանականությունը, ըստ որի՝ նորմավորված շեղման փաստացի $t_p = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\mu_{MB}}$ արժեքը չի գերազանցում կամ գերազանցում է աղյուսակային արժեքը:

Հավանականությունը, որ փաստացի հարաբերակցությունը (t_p) չի գերազանցում աղյուսակային արժեքի բացարձակ մեծությունը (t), որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$P(t_p < |t|) = 2S(t) - 1, \qquad (6.47)$$

իսկ հավանականությունը, որ փաստացի հարաբերակցությունը գերազանցում է աղյուսակային արժեքի բացարձակ մեծությունը՝

$$P(t_p > |t|) = 2(1 - S(t)) \qquad (6.48)$$

ԳԼՈՒԽ VII

ԿՈՌԵԼՅԱՑԻԱ-ՌԵԳՐԵՍԻԱՅԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

7.1. Պատճառ, ռեգրեսիա, կոռելյացիա

Վիճակագրական հետազոտությունների արդյունքում բացահայտված երևույթների միջև գոյություն ունեցող պատճառահետևանքային հարաբերակցությունները թույլ են տալիս ի հայտ բերել այն հատկանիշները, որոնք էական ազդեցություն են թողնում ուսումնասիրվող երևույթների ու գործընթացների փոփոխության վրա: Պատճառահետևանքային հարաբերակցությունը երևույթների և գործընթացների այնպիսի կապ է, երբ դրանցից մեկի՝ պատճառի փոփոխությունը հանգեցնում է մյուսի՝ հետևանքի փոփոխությանը:

Պատճառը պայմանների, հանգամանքների համակցությունն է, որի գործողությունը նպաստում է հետևանքի առաջ գալուն: Եթե երևույթների միջև իրոք գոյություն ունեն պատճառահետևանքային հարաբերություններ, ապա այդ պայմանները պարտադիր կերպով պետք է իրականացվեն պատճառների գործողության հետ միասին:

Պատճառահետևանքային կապերը համընդհանուր են և բազմաբովանդակ, և դրանց բացահայտման համար անհրաժեշտ է ընտրել և մեկուսացված ուսումնասիրել առանձին երևույթները: Կապերի ուսումնասիրության համար կարևոր նշանակություն ունի ժամանակային հաջորդականության բացահայտումը: Պատճառը միշտ պետք է նախորդի հետևանքին, սակայն ոչ բոլոր նախորդ իրադարձությունները պետք է դիտել որպես պատճառ, իսկ հաջորդները՝ հետևանք:

Իրական սոցիալ-տնտեսական իրողության պատճառն ու հետևանքը անհրաժեշտ է դիտել որպես հարակից երևույթներ, որոնց հանդես գալը պայմանավորված է ուղեկցող ավելի պարզ պատճառների և հետևանքների համալիրով:

Պատճառների ու հետևանքների բարդ խմբերի միջև լինում են բազմանշանակ կապեր, երբ միևնույն պատճառը կարող է հանգեցնել տարբեր հետևանքների կամ մեկ գործողությունն ունի տարբեր պատճառներ: Երևույթների միջև պատճառային կապը միարժեք որոշելու կամ որոշակի պատճառի հնարավոր հետևանքները կանխատեսելու համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրվող ժամանակային կամ տարածքային միջավայրում տեղի ունեցող բոլոր այլ երևույթների լրիվ անտեսումը (վերացարկումը դրանցից՝ աբստրակցիան):

Վերջինի հնարքները հաճախ կիրառվում են երկու հատկանիշների փոխկախվածությունը (զույգային կոռելյացիան) ուսումնասիրելու նպատակով: Սակայն որքան բարդ են ուսումնասիրվող երևույթները, այնքան դժվար է ի հայտ բերել դրանց պատճառահետևանքային կապերը:

Սոցիալ-տնտեսական երևույթները մեծ թվով պատճառների միաժամանակյա ներգործության արդյունք են: Հետևաբար, այդ երևույթներն ուսումնասիրելիս անհրաժեշտ է բացահայտել գլխավոր, հիմնական պատճառները՝ վերացարկվելով երկրորդականներից:

Կապերի վիճակագրական ուսումնասիրման **առաջին փուլը** ուսումնասիրվող երևույթի որակական վերլուծությունն է տնտեսագիտության տեսության, սոցիոլոգիայի կամ կոնկրետ տնտեսական մեթոդների միջոցով: **Երկրորդ փուլում** անհրաժեշտ է կառուցել կապի մոդելը, որը հիմնվում է վիճակագրության մեթոդների վրա: **Երրորդ**՝ վերջին **փուլը** արդյունքների մեկնաբանումն է, որը նույնպես կապված է ուսումնասիրվող երևույթի որակական առանձնահատկությունների հետ:

Վիճակագրության բնագավառում մշակվել են կապերի ուսումնասիրման բազմաթիվ մեթոդներ, որոնց ընտրությունը կախված է հետազոտության նպատակներից և առաջադրված խնդիրներից: Հատկանիշների և երևույթների միջև կապերը, նկատի ունենալով դրանց բազմազանությունը, դասակարգվում են ըստ տարբեր հայտանիշների:

Ըստ փոխկապվածության ուսումնասիրության համար ունեցած նշանակության՝ հատկանիշները, բաժանվում են երկու դասի: Ըստ այդմ՝

- այն հատկանիշները, որոնք պայմանավորում են մյուս՝ դրանց հետ կապված հատկանիշների փոփոխությունը, կոչվում են **գործոնային** հատկանիշներ,
- այն հատկանիշները, որոնք փոփոխվում են գործոնային հատկանիշների ազդեցության ներքո, կոչվում են **արդյունքային**:

Վիճակագրությունում տարբերում են ֆունկցիոնալ կապ և ստոխաստիկ կախվածություն հասկացությունները:

- **Ֆունկցիոնալ** է կոչվում կապը, որի դեպքում գործոնային հատկանիշի որոշակի արժեքին համապատասխանում է արդյունքային հատկանիշի մեկ և միայն մեկ արժեք: Ֆունկցիոնալ կապը ի հայտ է գալիս դիտարկման բոլոր դեպքերում և հետազոտվող համակցության յուրաքանչյուր որոշակի միավորի համար:
- Եթե պատճառային կախվածությունը հանդես է գալիս ոչ թե

յուրաքանչյուր առանձին, այլ ընդհանուր դեպքում՝ միջինում մեծ թվով դիտարկումների ժամանակ, ապա այդպիսի կախվածությունը կոչվում է **ստոխաստիկ**: Ստոխաստիկ կապի մասնավոր դեպքը կոռելյացիոն կապն է, որի համար արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքի փոփոխությունը պայմանավորված է գործոնային հատկանիշների փոփոխությամբ:

Երևույթների և դրանց հատկանիշների միջև կապերը դասակարգվում են ըստ սերտության աստիճանի, ուղղվածության և անալիտիկ արտահայտության:

Ըստ սերտության աստիճանի՝ տարբերում են կապի սերտության գնահատման քանակական հատկանիշները:

Աղյուսակ 7.1

Կապի սերտության գնահատման քանակական հատկանիշները

Կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը	Կապի բնույթը	
	Պետրոսյան Ա. (1975)	Շմոյլովա Ռ. և ուրիշներ (1999)
մինչև $\|\pm 0.3\|$	թույլ	գործնականում բացակայում է
$\|\pm 0.3\| - \|\pm 0.5\|$	միջին	թույլ
$\|\pm 0.5\| - \|\pm 0.7\|$	նկատելի	նկատելի
$\|\pm 0.7\| - \|\pm 1\|$	ուժեղ	ուժեղ

Ըստ ուղղվածության՝ կապերը լինում են ուղիղ և հակադարձ:

Ուղիղ կապի դեպքում գործոնային հատկանիշի արժեքների մեծացումը կամ փոքրացումը բերում է արդյունքային հատկանիշի արժեքների մեծացման կամ փոքրացման, այսինքն՝ արդյունքային և գործոնային հատկանիշներն ունեն նույն ուղղվածությունը:

Հակադարձ կապի դեպքում արդյունքային հատկանիշի արժեքի մեծացումը բերում է գործոնային հատկանիշի արժեքի փոքրացման, և հակառակը, այսինքն՝ արդյունքային հատկանիշի արժեքները գործոնային հատկանիշի արժեքների համեմատությամբ փոփոխվում են հակառակ ուղղությամբ:

Ըստ անալիտիկ արտահայտության՝ կապերը լինում են գծային (ուղղագիծ) և ոչ գծային:

Եթե երևույթների միջև վիճակագրական կապը մոտավոր արտահայտվում է ուղիղ գծի հավասարումով, այն անվանում են **գծային կապ**: Կապը կոչվում է **ոչ գծային** կամ **կորագծային**, եթե այն արտահայտված է որևէ կորի հավասարումով (պարաբոլ, հիպերբոլ, աստիճանային, ցուցչային, էքսպոնենցիալ և այլն):

Կապի առկայությունը, դրա բնույթն ու ուղղվածությունը բացահայտելու համար վիճակագրությունում կիրառում են տվյալները

զուգահեռ շարքերի բերման, անալիտիկ խմբավորման, գրաֆիկական, կոռելյացիայի և ռեգրեսիայի մեթոդները:

Զուգահեռ շարքերի բերման մեթոդը հիմնվում է երկու կամ մի քանի վիճակագրական շարքերի մեծությունների համադրման վրա: Այդպիսի համադրումը թույլ է տալիս հայտնաբերել կապի գոյությունը և գաղափար կազմել դրա բնույթի մասին: Օրինակ՝ համեմատվում են x և y մեծությունների փոփոխությունները: Եթե x-ի մեծության աճի հետ աճում է նաև y-ը, ապա դրանց միջև գոյություն ունեցող կապը ուղիղ է, և այն կարելի է նկարագրել ուղիղ գծի կամ երկրորդ կարգի պարաբոլի հավասարումով:

Հատկանիշների միջև կապը կարելի է արտահայտել նաև գրաֆիկորեն՝ կոռելյացիայի դաշտի օգնությամբ:.

Կոորդինատային համակարգում աբսցիսների առանցքի վրա նշում ենք գործոնային հատկանիշի արժեքները, իսկ օրդինատների առանցքի վրա՝ արդյունքայինի: Կառուցում են համապատասխան կետերը: Սերտ կապի բացակայության դեպքում գրաֆիկի կետերի դասավորությունը կլինի անկանոն: Որքան սերտ է կապը հատկանիշների միջև, այնքան կետերը խիտ են խմբավորվում կապի ձևը արտահայտող որոշակի գծի շուրջը:

Սոցիալ-տնտեսական երևույթներին բնութագրական է, որ արդյունքային հատկանիշի մակարդակը ձևավորող էական գործոններից բացի, դրանց վրա ազդում են նաև բազմաթիվ այլ՝ պատահական և չնախատեսված գործոններ: Այդ պատճառով երևույթների փոխադարձ կապը ունի կոռելյացիոն բնույթ և արտահայտվում է $\bar{y}_x = f(x)$ ֆունկցիայի տեսքով:

Կոռելյացիան վիճակագրական կախվածություն է խիստ ֆունկցիոնալ բնույթ չունեցող պատահական մեծությունների միջև, որի դեպքում պատահական մեծություններից մեկի փոփոխությունը պայմանավորում է մյուս մեծության մաթեմատիկական սպասման փոփոխությունը:

Վիճակագրությունում ընդունված է տարբերել կախվածության հետևյալ տարատեսակները.

- *զույգային կոռելյացիա* - կապ է երկու հատկանիշների միջև (արդյունքային և գործոնային կամ երկու գործոնայինների),
- *մասնակի կոռելյացիա* - կախվածություն է արդյունքային և գործոնային հատկանիշներից մեկի միջև, երբ մյուս գործոնային հատկանիշների արժեքները հաստատուն են (բացառված է դրանց փոփոխությունը),
- *բազմակի կոռելյացիա* - կախվածություն է արդյունքային և երկու կամ ավելի գործոնային հատկանիշների միջև:

Երկու հատկանիշների միջև կապի սերտությունը քանակապես արտահայտվում է կոռելյացիայի գործակցի միջոցով: Ներկայացնելով հատկանիշների միջև կապի սերտության քանակական բնութագիրը՝ կոռելյացիայի գործակիցը հնարավորություն է տալիս որոշելու գործոնային հատկանիշների օգտակարությունը բազմակի ռեգրեսիայի հավասարում կազմելու դեպքում:

Կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը թույլ է տալիս նաև գնահատել ռեգրեսիայի հավասարման համապատասխանությունը բացահայտված պատճառահետևանքային կապերին: Կոռելյացիան և ռեգրեսիան սերտորեն կապված են միմյանց հետ. առաջինը գնահատում է վիճակագրական կապի սերտությունը, երկրորդը հետազոտում է դրա ձևը: Ե՛վ մեկը, և՛ մյուսը ծառայում են երևույթների միջև հարաբերակցությունները բացահայտելու, կապի առկայությունը կամ բացակայությունը որոշելու համար:

Ռեգրեսիայի վերլուծության էությունը կապի վերլուծական արտահայտման որոշումն է, երբ մեկ (արդյունքային) մեծության փոփոխությունը պայմանավորված է մեկ կամ մի քանի անկախ մեծությունների (գործոնների) ազդեցությամբ, իսկ բազմաթիվ այլ գործոնները, որոնք նույնպես ազդում են կախյալ մեծության վրա, ընդունվում են որպես հաստատուն և միջին մեծություններ:

Ըստ կախվածության ձևի՝ տարբերում են.

- գծային ռեգրեսիա, որն արտահայտվում է ուղիղ գծի (գծային ֆունկցիայի) հավասարումով.

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1 x \ ,$$

- ոչ գծային ռեգրեսիա, որն արտահայտվում է հետևյալ հավասարումների տեսքով.

ա) պարաբոլի $\qquad \hat{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

բ) հիպերբոլի $\qquad \hat{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$ և այլն:

Ըստ կապի ուղղվածության՝ տարբերում են.

- ուղիղ ռեգրեսիա (դրական), երբ անկախ մեծության արժեքի աճի կամ նվազման հետ մեկտեղ, համապատասխանաբար, աճում կամ նվազում է կախյալ մեծությունը,
- հակադարձ (բացասական) ռեգրեսիա, երբ անկախ մեծության մեծացումը կամ փոքրացումը հանգեցնում է կախյալ մեծության, համապատասխանաբար՝ փոքրացմանը կամ մեծացմանը:

Ուղիղ և հակադարձ ռեգրեսիաները կարելի է ներկայացնել նաև գրաֆիկների տեսքով:

7.2. Կոռելյացիա-ռեգրեսիայի վերլուծության հիմնական խնդիրները

Սոցիալ-տնտեսական զարգացումը բնութագրող և ազգային հաշիվների միասնական համակարգը կազմող բոլոր երևույթներն ու գործընթացները սերտորեն փոխկապակցված են միմյանց հետ: Կոռելյացիոն կախվածությունը հետազոտվում է կոռելյացիոն և ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդների օգնությամբ: Կոռելյացիայի վերլուծությունը ուսումնասիրում է հատկանիշների փոխկախվածությունը և թույլ է տալիս գնահատել՝

- հատկանիշների միջև կապի սերտությունը՝ զույգային, մասնակի և բազմակի կոռելյացիայի գործակիցների օգնությամբ,
- ռեգրեսիայի հավասարումը:

Կոռելյացիոն վերլուծության կիրառության հիմնական նախադրյալն այն է, որ համակցության բոլոր գործոնային և արդյունքային հատկանիշները պետք է ենթարկվեն կամ մոտ լինեն K-չափանի նորմալ բաշխման օրենքին:

Եթե հետազոտվող համակցության ծավալը՝ n>50-ից, այդ դեպքում նորմալ բաշխումը կարող է հաստատվել Պիրսոնի, Յաստրեմսկու, Կոլմոգորովի հայտանիշների հաշվարկների և վերլուծության հիման վրա: Երբ համակցության ծավալը՝ n<50-ից, նախնական տվյալների բաշխման օրենքը որոշվում է կոռելյացիայի դաշտի կառուցման հիման վրա: Եթե կետերի դասավորությունն ունի գծային միտում, նշանակում է նախնական տվյալների համակցությունը $(y,\ x_1, x_2 \ldots x_K)$ ենթարկվում է նորմալ բաշխման օրենքին:

Ռեգրեսիայի վերլուծության նպատակն է գնահատել արդյունքային հատկանիշի պայմանական միջին արժեքի ֆունկցիոնալ կախվածությունը գործոնային հատկանիշներից: Ռեգրեսիայի վերլուծության հիմնական նախադրյալն այն է, որ արդյունքային (y) հատկանիշը ենթարկվում է նորմալ բաշխման օրենքին, իսկ գործոնային հատկանիշները $(x_1, x_2, \ldots, x_K)$ կարող են ունենալ կամայական բաշխման օրենք:

Ռեգրեսիայի հավասարումը կամ $\hat{y}_x = f(x_1, x_2, \ldots, x_K)$ ֆունկցիայի տեսքով արտահայտվող սոցիալ-տնտեսական երևույթների կապերն արտահայտող վիճակագրական մոդելը բավարար չափով կհամապատասխանեն իրական մոդելավորվող երևույթին կամ գործընթացին, դրանց կառուցման հետևյալ պահանջները կատարելու դեպքում.

ա) ուսումնասիրվող նախնական տվյալների համակցությունը պետք է լինի համասեռ և մաթեմատիկորեն նկարագրվի անընդհատ ֆունկցիաներով, բ) մոդելավորվող երևույթի պատճառահետևանքային կապերը պետք է հնարավոր լինի նկարագրել մեկ կամ մի քանի հավասարումներով,

գ) բոլոր գործոնային հատկանիշները պետք է ունենան քանակական (թվային) արտահայտություն,

դ) հետազոտվող ընտրանքային համակցության ծավալը պետք է լինի բավականաչափ մեծ,

ե) երևույթների և գործընթացների միջև գոյություն ունեցող պատճառահետևանքային կապերը պետք է նկարագրել գծային կամ գծայինի բերվող կախվածություններով,

զ) կապի մոդելի պարամետրերը չպետք է ունենան քանակական սահմանափակումներ,

է) ուսումնասիրվող համակցության տարածքային և ժամանակային կառուցվածքը պետք է լինի հաստատուն:

Կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն վերլուծության հիման վրա կառուցված փոխկախվածությունների մոդելի տեսական հիմնավորվածությունը ապահովվում է հետևյալ հիմնական պայմանների պահպանմամբ.

- բոլոր հատկանիշները և դրանց համատեղ բաշխումները պետք է ենթարկվեն նորմալ բաշխման օրենքին,
- մոդելավորվող հատկանիշի դիսպերսիան բոլոր դեպքերում պետք է մնա հաստատուն՝ այդ հատկանիշի մեծության և գործոնային հատկանիշների արժեքների փոփոխության դեպքում,
- առանձին դիտարկումները պետք է լինեն անկախ, այսինքն՝ i-րդ դիտարկման արդյունքները չպետք է կապված լինեն նախորդների հետ, և չպետք է պարունակեն տեղեկատվություն հաջորդ դիտարկումների վերաբերյալ, ինչպես նաև ազդել դրանց վրա:

Այդ պայմանների բացակայությունը հանգեցնում է նրան, որ ռեգրեսիայի մոդելը ոչ համարժեք ձևով է արտացոլում վերլուծվող հատկանիշների միջև գոյություն ունեցող իրական կապերը:

Ռեգրեսիայի հավասարման կառուցման հիմնական պրոբլեմներից է նրա չափողականությունը, այսինքն՝ մոդելում ներառվող գործոնային հատկանիշների օպտիմալ թվի որոշումը: Մոդելի չափի կրճատումը երկրորդական, ոչ էական գործոնների կրճատման հաշվին՝ հնարավորություն է ընձեռում ստանալու հնարավորինս արագ որակյալ իրացվելի մոդելը: Միաժամանակ փոքր չափերի մոդելի կառուցումը կարող է հանգեցնել ուսումնասիրվող երևույթի և գործընթացի ոչ բավարար լիարժեքությանը:

Փորձը ցույց է տալիս, որ նպատակահարմար է օպտիմալ հարաբերակցություն սահմանել մոդելում ընդգրկվող գործոնային հատկանիշների թվի և ուսումնասիրվող համակցության ծավալի միջև: Համաձայն այդ հայտանիշի՝ գործոնային հատկանիշների թիվը 5-6 անգամ փոքր պետք է լինի ուսումնասիրվող համակցության ծավալից:

7.3. Զույգային ռեգրեսիա

Զույգային ռեգրեսիան բնութագրում է գործոնային և արդյունքային հատկանիշների միջև եղած կապը: Վերլուծական կապն այդ հատկանիշների միջև արտահայտվում է հետևյալ հավասարումներով.

- ուղիղ գծի՝ $\hat{y}_x = a_0 + a_1 x$;
- պարաբոլի՝ $\hat{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$; **(7.1)**
- հիպերբոլի՝ $\hat{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$:

Հավասարման ձևը կարելի է որոշել գրաֆիկորեն, սակայն գոյություն ունեն ընդհանուր դրույթներ, որոնք թույլ են տալիս ստանալ կապի հավասարումը՝ չօգտագործելով գրաֆիկական եղանակը: Եթե գործոնային և արդյունքային հատկանիշներն աճում են համանման, մոտավորապես թվաբանական պրոգրեսիայով, նշանակում է դրանց միջև գոյություն ունի գծային կապ, իսկ հակադարձ կապի դեպքում՝ հիպերբոլիկ կապ: Եթե գործոնային հատկանիշը փոփոխվում է թվաբանական պրոգրեսիայով, իսկ արդյունքայինը՝ նշանակալի արագ, ապա կիրառվում են պարաբոլային կամ աստիճանային կապերը:

Ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի գնահատումը կատարվում է փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով, որի հիմքում այն ենթադրությունն է, թե ուսումնասիրվող համակցության դիտարկումներն անկախ են: Այս մեթոդի էությունն այն է, որ նվազագույնի է հասցվում արդյունքային հատկանիշի փաստացի և տեսական արժեքների տարբերության քառակուսիների գումարը, որոնք ստացվում են ըստ ընտրված ռեգրեսիայի հավասարման՝

$$S = \sum (y - \hat{y}_x)^2 \to \min :$$

Ուղիղ կախվածության համար՝

$$S = \sum (y - a_0 - a_1 x)^2 \to \min :$$

Դիտարկենք S-ը որպես ֆունկցիա a_0 և a_1 պարամետրերից.

a_0 և a_1 գործակիցները ստանալու համար անհրաժեշտ է որոշել S-ի մասնակի ածանցյալները ըստ a_0-ի և ըստ a_1-ի, և դրանք հավասարեցնել զրոյի, այսինքն՝

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0;$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a_0} = \sum 2(y - a_0 - a_1x)(-1) = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_1} = \sum 2(y - a_0 - a_1x)(-x) = 0: \end{cases}$$

Այստեղից՝ փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով զույգային գծային ռեգրեսիայի պարամետրերը որոշելիս նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x = \sum y \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 = \sum yx \end{cases} \qquad (7.2)$$

որտեղ՝ n-ը ուսումնասիրվող համակցության ծավալն է (դիտարկումների միավորների թիվը):

Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք.

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum yx \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x}$$

$$a_1 = \frac{n\sum yx - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \sum x \sum x}.$$

Ռեգրեսիայի հավասարումներում a_0 պարամետրը ցույց է տալիս չնախատեսված (հետազոտության համար չառանձնացված) գործոնների միջինացված ազդեցությունը արդյունքային հատկանիշի վրա, իսկ a_1-ը (պարաբոլի հավասարման մեջ նաև a_2-ը) ռեգրեսիայի գործակիցն է, որը ցույց է տալիս, թե միջինում որքանով կփոփոխվի արդյունքային հատկանիշի արժեքը գործոնային հատկանիշի մեկ միավորով փոփոխման դեպքում:

Օրինակ՝ շաքարի 8 գործարանների հիմնական արտադրական ֆոնդերի արժեքի x (մլն դրամական միավոր) և օրական մշակվող շաքարի ճակնդեղի y (հազ. տ.) վերաբերյալ կան հետևյալ տվյալները (տե՛ս աղյուսակ 7.2).

Աղյուսակ 7.2

Գործարանների հիմնական արտադրական ֆոնդերը

x	2	2.3	2.4	2.9	2.9	3.7	3.7	4.1
	8.9	10	9.9	10.3	10	13	12.8	13.1

Պահանջվում է կառուցել միագործոն ռեգրեսիայի մոդելը՝ y-ի փոփոխությունն ըստ x-ի:

Լուծում. Կազմենք հաշվարկային աղյուսակ (աղյուսակ 7.3):

Աղյուսակ 7.3

Զույգային գծային ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը

N	x_i	y_i	x^2	xy	$\hat{y}_x$
1	2	8.9	4	17.8	8.88
2	2.3	10	5.29	23	9.516
3	2.4	9.9	5.76	23.76	9.728
4	2.9	10.3	8.41	29.87	10.788
5	2.9	10	8.41	29	10.788
6	3.7	13	13.69	48.1	12.484
7	3.7	12.8	13.69	47.36	12.484
8	4.1	13.1	16.81	53.71	13.332
Ընդամենը	24	88	76.06	272.6	88

Այս օրինակում նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x = \sum y \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8a_0 + 24a_1 = 88 \\ 24a_0 + 76.06a_1 = 272.6: \end{cases}$$

Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք.

$a_0=4.64$, $a_1=2.12$:

Հետևաբար՝ միագործոն ռեգրեսիայի մոդելը կլինի.

$$\hat{y}_x = 4.64 + 2.12x:$$

Այսպիսով, հիմնական արտադրական ֆոնդերի արժեքի միավորի (հազ. դրամական միավոր) փոփոխությունը կբերի օրական մշակվող շաքարի ճակնդեղի ավելացմանը 2.12 միավորով (2.12 տ):

Հաճախ ուսումնասիրությունները անցկացվում են ըստ դիտարկումների մեծ ծավալի: Այդ դեպքում նախնական տվյալները հարմար է ներկայացնել ամփոփ կոռելյացիոն աղյուսակի տեսքով: Այն կազմելու համար անհրաժեշտ է վիճակագրական տվյալները նախապես խմբավորել ըստ երկու հատկանիշների, և խմբավորված տվյալները վերլուծության ենթարկել ինչպես ըստ x գործոնի, այնպես էլ ըստ արդյունքային հատկանիշի, այսինքն՝ զույգային ռեգրեսիայի հավասարումները նպատակահարմար է կառուցել խմբավորված տվյալների հիման վրա:

Եթե x և y հատկանիշների արժեքները տրված են որոշակի (a,b) միջակայքերով, ապա ամեն մի միջակայքի համար նախապես որոշում են միջակայքի կենտրոնը, այնուհետև կոռելյացնում են $x'=\frac{a+b}{2}$ և $y'=\frac{a+b}{2}$ նշանակությունները, և կառուցում դրանց ռեգրեսիայի հավասարումները:

Խմբավորված տվյալներով գծային միագործոն ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը կարելի է որոշել հետևյալ նորմալ հավասարումների համակարգից՝

$$\begin{cases} a_0\sum f + a_1\sum x f_x = \sum y f_y \\ a_0\sum x f_x + a_1\sum x^2 f_x = \sum yx f_{xy} \end{cases} \qquad \textbf{(7.3)}$$

Կամ հետևյալ բանաձևերով՝

$$a_0 = \frac{\sum \bar{y}_i f_y \sum x^2 f_x - \sum \overline{xy}_i f_{xy} \sum x f_x}{\sum f \sum x^2 f_x - \sum x f_x \sum x f_x}$$

$$a_1 = \frac{\sum f \sum \overline{xy}_i f_{xy} - \sum \bar{y}_i f_y \sum x f_x}{\sum f \sum x^2 f_x - \sum x f_x \sum x f_x}$$

որտեղ՝ $\bar{y}_i$-ն խմբային միջինն է:

Ռեգրեսիայի հավասարման a_0 պարամետրը կարելի է որոշել նաև ստորև ներկայացված բանաձևով՝

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}:$$

Օրինակ՝ ձեռնարկությունների էլեկտրազինվածության և աշխատանքի արտադրողականության (հատ) վերաբերյալ կան հետևյալ տվյալները (տե՛ս աղյուսակ 7.4):

Աղյուսակ 7.4

Ձեռնարկությունների էլեկտրազինվածությունը և աշխատանքի արտադրողականությունը

Էլեկտրազինվածությունը (կվտ/ժամ) y	Աշխատանքի արտադրողականություն (հատ) x						Ձեռնարկությունների թիվը f_y	yf_y	xyf_{xy}
	x' / y'	14-18	18-22	22-26	26-30	30-34			
		16	20	24	28	32			
8-12	10	5					5	50	800
12-16	14	3	2				5	70	1232
16-20	18	2	4	6			12	216	4608
20-24	12		2	3	5		10	220	5544
24-28	16			1	4	3	8	208	6052
Ձեռնարկությունների թիվը f_x		10	8	10	9	3	40	764	18216
xf_x		160	160	240	252	96	908		
x^2f_x		2560	3200	5760	7056	3072	21648		

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա կազմենք միագործոն ռեգրեսիայի մոդելը՝ y-ի փոփոխությունն ըստ x-ի:

Լուծում. Նորմալ հավասարումների համակարգում (7.3) տեղադրելով աղյուսակի հանրագումարային արժեքները՝

$$\begin{cases} 40a_0 + 908a_1 = 764 \\ 908a_0 + 21648\, a_1 = 18216 \end{cases}$$

և լուծելով համակարգը, ստանում ենք՝ $a_0 = -0.0261$ և $a_1 = 0.84256$ պարամետրերի արժեքները:

Հետևաբար՝ ռեգրեսիայի հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y}_x = -0.0261 + 0.8426x:$$

Ռեգրեսիայի հավասարման $a_1 = 0.84256$ գործակիցը ցույց է տալիս, որ աշխատանքի արտադրողականությունը մեկ միավորով ավելացնելու դեպքում էլեկտրազինվածությունն ավելանում է 0.8426 կվտ/ժամով կամ 842.6 վտ/ժամ:

Պարաբոլի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը

Եթե x և y հատկանիշների միջև կապը կորագծային է և արտահայտվում է երկրորդ կարգի պարաբոլի տեսքով՝

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2 ,$$

ապա խնդիրը a_0, a_1, a_2 պարամետրերի որոշման մեջ է:

Երբ x և y մեծությունների արժեքները ներկայացված են տվյալների երկու շարքով՝

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$
$$y_1, y_2, \ldots, y_n$$

և դիտարկված տվյալները բացառապես արտահայտված են պարաբոլի հավասարմամբ, ապա՝

$$y_i - a_0 - a_1 x_{1i} - a_2 x_{1i}^2 = 0 :$$

Սակայն գործնականում փաստացի և տեսական կորերը տարբերվում են որոշակի մեծությամբ՝

$$y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 = \Delta_i ,$$

որտեղ՝ Δ_i-ն տարբերությունն է փաստացի և կապի հավասարումից ստացված տվյալների միջև:

Այդ պատճառով անհրաժեշտ է գտնել հավասարման այնպիսի գործակից, որի դեպքում բացարձակ սխալի գումարը լինի նվազագույն՝

$$S = \sum_{i=1} |\Delta_i| \to \min :$$

Կամ էլ նվազագույնի հասցնել խորանարդ սխալների գումարը և այդ դեպքում կստանանք փոքրագույն խորանարդների մեթոդը՝

$$S = \sum_{i=1}^{n} |\Delta_i^3| \to \min :$$

Եվ, վերջապես, նվազագույնի հասցնել առավելագույն բացարձակ սխալը՝ $\min \max_i |\Delta_i|$:

Սակայն առավել արդյունավետ է սխալի գնահատումը փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով (ՓՔՄ): Դրա յուրահատկությունն այն է, որ նորմալ հավասարումների թիվը հավասարվում է անհայտ գործակիցների թվին:

Երկրորդ կարգի պարաբոլի հավասարումն ունի երեք անհայտ (a_0, a_1, a_2) գործակիցներ: Այդ գործակիցները որոշելու համար անհրաժեշտ է ունենալ երեք հավասարումներ, որոնք ստացվում են փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի օգնությամբ՝

$$S = \sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 = \sum \left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)^2 \to \min :$$

$S = f(a_0, a_1, a_2)$ ֆունկցիան կլինի նվազագույն, եթե այդ ֆունկցիայի մասնակի ածանցյալները հավասարվեն զրոյի, այսինքն՝

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 2\sum \left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2\sum \left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)(-x) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = 2\sum \left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)\left(-x^2\right) = 0 :$$

Կատարելով ձևափոխումներ, կստանանք նորմալ հավասարումների հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum yx \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2 : \end{cases} \tag{7.4}$$

Լուծելով համակարգը՝ որոշում են a_0, a_1, a_2 անհայտ պարամետրերի արժեքները և կազմում ռեգրեսիայի հավասարումը: Ընդունենք՝ $a_0 = A_0, a_1 = A_1, a_2 = A_2$, այդ դեպքում ռեգրեսիայի հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y}_x = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 ,$$

ըստ որի հաշվարկում ենք $\hat{y}_x$-ի տեսական արժեքները և համեմատում դիտարկված փաստացի տվյալների հետ, որոշում $\Delta_i = y_i - \hat{y}_x$ տարբերությունները, բարձրացնում դրանք քառակուսի և գումարում, ստանում մնացորդների քառակուսիների գումարը՝ $\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2$:

Մնացորդների քառակուսիների գումարը համընկնում է հնարավոր նվազագույն մեծության հետ՝ ըստ ՓՔՄ-ի:

Հիպերբոլի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը

Եթե գործոնային հատկանիշի աճման (նվազման) հետ փոքրանում (մեծանում) է նաև արդյունքային հատկանիշը՝ ոչ անսահմանորեն, այլ ձգտում է ինչ-որ վերջավոր սահմանի, այդ դեպքում հատկանիշի վերլուծության համար կիրառվում է հիպերբոլի տեսքի հավասարումը.

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x} :$$

Այս հավասարման պարամետրերի որոշման համար օգտվում են նորմալ հավասարումների համակարգից՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum\frac{1}{x} = \sum y \\ a_0\sum\frac{1}{x} + a_1\sum\left(\frac{1}{x}\right)^2 = \sum y\frac{1}{x} \end{cases}$$

Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով հիպերբոլի հավասարման պարամետրերը որոշելու համար անհրաժեշտ է այն բերել գծային տեսքի: Այդ նպատակով կատարում են փոփոխականների նշանակում՝ $\frac{1}{x} = x_1$: Արդյունքում ստացվում է նորմալ հավասարումների հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 = \sum y \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 = \sum yx_1 \end{cases} \tag{7.5}$$

Հիպերբոլի հավասարման պարամետրերը կարելի է հաշվարկել ըստ հետևյալ բանաձևերի՝

$$a_0 = \frac{\sum y\sum x_1^2 - \sum x_1y\sum x_1}{n\sum x_1^2 - \sum x_1\sum x_1},$$

$$a_1 = \frac{n\sum x_1y - \sum x_1\sum y}{n\sum x_1^2 - \sum x_1\sum x_1}:$$

ՓՔՄ-ի կիրառումը բացատրվում է փորձի արդյունքներում անխուսափելի պատահական սխալների առկայությամբ:

7.4. Բազմակի (բազմագործոն) ռեգրեսիա

Միմյանց հետ կապված երեք և ավելի հատկանիշների միջև եղած կապը կոչվում է բազմակի կամ բազմագործոն ռեգրեսիա: Բազմագործոն ռեգրեսիայի մեթոդներով փոխկախվածությունների ուսումնասիրման դեպքում խնդիրը ձևակերպվում է ինչպես զույգային ռեգրեսիայի ժամանակ. այն է՝ որոշել կապը արդյունքային (y) և գործոնային հատկանիշների (x_i) միջև անալիտիկ արտահայտությամբ՝

$$\hat{y}_x = f(x_1, x_2 \ldots x_K): \tag{7.6}$$

Բազմակի ռեգրեսիայի մոդելների կառուցումն ընդգրկում է հետևյալ փուլերը.

ա) կապի ձևի (ռեգրեսիայի հավասարման) ընտրումը,

բ) գործոնային հատկանիշների ընտրումը,

գ) համակցության բավարար ծավալի ապահովումը չշեղված

գնահատականներ ստանալու համար:

Ռեգրեսիայի կապի ձևի ընտրությունը դժվարանում է նրանով, որ կապը հատկանիշների միջև տեսականորեն կարող է արտահայտվել մեծ թվով տարբեր ֆունկցիաների միջոցով: Իսկ հավասարման տեսքի ընտրության բարդությունը պայմանավորվում է այն հանգամանքով, որ կախվածության կամայական ձևի համար կարելի է ընտրել մի շարք՝ այդ կապերը որոշակի կերպով նկարագրող հավասարումներ:

Ռեգրեսիայի հավասարման նախնական տեսքի որոշման առավել ընդունելի եղանակը տարբեր հավասարումների հաջորդական դիտարկման (վերընտրման) մեթոդն է: Տրված մեթոդի էությունն այն է, որ որևէ սոցիալ-տնտեսական երևույթի կամ գործընթացի կապերը բնութագրելու համար ընտրված մեծ թվով ռեգրեսիայի հավասարումները իրագործվում են (լուծվում) համակարգիչների օգնությամբ՝ վերընտրման հատուկ մշակված ալգորիթմով և դրան հաջորդող վիճակագրական ստուգումով, գլխավորապես՝ Ստյուդենտի t-հայտանիշի և Ֆիշեր-Սնեդեկորի F-հայտանիշի հիման վրա: Վերընտրման մեթոդի օգտագործումը բավականին աշխատատար է և կապված է մեծածավալ հաշվողական աշխատանքների հետ:

Փոխկապվածության բազմագործոն մոդելների կառուցման փորձը ցույց է տվել, որ սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջև իրականում գոյություն ունեցող կախվածությունը կարելի է նկարագրել մոդելների հինգ տեսակների կիրառությամբ.

1) գծային՝ $\hat{y}_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k$;

2) աստիճանային՝ $\hat{y}_{1,2,\ldots,k} = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}\ldots x_k^{a_k}$;

3) ցուցչային՝ $\hat{y}_{1,2,\ldots,k} = e^{a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k}$;

4) պարաբոլային՝ $\hat{y}_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_kx_k^2$;

5) հիպերբոլային՝ $\hat{y}_{1,2,\ldots,k} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \ldots + \frac{a_k}{x_k}$:

Պարզության և տնտեսագիտորեն տրամաբանական մեկնաբանության շնորհիվ գծային մոդելներն ունեն հիմնական նշանակություն: Ոչ գծային մոդելները գծայնացման ճանապարհով բերվում են գծային տեսքի:

Արդեն ընտրված բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման կառուցման կարևոր փուլ է գործոնային հատկանիշների ընտրումը և դրանց հաջորդական ներառումը: Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման ձևավորման բարդությունն այն է, որ գրեթե բոլոր գործոննային հատկանիշները կախված են մեկը մյուսից:

Կարևոր է նաև կապի մոդելի չափայնության, այսինքն՝ գործոնային հատկանիշների **օպտիմալ քանակի** որոշումը: Ի դեպ՝ որքան շատ գործոնային հատկանիշներ են ընդգրկված հավասարման մեջ, այնքան լավ է այն նկարագրում տվյալ երևույթը: Սակայն մեծ թվով գործոնային հատկանիշներ ընդգրկող մոդելը (երբ n>100-ից) դժվար իրացվելի է և պահանջում է համակարգչային ժամանակի մեծ ծախսեր: Մոդելի չափերի կրճատումը՝ ի հաշիվ տնտեսագիտական և վիճակագրական տեսանկյունից ոչ էական, երկրորդական գործոնների, նպաստում է մոդելի պարզեցմանը և նրա որակի բարձրացմանը: Սակայն ուսումնասիրվող երևույթների և գործընթացների օրինաչափությունները գնահատելիս փոքր չափայնության ռեգրեսիայի մոդելի կառուցումը կարող է բավարար չլինել:

Գործոնային հատկանիշների ընտրության պրոբլեմը փոխկախվածությունների մոդելների կառուցման համար կարող է լուծվել էվրիստիկ կամ բազմաչափանի վիճակագրական մեթոդների վերլուծության հիման վրա:

Փորձագիտական գնահատման մեթոդը՝ որպես հիմնական մակրոտնտեսական ցուցանիշների վերլուծության էվրիստիկ մեթոդ, հիմնված է ինտուիտիվ-տրամաբանական նախադրյալների և բովանդակային-որակական վերլուծության վրա: Փորձագիտական տեղեկատվության վերլուծությունը կատարվում է կապի ոչ պարամետրիկ ցուցանիշների (Սպիրմենի, Կենդալի ռանգային կոռելյացիայի և կոնկորդացիայի գործակիցների) հաշվարկման և վերլուծության հիման վրա:

Գործոնային հատկանիշների ընտրության առավել նպատակահարմար եղանակն է **քայլային ռեգրեսիան** (քայլային ռեգրեսիոն վերլուծությունը): Մեթոդի էությունը հետևյալն է. գործոնները հաջորդաբար ընդգրկվում են ռեգրեսիայի հավասարման մեջ, և ստուգվում է դրանց նշանակալիությունը:

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարում կամ *կապի մոդել* է կոչվում արդյունքային և մի շարք գործոնային հատկանիշների վերլուծական արտահայտման ձևը:

Գծային բազմակի ռեգրեսիայի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y}_{1,2,3,\dots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k, \qquad \textbf{(7.7)}$$

որտեղ՝ $\hat{y}_{1,2,3,\dots,k}$ -ն՝ արդյունքային հատկանիշի տեսական արժեքներն են, որոնք ստացվել են համապատասխան գործոնային հատկանիշները ռեգրեսիայի հավասարման մեջ տեղադրելու արդյունքում,

$x_1, x_2, \dots, x_k$ -ն՝ գործոնային հատկանիշները,

$a_1, a_2, \dots, a_k$ -ն՝ մոդելի պարամետրերը (ռեգրեսիայի գործակիցները):

Մոդելի պարամետրերը կարելի է որոշել գրաֆիկական, փոքրագույն քառակուսիների և այլ մեթոդներով: ՓՔՄ-ով նվազագույնի է հասցվում հետևյալ արտահայտությունը.

$$S = \sum_{i=1}^{n}\left(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - \dots - a_kx_k\right)^2 \to \min;$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0; \ \frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \dots, \frac{\partial S}{\partial x_k} = 0:$$

Օրինակ՝ ըստ a_1 պարամետրի՝

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = \sum 2(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - \dots - a_kx_k)(-x_1) = 0:$$

Կատարելով համապատասխան ձևափոխություններ ըստ a_i պարամետրերի բոլոր արժեքների՝ կստանանք.

$$-2\sum yx_1 + 2a_0\sum x_1 + 2a_1\sum x_1^2 + 2a_2\sum x_2x_1 + \dots + 2a_k\sum x_kx_1 = 0,$$

որտեղից՝

$$a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_2x_1 + \dots + a_k\sum x_kx_1 = \sum yx_1:$$

Այսպիսի ձևափոխությունների արդյունքում կստանանք K անհայտներով (ըստ a_i պարամետրերի քանակի) նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 + \dots + a_k\sum x_k = \sum y \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_2x_1 + \dots + a_k\sum x_kx_1 = \sum yx_1 \\ \dots \qquad \dots \qquad \dots \\ \dots \qquad \dots \qquad \dots \\ a_0\sum x_k + a_1\sum x_1x_k + a_2\sum x_2x_k + \dots + a_k\sum x_k^2 = \sum yx_k \end{cases} \qquad \textbf{(7.8)}$$

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարումների կառուցման եղանակներից է կապի *մոդելի կառուցումը ստանդարտացված մասշտաբով*: Երբ գործոնային հատկանիշները տարբեր են ըստ էության և ունեն տարբեր չափման միավորներ, զգալիորեն դժվար է լինում գնահատել ռեգրեսիայի հավասարման մեջ ընդգրկված յուրաքանչյուր գործոնային հատկանիշի ազդեցությունը արդյունքային հատկանիշի վրա:

Այդպիսի դեպքերում գործոնային հատկանիշների ազդեցության առավել ճշգրիտ գնահատման համար կիրառվում են ստանդարտացված մասշտաբի բազմակի ռեգրեսիայի մոդելներ, որոնցում ենթադրվում է, որ ուսումնասիրվող հատկանիշների բոլոր նշանակությունները վերածվում են ստանդարտների, ըստ հետևյալ բանաձևի՝

$$t=\frac{x_i-\bar{x}}{\sigma}, \tag{7.9}$$

որտեղ՝ x_i-ն հատկանիշի արժեքն է բնական մասշտաբով:

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարումը ստանդարտացված մասշտաբում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\bar{t}_{1,2,\dots,k}=\beta_1 t_1+\beta_2 t_2+\dots+\beta_k t_k, \tag{7.10}$$

որտեղ՝ $t_1, t_2, \dots t_k$-ն $x_1, x_2, \dots, x_k$ հատկանիշների ստանդարտացված արժեքներն են,

$\bar{t}_{1,2,\dots,k}$-ն՝ ռեգրեսիայի հավասարումից ստացված համապատասխան արդյունքային հատկանիշի ստանդարտացված փոփոխականի միջին արժեքը,

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$-ն՝ ռեգրեսիայի ստանդարտացված գործակիցները:

Բազմագործոն ռեգրեսիայի մոդելի պարամետրերի որոշումը ստանդարտացված մասշտաբով կատարվում է ՓՔՄ-ով: Նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{cases}\sum tt_1=\beta_1\sum t_1^2+\beta_2\sum t_2t_1+\dots+\beta_k\sum t_kt_1,\\ \sum tt_2=\beta_1\sum t_1t_2+\beta_2\sum t_2^2+\dots+\beta_k\sum t_kt_2,\\ \dots \qquad \dots \qquad \dots\\ \dots \qquad \dots \qquad \dots\\ \sum tt_k=\beta_1\sum t_1t_k+\beta_2\sum t_2t_k+\dots+\beta_k\sum t_k^2,\end{cases} \tag{7.10.1}$$

որտեղ՝ t-ն արդյունքային հատկանիշի արժեքն է ստանդարտացված մասշտաբով:

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ գործակիցները հնարավորություն են տալիս համեմատականորեն գնահատելու յուրաքանչյուր գործոնային հատկանիշի ազդեցության աստիճանը արդյունքային (մոդելավորվող) հատկանիշի փոփոխության վրա:

Ստանդարտացված մասշտաբով հավասարումից հեշտ է անցնել բնական մասշտաբով հավասարմանը: a_i-ի գործակիցները ստացվում են հետևյալ հարաբերակցությունից՝

$$a_i=\beta_i\frac{\sigma_i}{\sigma_y}, \tag{7.11}$$

իսկ a_0 ազատ անդամը՝ հետևյալ արտահայտությունից.

$$a_0=\bar{y}-a_1\bar{x}_1-a_2\bar{x}_2-\dots-a_k\bar{x}_k:$$

Բերենք օրինակ: Աղյուսակ 7.5-ում ներկայացված են տվյալները թողարկվող արտադրանքի (y՝ տոննա), ներհերթափոխային պարապուրդների տևողության (x_1՝ րոպե) և բանվորների արտադրական ստաժի (x_2՝ տարի) վերաբերյալ:

Աղյուսակ 7.5

Արտադրանքի ծավալը, ներհերթափոխային պարապուրդները և բանվորների աշխատանքային ստաժը

Բանվորների համարները	Թողարկվող արտադրանքը (տոննա) y	Ներհերթափոխային պարապուրդի տևողությունը (րոպե) x_1	Բանվորների արտադրական ստաժը (տարի) x_2
1	39	19	4
2	38.7	15	3
3	...	...	...
4	...	...	...
5	38.9	17	4
6	...	...	...
7	...	...	...
8	...	...	...
9	40.4	10	7
10	39.5	13	5

Աղյուսակի տվյալների հիման վրա կառուցենք կապի բազմագործոն մոդելը թողարկվող արտադրանքի (արդյունքային հատկանիշ), ներհերթափոխային պարապուրդների տևողության և բանվորների արտադրական ստաժի միջև:

Լուծում. Ենթադրվում է, որ ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև կապը գծային է, և ռեգրեսիայի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y}_{x_1x_2}=a_0+a_1x_1+a_2x_2:$$

Հաշվարկման անհրաժեշտ տվյալները ստանալու համար կազմենք հաշվարկային աղյուսակ (տե՛ս աղյուսակ 7.6):

Աղյուսակ 7.6

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի որոշման հաշվարկային աղյուսակ

Բանվորների համարները	Թողարկվող արտադրանքը y	Ներհերթափոխային պարապուրդ x_1	Արտադր. ստաժ x_2	Հաշվարկային տվյալներ						
				y^2	x_1^2	x_2^2	yx_1	yx_2	x_1x_2	$\hat{y}_{x_1x_2}$
1	39	19	4	1521	361	16	741	156	76	38.841
2	38.7	15	3	1497.69	225	9	580.5	116.1	45	38.912
3	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
4	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
5	38.9	17	4	1513.21	289	16	661.3	155	68	38.981
6	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
7	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
8	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
9	40.4	10	7	1632.16	100	49	404	282.8	70	40.098
10	39.5	13	5	1560.25	169	25	513.5	197.5	65	39.470
Ընդ.	394	140	50	15526.1	2030	264	5506.1	1974.6	676	394
Միջին արժեք	39.4	14	5	1552.61	203	26.4	550.61	197.46	67.6	39.4

Նորմալ հավասարումների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 = \sum y \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_2x_1 = \sum yx_1 \\ a_0\sum x_2 + a_2\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 = \sum yx_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10a_0 + 140a_1 + 50a_2 = 394 \\ 140a_0 + 2030a_1 + 676a_2 = 5506.1 \\ 50a_0 + 676a_1 + 264a_2 = 1974.6: \end{cases}$$

Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք.

$$a_0 = 39.335,\ a_1 = -0.07,\ a_2 = 0.209:$$

Բազմակի ռեգրեսիայի մոդելը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y}_{x_1x_2} = 39.335 - 0.07x_1 + 0.209x_2:$$

a_1 պարամետրը ցույց է տալիս, որ միջհերթափոխային պարապուրդների տևողությունը մեկ րոպե ավելացնելու դեպքում արտադրանքի արտադրությունը նվազում է 0.07 տոննայով:

a_2 պարամետրը ցույց է տալիս, որ բանվորների արտադրական ստաժի ավելացումը մեկ տարով՝ 0.209 տոննայով ավելացնում է արտադրանքի արտադրությունը:

7.5. Կապի նշանակալիության գնահատումը: Ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա որոշումների ընդունում

Ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա կառուցված մոդելների համապատասխանության (adekվատության) ստուգումը սկսվում է ռեգրեսիայի յուրաքանչյուր գործակցի նշանակալիության ստուգումից: Դա իրականացվում է Ստյուդենտի t-հայտանիշի օգնությամբ՝

$$t_p = \frac{|a_i|}{\sqrt{\sigma^2_{a_i}}}, \qquad (7.12)$$

որտեղ՝ $\sigma^2_{a_i}$-ն ռեգրեսիայի գործակցի դիսպերսիան է:

Մոդելի պարամետրը համարվում է վիճակագրորեն նշանակալի, եթե.

$$t_p > t_{kp}\left(\alpha, \nu = n - k - 1\right),$$

որտեղ՝ α-ն կապը չափող պարամետրերի՝ զրոյի հավասար լինելու վերաբերյալ հիպոթեզի ստուգման չափանիշի նշանակալիության մակարդակն է, այսինքն՝ կապի վիճակագրականորեն էական լինելը հաստատվում է այդ զրոյական հիպոթեզի ժխտման դեպքում,

ν = n-k-1-ը՝ ազատության աստիճանների թիվը, որը բնութագրում է համակցության ազատ տատանվող միավորների քանակը,

n-ը՝ համակցության ծավալը:

Այդ արտահայտությունում առավել բարդ է որոշել դիսպերսիան, որը կարող է հաշվարկվել երկակի եղանակով: Էմպիրիկ մեթոդաբանությամբ ընդունված պարզագույն եղանակի իմաստը հետևյալն է. ռեգրեսիայի գործակցի դիսպերսիան կարող է մոտավոր հաշվարկվել հետևյալ արտահայտությունից՝

$$\sigma^2_{a_i} = \frac{\sigma^2_y}{k}, \qquad (7.13)$$

որտեղ՝ σ^2_y-ն արդյունքային հատկանիշի դիսպերսիան է,

k-ն՝ հավասարման գործոնային հատկանիշների թիվը:

Դիսպերսիայի մեծության ավելի ստույգ գնահատականը կարելի է ստանալ հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma_{a_i}^2 = \frac{\sigma_y \sqrt{1-R^2}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n}\sqrt{1-R_i^2}}, \qquad (7.14)$$

որտեղ՝ R_i-ն բազմակի կոռելյացիայի գործակցի արժեքն է ըստ x_i գործոնի՝ մյուս գործոնների հետ միասին:

Ամբողջ մոդելի համապատասխանության ստուգումն իրականացվում է F-հայտանիշի և ապրոքսիմացիայի միջին սխալի՝ $\overline{\varepsilon}$ -ի հաշվարկման օգնությամբ:

Ֆիշերի F-հայտանիշի արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$F = \frac{\frac{1}{k+1}\sum \hat{y}_k^2}{\frac{1}{n-k-1}\sum (y_i - \hat{y}_k)^2},$$

որտեղ՝ $\hat{y}_{1,2,\dots,k}$ -ն արդյունքային հատկանիշի տեսական արժեքն է,

n-ը՝ համակցության ծավալը,

k-ն՝ մոդելում գործոնային հատկանիշների թիվը:

Եթե $F_p > F_\alpha$, երբ նշանակալիության մակարդակը α=0.05 կամ α=0.01, ապա ռեգրեսիայի հավասարման մեջ եղած և իրականում գոյություն ունեցող կապերի անհամապատասխանության H_0 վարկածը ժխտվում է:

F_α-ի արժեքը որոշվում է հատուկ աղյուսակներից՝ α=0.05 կամ α=0.01 նշանակալիության մակարդակի և ν_1=k-1, ν_2=n-k ազատության աստիճանների թվի հիման վրա:

Այստեղ՝ n-ը դիտարկումների թիվն է,

k-ն՝ հավասարման մեջ եղած գործոնային հատկանիշների թիվը:

Ապրոքսիմացիայի միջին սխալի ($\overline{\varepsilon}$) արժեքը չպետք է գերազանցի 12-15%-ը.

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{n}\sum \frac{\left|y - \hat{y}_{1,2,\dots,k}\right|}{y} \cdot 100 :$$

Առավել բարդ է ռեգրեսիայի վերլուծության ավարտական փուլը՝ հավասարման տնտեսագիտական մեկնաբանումը: Կամայական մեկնաբանում սկսվում է ռեգրեսիայի հավասարման ընդհանրական վիճակագրական գնահատումից: Միաժամանակ գնահատվում է մոդելում ընդգրկված գործոնային հատկանիշների նշանակալիությունը, այսինքն՝ պարզաբանվում է, թե ինչպես են դրանք ազդում արդյունքային հատկանիշի վրա: Որքան մեծ է ռեգրեսիայի գործակցի արժեքը, այնքան նշանակալի է տրված գործոնային

հատկանիշի ազդեցությունը մոդելավորվող հատկանիշի վրա: Ընդ որում՝ հատուկ կարևորություն ունի ռեգրեսիայի գործակցի նշանը, որը պարզաբանում է տվյալ գործոնի ազդեցության բնույթը արդյունքային հատկանիշի վրա:

Եթե գործոնային հատկանիշն ունի դրական նշան, ապա այդ գործոնի աճը բերում է նաև արդյունքային հատկանիշի աճի: Բացասական նշանի դեպքում, դրա մեծացման հետ փոքրանում է արդյունքային հատկանիշը: Նշանների մեկնաբանությունը լիովին որոշվում է մոդելավորվող հատկանիշի սոցիալ-տնտեսական բովանդակությամբ:

Ուսումնասիրվող երևույթին ռեգրեսիայի հավասարման համապատասխանության վերլուծության արդյունքում կարող են ստացվել հետևյալ հնարավոր տարբերակները.

Ըստ F-հայտանիշի ստուգման արդյունքում պարզվել է, որ կառուցված մոդելը հիմնականում համարժեք է (ադեկվատ), իսկ ռեգրեսիայի բոլոր գործակիցները նշանակալի են: Այդպիսի մոդելը կարող է կիրառվել և՛ որոշումների կայացման, և՛ կանխատեսումների համար:

Մոդելը ըստ F-հայտանիշի ադեկվատ է, սակայն ռեգրեսիայի գործակիցների մի մասը նշանակալի չէ: Այդ դեպքում մոդելը կիրառելի է մի շարք որոշումների կայացման համար, իսկ կանխատեսման համար՝ ոչ:

Մոդելը ըստ F-հայտանիշի ադեկվատ է, սակայն ռեգրեսիայի բոլոր գործակիցները նշանակալի չեն: Այդպիսի մոդելը ամբողջությամբ համարվում է ոչ ադեկվատ: Դրա հիման վրա չեն ընդունվում որոշումներ, և կանխատեսումներ չեն իրականացվում:

Տնտեսական վերլուծության հնարավորություններն ընդլայնելու նպատակով կիրառվում են էլաստիկության մասնակի գործակիցները ($Э_{x_i}$), որոնք հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևով՝

(7.15)

որտեղ՝ $\overline{x}_i$-ը համապատասխան գործոնային հատկանիշի միջին արժեքն է,

$\overline{y}$-ը՝ արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքը,

a_i-ն՝ համապատասխան գործոնային հատկանիշի ռեգրեսիայի գործակիցը:

Էլաստիկության գործակիցը ցույց է տալիս, թե միջինում քանի տոկոսով կփոխվի արդյունքային հատկանիշի արժեքը գործոնային հատկանիշը մեկ տոկոսի չափով փոփոխվելու դեպքում:

Տնտեսական վերլուծության մյուս ցուցանիշը դետերմինացիայի մասնակի գործակիցն է՝

$$dx_i = r_{yx_i}\beta_{x_i}, \qquad (7.16)$$

որտեղ՝ dx_i-ն դետերմինացիայի մասնակի գործակիցն է,

r_{yx_i}-ն՝ արդյունքային և i-րդ գործոնային հատկանիշների միջև զույգային կոռելյացիայի գործակիցը,

β_{x_i}-ն՝ բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման համապատասխան գործակիցը՝ ստանդարտացված մասշտաբով:

Դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը ցույց է տալիս, թե արդյունքային հատկանիշի տատանման քանի տոկոսն է պայմանավորված ռեգրեսիայի հավասարման մեջ մտնող i-րդ հատկանիշի տատանումով:

Բազմակի դետերմինացիայի գործակիցը (R^2) բազմակի կոռելյացիայի գործակցի քառակուսի աստիճանն է: Այն բնութագրում է, թե արդյունքային հատկանիշի տատանման ո՛ր մասն է պայմանավորված բազմագործոն ռեգրեսիայի մոդելում ընդգրկված գործոնային հատկանիշների փոփոխությամբ: Մոդելավորվող հատկանիշի վրա առանձին գործոնային հատկանիշի ազդեցությունն առավել ճիշտ գնահատելու համար կիրառվում է **Q-գործակիցը**, որը որոշվում է՝

$$Q_{x_i} = \text{э}_{x_i} v_{x_i} \qquad (7.17)$$

բանաձևով, որտեղ՝ v_{x_i}-ն համապատասխան գործոնային հատկանիշի վարիացիայի գործակիցն է:

Հաշվարկը կարող է լրացվել դետերմինացիայի մասնակի և բազմակի գործակիցների որոշումով և պարզաբանմամբ, ինչը հնարավորություն է տալիս ընդհանուր ձևով արտացոլել չափակցվող ցուցանիշի կապը գործոնային հատկանիշի հետ:

Օրինակ՝ 7.5 աղյուսակի տվյալներով հաշվարկենք էլաստիկության, դետերմինացիայի և Q- մասնակի գործակիցները ներիերթափոխային պարապուրդի տևողության (x_1) և բանվորների արտադրական ստաժի (x_2) գործոնների համար:

Լուծում. էլաստիկության մասնակի գործակիցը որոշվում է (7.15) բանաձևով: Ըստ ներհերթափոխային պարապուրդի տևողության էլաստիկության գործակիցը՝

$$\text{э}_1 = a_1\frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = -0.07\,\frac{14}{39.4} = -0.0248,$$

որտեղ $\text{э}_1 = -0.0248$ ցույց է տալիս, որ 1 %-ով պարապուրդների ավելացումը 2.48 %-ով կրճատում է արտադրանքի թողարկումը:

Որոշենք արտադրանքի էլաստիկության գործակիցը՝ կախված բանվորների արտադրական ստաժից.

$$\text{э}_2 = a_2\frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = 0.209\cdot\frac{5}{39.4} = 0.0265:$$

э_2-էլաստիկության գործակիցը ցույց է տալիս, որ արտադրական ստաժի 1%-ով ավելացման դեպքում թողարկվող արտադրանքը ավելանում է 2.65%-ով:

Որոշենք դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը x_1 ներհերթափոխային պարապուրդի տևողության գործոնի համար (7.16 բանաձևով)՝

$$dx_1 = r_{yx_1}\beta_{x_1}:$$

Բետա-գործակիցները որոշվում են $\beta_i = a_i\frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}$ բանաձևով, իսկ կոռելյացիայի գործակիցը՝ (7.19) բանաձևով՝

$$r_{yx_i} = \frac{\overline{yx_i} - \bar{y}\cdot\bar{x}_i}{\sigma_y\sigma_{x_i}}.$$

Գործակիցները (β_i, r_{yx_i}) հաշվարկելիս անհրաժեշտ է որոշել միջին քառակուսային շեղումները՝ σ_{x_1}, σ_{x_2} և σ_y-ը.

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \sqrt{203 - 14^2} = 2.646 \text{ րոպե};$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{26.4 - 5^2} = 1.183 \text{ տարի};$$

$$\sigma_y = \sqrt{1552.61 - 39.4^2} = 0.5 \text{ տոննա}:$$

Որոշենք կոռելյացիայի գործակիցները՝

$$r_{yx_1} = \frac{550.61 - 14\cdot 39.4}{2.646\cdot 0.5} = -0.748;$$

$$r_{yx_2} = \frac{197.46 - 5\cdot 39.4}{1.183\cdot 0.5} = 0.777:$$

Այս դեպքում՝

$$\beta_1 = -0.07\cdot\frac{2.646}{0.5} = -0.37;$$

$$dx_1 = -0.748\cdot(-0.37) = 0.27676;$$

$$dx_1 = 0.277:$$

Հաշվարկենք dx_2 դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը x_2 (արտադրական ստաժը) գործոնի համար.

$$dx_2 = \beta_{x_2} r_{yx_2}, \ \beta_{x_2} = 0.209 \cdot \frac{1.183}{0.5} = 0.494$$

$$dx_2 = r_{yx_2}\beta_{x_2} = 0.777 \cdot 0.494 = 0.383838 = 0.384:$$

Բետա-գործակիցների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ աշխատանքի արտադրողականության վրա առավել զգալի ազդեցություն է գործում աշխատանքային ստաժը: dx_1 մասնակի դետերմինացիայի գործակիցը վկայում է, որ 27.7 %-ով տատանումը պայմանավորված է միջհերթափոխային պարապուրդներով, իսկ dx_2-ը վկայում է, որ տատանման 38.4 %-ը պայմանավորված է բանվորների աշխատանքային ստաժով:

3) Որոշենք Q-գործակիցը ներհերթափոխային պարապուրդի տևողության գործոնի համար՝

$$Q_{x_1} = \text{э}_{x_1} v_{x_1}$$

$$\text{э}_{x_1} = -0.0248, \ v_{x_1} = \frac{\sigma_{x_1}}{\bar{x}_1} \cdot 100 = \frac{2.646}{14} \cdot 100\% = 18.9\%$$

$$Q_{x_1} = (-0.0248) \cdot 18.9 = -0.4687:$$

Q-գործակիցը բանվորների արտադրական ստաժի գործոնի համար կկազմի՝

$$Q_{x_2} = \text{э}_{x_2} v_{x_2}$$

$$\text{э}_{x_2} = 0.0265, \ v_{x_2} = \frac{1.183}{5} \cdot 100\% = 23.66\%$$

$$Q_{x_2} = 0.0265 \cdot 23.66 = 0.627:$$

Եզրակացություն. առավել էական է x_2 գործոնի (արտադրական ստաժի) ազդեցությունը:

Ընդհանրապես դրական գնահատելով ռեգրեսիայի հավասարումների նշանակությունը, որպես կապի ադեկվատ մոդելների, հարկ է նշել նաև դրանց բացասական հատկությունները: Այդ մոդելները լավ ապրոքսիմացիա են ունենում արդյունքային հատկանիշի այն նշանակությունների համար, որոնք գտնվում են հատկանիշի անհատական արժեքների կարգավորված շարքի կենտրոնում: Տվյալ նշանակությունների համար ապրոքսիմացիայի սխալը չի գերազանցում 1-2%-ը: Ելքային շարքի ծայրերում ապրոքսիմացիայի սխալները կարող են հասնել մինչև 50%-ի: Ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա հնարավոր չէ ստանալ մոդելավորվող ցուցանիշի օպտիմալ նշանակությունը. ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա կառուցված մոդելները ունեն թույլ էքստրապոլյացիոն հատկություններ, քանի որ չեն արտացոլում սոցիալ-տնտեսական երևույթների և պրոցեսների զարգացման միտումները: Դրանք պիտանի են միայն հավանական բնույթ կրող կարճաժամկետ կանխատեսումների համար:

Ռեգրեսիայի մոդելների առավել լրիվ տնտեսական մեկնաբանումը հնարավորություն է տալիս բացահայտելու տնտեսական սուբյեկտների զարգացման պահուստները (ռեզերվները) և բարձրացնելու դրանց գործարար ակտիվությունը:

7.6. Կոռելյացիոն կապի ուսումնասիրման պարամետրական մեթոդները

Կոռելյացիայի գոյության գնահատումը: Կապի սերտության և ուղղվածության որոշումը սոցիալ-տնտեսական երևույթների ուսումնասիրման և փոխկախվածության քանակական չափման կարևոր խնդիրն է: Հատկանիշների միջև կապի սերտության գնահատումը ենթադրում է որոշել, ինչքանով է համապատասխանում արդյունքային հատկանիշի տատանումը մեկ կամ մի քանի գործոնային հատկանիշների փոփոխությանը:

Կապի սերտության գծային կախվածությունը որոշվում է կոռելյացիայի գործակցի օգնությամբ: Վիճակագրության տեսությունում մշակվել և գործնականում կիրառվում են տարբեր հաշվարկային բանաձևեր.

$$r_{xy} = \frac{\overline{(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{7.18}$$

որտեղ՝ r_{xy} -ը գծային կոռելյացիայի գործակիցն է:

Օգտվելով միջին թվաբանականի հատկություններից և (7.18) բանաձևից՝ ստանում ենք.

$$r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}: \tag{7.19}$$

Հետագա ձևափոխությունները թույլ են տալիս ստանալ գծային կոռելյացիայի հաշվարկման հետևյալ բանաձևերը.

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}, \tag{7.20}$$

կամ՝

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}, \tag{7.20.1}$$

որտեղ՝ n-ը դիտարկումների թիվն է:

Կատարելով հաշվարկը ըստ գումարային (ելակետային) փոփոխականների՝ կոռելյացիայի գծային գործակիցը կարելի է հաշվարկել նաև հետևյալ բանաձևով.

$$r_{xy}=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2-\left(\sum y\right)^2\right]}} \tag{7.21}$$

կամ

$$r_{xy}=\frac{\sum xy-\sum x\frac{\sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2-\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]\left[\sum y^2-\frac{\left(\sum y\right)^2}{n}\right]}}: \tag{7.22}$$

Կոռելյացիայի գործակիցը կարող է արտահայտվել նաև դիսպերսիաների գումարելիների միջոցով՝

$$r_{xy}=\frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2-\sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}: \tag{7.23}$$

Վերջին երեք բանաձևերից կարելի է օգտվել, երբ դիտարկումների ծավալը՝ $n \le 20 \div 30$: Կոռելյացիայի գծային գործակցի և ռեգրեսիայի գործակցի միջև գոյություն ունի որոշակի կապ՝

$$r_{xy}=\frac{a_i\sigma_{x_i}}{\sigma_y}, \tag{7.24}$$

որտեղ՝ a_i -ն կապի հավասարման ռեգրեսիայի գործակիցն է,

σ_{x_i} -ն՝ գործոնային հատկանիշի միջին քառակուսային շեղումը:

Գծային կոռելյացիայի գործակիցը կարևոր նշանակություն ունի սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների այն ուսումնասիրություններում, որոնց բաշխումը մոտ է նորմալ բաշխման օրենքին:

Հեշտ է ապացուցել, որ $r_{xy}=0$ պայմանի դեպքում x և y փոփոխականներն անկախ են: Այդ պայմանի դեպքում ռեգրեսիայի գործակիցները նույնպես հավասար կլինեն զրոյի՝ $a_{xy}=0$, $a_{yx}=0$, իսկ ռեգրեսիայի ուղիղները կլինեն փոխադարձ ուղղահայաց. առաջինը՝ զուգահեռ աբսցիսների առանցքին, իսկ երկրորդը՝ օրդինատների առանցքին: Եթե $r_{xy}=1$, նշանակում է բոլոր կետերը գտնվում են ուղղի վրա, և կախվածությունը դրանց միջև կլինի ֆունկցիոնալ: Այս դեպքում ռեգրեսիայի ուղիղները համընկնում են:

Գծային կոռելյացիայի գործակիցը բնորոշում է երկու պատահական մեծությունների կապի սերտությունը. ցույց է տրվում, որ կոռելյացիայի գործակիցը բացարձակ մեծությամբ փոքր կամ հա-

վասար է մեկի՝

$$|r_{xy}| \le 1 \text{ կամ՝ } -1 \le r_{xy} \le 1:$$

Կոռելյացիայի և ռեգրեսիայի գործակիցների նշանները համընկնում են: Ընդ որում՝ կոռելյացիայի գործակցի արժեքների մեկնաբանումը կարելի է ներկայացնել (7.7) աղյուսակի միջոցով:

Կոռելյացիայի գծային գործակցի նշանակալիությունը ստուգվում է Ստյուդենտի t-հայտանիշի հիման վրա: Առաջ է քաշվում և ստուգվում H_0 վարկածը՝ $H_0: r_{xy}=0$, այսինքն՝ կոռելյացիայի գործակիցը՝ $r_{xy}=0$-ի:

Այդ վարկածի ստուգման համար օգտվում են t-վիճակագրից՝

$$t_P=\sqrt{\frac{r_{xy}^2}{1-r_{xy}^2}(n-2)}=\frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}\sqrt{n-2}: \tag{7.25}$$

Եթե հաշվարկված արժեքը՝ $t_P>t_{KP}$ $(\alpha, \nu=n-2)$ աղյուսակային արժեքից, ապա H_0 վարկածը ժխտվում է, ինչը վկայում է կոռելյացիայի գծային գործակցի նշանակալիության, հետևաբար՝ x և y կախվածությունների միջև կապի առկայության մասին: Տվյալ հայտանիշից կարելի է օգտվել, երբ համակցության ծավալը՝ $n<50$-ից: Բազմաթիվ դիտարկումների դեպքում $(n>100)$ օգտագործվում է t-վիճակագրի հետևյալ բանաձևը.

$$t_P=\frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n}: \tag{7.26}$$

Աղյուսակ 7.7

Գծային կոռելյացիայի գործակցի գնահատումը

Կապի գծային գործակցի արժեքը	Կապի բնույթը	Կապի մեկնաբանումը
$r=0$	բացակայում է	
$0 \le r \le 1$	ուղիղ	x-ի մեծացման հետ մեծանում է y-ը, և հակառակը՝ x-ի փոքրացման հետ փոքրանում է y-ը:
$-1 \le r \le 0$	հակադարձ	x-ի մեծացման հետ y-ը փոքրանում է և հակառակը՝ x-ի փոքրացման հետ մեծանում է y-ը:
$r=1$	ֆունկցիոնալ	Գործոնային հատկանիշի յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է արդյունքային հատկանիշի մեկ որոշակի արժեք

Կոռելյացիայի գծային գործակցի միջակայքերի ստույգության գնահատման համար օգտվում ենք Ֆիշերի Z-բաշխումից՝

$$Z=\frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r}:$$

Առաջին հերթին գնահատվում է Z-ի միջակայքը՝

$$Z\in\left[Z'\pm t_{\nu}\sqrt{\frac{1}{n-3}}\right], \qquad \textbf{(7.27)}$$

որտեղ՝ t-ն նորմալ բաշխման աղյուսակային արժեքն է՝ կախված $\nu=1-\alpha$ (α-ն հավանականության մակարդակն է),

Z'-ը՝ $Z=f(r)$ բաշխման աղյուսակային արժեքը (Z'-ֆունկցիան կենտ է՝ $Z'=f(-r)=-f(r)$):

Z-ցուցիչի առավելությունը r-ի նկատմամբ այն է, որ Z-ի բաշխումն արագ մոտենում է նորմալ բաշխմանը, իսկ r-ի բաշխումը՝ զգալիորեն շեղվում է նորմալ բաշխումից: Այդ պատճառով փոքրաթիվ դիտարկումների ժամանակ Z-ի բաշխումը տալիս է հուսալի արդյունք:

Անցումը r-ից Z-ին կատարվում է հատուկ աղյուսակների օգնությամբ: Z-ի միջին սխալը որոշվում է՝

$$\mu_Z=\sqrt{\frac{1}{n-3}} \quad \text{բանաձևով,}$$

իսկ ստույգությունը գնահատվում է՝

$$t=\frac{Z}{\mu_Z} \quad \text{հայտանիշով:}$$

Օրինակ՝ ըստ աղյուսակ (7.2) տվյալների՝ հաշվարկենք գծային կոռելյացիայի գործակիցը (տես՝ աղյուսակ 7.3.1).

Աղյուսակ 7.7.1

Կոռելյացիայի գործակցի հաշվարկը

N	Հիմնական արտադրական ֆոնդեր (մլն դրամ. միավոր) x_i	Օրական մշակվող ճակնդեղ (հազ. տ) y_i	x_i^2	x_iy_i	y_i^2
1	2	8.9	4	17.8	79.21
2	2.3	10	5.29	23	100
3	2.4	9.9	5.76	23.76	98.01
4	2.9	10.3	8.41	29.87	106.09
5	2.9	10	8.41	29	100
6	3.7	13	13.69	48.1	169
7	3.7	12.8	13.69	47.36	163.84
8	4.1	13.1	16.81	53.71	171.61
Ընդ.	24	88	76.06	272.6	987.76
Միջին արժեք	3	11	9.5075	34.075	123.47

Լուծում. Օգտվելով (7.19) բանաձևից՝

$$r_{xy}=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sigma_x\sigma_y},$$

որտեղ՝ $\sigma_x=\sqrt{\overline{x^2}-(\overline{x})^2}=\sqrt{9.5075-9}=\sqrt{0.5075}=0.71$,

$$\sigma_y=\sqrt{123.47-121}=\sqrt{2.47}=1.57,\ \overline{xy}=34.07,\ \overline{x}=3,\ \overline{y}=11,$$

ստանում ենք $r_{xy}=\frac{34.075-3\cdot 11}{0.71\cdot 1.57}=\frac{1.075}{1.1147}=0.96$,

նշանակում է հիմնական արտադրական ֆոնդերի և օրական մշակվող շաքարի ճակնդեղի քանակի միջև գոյություն ունի սերտ դրական կապ, այսինքն՝ արտադրական ֆոնդերի մեծացումը առաջ է բերում մշակվող շաքարի ճակնդեղի քանակի ավելացում, և հակառակը:

Ստուգենք կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը.

$$t_P=\frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}\sqrt{n-2}=\frac{0.96}{\sqrt{1-0.96^2}}\sqrt{8-2}=8.39$$

$\alpha=0.05$ նշանակալիության մակարդակի և ν= 8 - 2 = 6 ազատության աստիճանների թվի դեպքում $[H_0: r=0]$ վարկածը ժխտվում է, քանի որ $|t_P|=8.39>t_{KP}=2.447$ (հավելված 4), ինչը հավաստում է տվյալ կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը:

Որոշենք կոռելյացիայի գծային գործակցի վստահելի միջակայքերը արտադրական ֆոնդերի և օրական մշակվող շաքարի ճակնդեղի քանակի միջև: Վստահելի հավանականությունը կլինի $\nu=0.95$ ($\alpha=0.05$, $\nu=1-\alpha$): Այս դեպքում t = 1.96 նորմալ բաշխման օրենքի համար (տե՛ս հավելված 1) $r_{xy}=0.96$, $Z'=1.9459$ (տե՛ս հավելված 6).

$$Z'-t_{\nu}\sqrt{\frac{1}{n-3}}\le Z\le Z'+t_{\nu}\sqrt{\frac{1}{n-3}}$$

$$1.9459-1.96\sqrt{\frac{1}{8-3}}\le Z\le 1.9459+1.96\sqrt{\frac{1}{8-3}}$$

$$1.9459-0.8765\le Z\le 1.9459+0.8765$$

$$1.0694\le Z\le 2.8224:$$

Ըստ Ֆիշերի Z-ձևափոխության աղյուսակի՝ որոշում ենք r-ի սահմանները՝ $0.79\le r\le 0.993$:

Երկու հատկանիշների միջև գծային և ոչ գծային կապի առկայության դեպքում սերտության չափը որոշելիս օգտվում են կոռելյացիոն հարաբերությունից: Տարբերում են **էմպիրիկ և տեսական** հարաբերությունները:

Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը հաշվարկվում է խմբավորման տվյալների հիման վրա, երբ δ^2-ն բնութագրում է արդյունքային հատկանիշի խմբային միջինների շեղումները ընդհանուր միջինից.

$$\eta=\sqrt{\frac{\sigma^2-\overline{\sigma_i^2}}{\sigma^2}}=\sqrt{1-\frac{\overline{\sigma_i^2}}{\sigma^2}}=\sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}, \qquad (7.28)$$

որտեղ` η-ն կոռելյացիոն հարաբերությունն է,

σ^2-ն` ընդհանուր դիսպերսիան,

$\overline{\sigma_i^2}$-ն` խմբային դիսպերսիաների միջինը,

δ^2-ն միջխմբային դիսպերսիան է (խմբային միջինների դիսպերսիան):

Թվարկված բոլոր դիսպերսիաները արդյունքային հատկանիշի դիսպերսիաներն են:

Տեսական կոռելյացիոն հարաբերությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով`

$$\eta=\sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}, \qquad (7.29)$$

որտեղ` $\delta^2$-ն արդյունքային հատկանիշի հարթեցված, այսինքն` ըստ ռեգրեսիայի հավասարման հաշվարկված արժեքների դիսպերսիան է`

$$\delta=\sqrt{\frac{\sum\left(\hat{y}_x-\bar{y}\right)^2}{n}}=\sqrt{\delta^2_{\hat{y}_x}},$$

σ^2-ն` արդյունքային հատկանիշի էմպիրիկ (փաստացի) դիսպերսիայի արժեքը`

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum\left(y_i-\bar{y}\right)^2}{n}}=\sqrt{\sigma_y^2}:$$

Տեղադրելով (7.29)` ստանում ենք հետևյալ բանաձևը.

$$\eta=\sqrt{\frac{\sum\left(\hat{y}_x-\bar{y}\right)^2}{\sum\left(y_i-\bar{y}\right)^2}}, \qquad (7.30)$$

որը բացատրվում է գործոնային հատկանիշի ազդեցությամբ:

Կոռելյացիոն հարաբերության հաշվարկման հիմքում ընկած է

(7.31)

որտեղ` $\sigma_i^2$-ն արտացոլում է արդյունքային հատկանիշի (y) տատանման աստիճանը` չնախատեսված բոլոր գործոնների ազդեցության ներքո, այսինքն` կրում է մնացորդային բնույթ.

$$\frac{\sum\left(y-\hat{y}_x\right)^2}{n}.$$

Այսպիսով, կոռելյացիոն հարաբերության բանաձևը կընդունի հետևյալ տեսքը`

$$\eta=\sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}=\sqrt{\frac{\sigma^2-\sigma^2_{ост}}{\sigma^2}}=\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{ост}}{\sigma^2}}: \qquad (7.32)$$

Կոռելյացիոն հարաբերությունը կապի սերտության ավելի ունիվերսալ ցուցանիշ է` գծային կոռելյացիայի գործակցի համեմատությամբ:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է ինչպես արդյունքային և մի քանի գործոնային հատկանիշների, այնպես էլ գործոնային հատկանիշների յուրաքանչյուր զույգի միջև գծային կապի առկայության դեպքում:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով`

$$R_{y/x_1x_2,\dots,x_k}=\sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}=\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{ост}}{\sigma^2}},$$

որտեղ` R-ը բազմակի կոռելյացիայի գործակիցն է,

δ^2-ն` ըստ բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման հաշվարկված` արդյունքային հատկանիշի տեսական արժեքների դիսպերսիան,

$\sigma^2_{ост}$-ն` մնացորդային դիսպերսիան,

σ^2-ն` արդյունքային հատկանիշի ընդհանուր դիսպերսիան:

Արդյունքային (y) և երկու գործոնային հատկանիշների (x_1, x_2) միջև կապի սերտությունը գնահատելու համար բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը կարելի է որոշել`

$$R_{y/x_1x_2}=\sqrt{\frac{r^2_{yx_1}+r^2_{yx_2}-2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1-r^2_{x_1x_2}}} \qquad (7.33)$$

բանաձևով, որտեղ` r-ը զույգային կոռելյացիայի գործակիցներն են հատկանիշների միջև:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը կարելի է հաշվարկել՝ օգտագործելով զույգային կոռելյացիայի (r_{ij}) և ռեգրեսիայի ստանդարտացված մասշտաբի (β_i) գործակիցները՝

$$R_{x_1,x_2,\dots x_K} = \sqrt{\beta_1 r_{yx_1} + \beta_2 r_{yx_2} + \dots + \beta_k r_{yx_K}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{K} \beta_i r_{yx_i}}\ :$$

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը փոփոխվում է 0-ից մինչև 1-ի սահմաններում՝ $0 \le R \le 1$:

Եթե R-ը ձգտում է 1-ի, նշանակում է հատկանիշների միջև գոյություն ունի սերտ կապ, որի խտությունը մեծ է:

Սակավաթիվ դիտարկումների դեպքում կոռելյացիայի գործակցի արժեքը, որպես կանոն, չափից ավելի է մեծանում:

Որպեսզի գնահատվի արդյունքային (մոդելավորվող) հատկանիշի ընդհանուր տատանումը՝ կախված գործոնային հատկանիշներից, բազմակի կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը ճշգրտվում է հետևյալ արտահայտության հիման վրա՝

$$\hat{R}_{y/x_1,x_2,\dots x_K} = \sqrt{1-\left(1-R^2_{y/x_1x_2}\right)\frac{n-1}{n-k-1}}\ , \qquad \textbf{(7.34)}$$

որտեղ՝ $\hat{R}$ -ը ճշգրտված նշանակությունն է,

n-ը՝ դիտարկումների թիվը,

k-ն՝ գործոնային հատկանիշների թիվը:

$\hat{R}_{y/x_1x_2}$ -ի ճշգրտումը չի կատարվում $\frac{n-k}{k} \ge 20$ պայմանի դեպքում:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը կարելի է ստուգել Ֆիշեր-Սնեդեկորի F-հայտանիշի հիման վրա.

$$F_P = \frac{\frac{1}{2}R^2_{y/x_1x_2}}{\frac{1}{n-3}\left(1-R^2_{y/x_1x_2}\right)}\ : \qquad \textbf{(7.35)}$$

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի ոչ նշանակալիության մասին վարկածը $[H_0 : R = 0]$ ժխտվում է, եթե $F_P > F_{KP}$ (α, $\nu_1=2$, $\nu_2=n-3$):

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի վստահելի սահմանների գնահատումը կատարվում է հետևյալ ձևով. R-ի մեծությունը համասարեցվում է Z մեծության հիպերբոլիկ տանգենսին՝

$$R = \mathrm{th}Z\ ,$$

որտեղ՝ $Z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+R}{1-R}$:

Z-ի բաշխման խտությունը մոտ է նորմալ բաշխմանը՝

$\overline{Z} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+R}{1-R} + \frac{R}{2(N-1)}$ միջին արժեքի և

$\sigma^2_Z = \frac{1}{N-3}$ դիսպերսիայի դեպքում:

Հետևաբար՝ $\{-t\sigma_Z < Z_0 - Z < t\sigma_Z\} = \varphi(t)$:

Այստեղից՝ $Z - t\sigma_Z \le Z_0 \le Z + t\sigma_Z$, $Z_1 = Z - t\sigma_Z$, $Z_2 = Z + t\sigma_Z$:

Ըստ Ֆիշերի Z-ձևափոխման աղյուսակի՝ գտնում ենք R-ի նշանակության վերին և ստորին սահմանները՝ $R_1 < R < R_2$

Օրինակ՝ աղյուսակ 7.5-ի հաշվարկային տվյալներով՝ որոշենք բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը և դրա սխալը:

Այդ նպատակով որոշենք նաև զույգային կոռելյացիայի գործակիցները՝ կապի սերտության աստիճանը, արտադրանքի արտադրության, միջհերթափոխային պարապուրդի և աշխատանքային ստաժի միջև.

$$r_{yx_1} = \frac{550.61 - 14\cdot 39.4}{2.646\cdot 0.5} = -0.748;\ r_{yx_2} = \frac{197.46 - 5\cdot 39.4}{1.183\cdot 0.5} = 0.777;$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{67.6 - 14\cdot 5}{2.646\cdot 1.183} = -0.767\ :$$

Կոռելյացիայի գործակիցների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ արտադրանքի և միջհերթափոխային պարապուրդների տևողության միջև գոյություն ունի բացասական սերտ կոռելյացիոն կապ, իսկ արտադրանքի արտադրության և արտադրական ստաժի միջև՝ դրական սերտ կապ:

Զույգային կոռելյացիայի գործակիցների ազդեցությունը արդյունքային հատկանիշի վրա արտացոլվում է ոչ միայն հետազոտվող գործոններով, այլ նաև այլ գործոններով, որոնք չեն ընդգրկված գործոնային մոդելում:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը որոշվում է (7.33) բանաձևով.

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{(-0.748)^2 + 0.777^2 - 2(-0.748)\cdot 0.777(-0.767)}{1-(-0.767)^2}} = \sqrt{0.6597} = 0.8122$$

$\frac{n-k}{k} = \frac{10-2}{2} = \frac{8}{2} = 4 < 20$ պայմանի դեպքում կատարվում է տվյալ կոռելյացիայի գործակցի ճշգրտումը.

$\hat{R}_{y/x_1,x_2} = \sqrt{1-\left(1-R^2_{y/x_1,x_2}\right)\frac{n-1}{n-k-1}}$ բանաձևով,

$$\hat{R}_{y/x_1,x_2}=\sqrt{1-\left(1-0.812^2\right)\frac{10-1}{10-2-1}}=\sqrt{1-0.4375}=\sqrt{0.5625}=0.75:$$

Ստուգենք բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը Ֆիշեր-Սնեդեկորի F-հայտանիշի օգնությամբ (7.35 բանաձև)՝

$$F_P=\frac{\frac{1}{2}\cdot 0.812^2}{\frac{1}{10-3}\left(1-0.812^2\right)}=\frac{0.5\cdot 0.6597}{\frac{1}{7}\cdot(1-0.6597)}=\frac{0.33}{0.0486}=6.79:$$

Կոռելյացիայի գործակցի ոչ նշանակալիության մասին վարկածը ժխտվում է, քանի որ $F_P = 6.79 > F_{KP} = 4.74$ ($\alpha = 0.05$, $\nu_1 = 2$, $\nu_2 = 10 - 3 = 7$):

Որոշենք R-ի վստահելիության սահմանները գլխավոր համակցությունում: Այդ դեպքում վստահելի հավանականությունը կլինի՝

$\nu = 0.95$ ($\alpha = 0.05, \nu = 1 - \alpha$) $t_\nu = 1.96$ (հավելված 1)

R=0.812 Z=1.127

$$\sigma_Z=\sqrt{\frac{1}{n-3}}=\sqrt{\frac{1}{10-3}}=0.38;\ -1.96\cdot 0.38\le Z_0-Z\le 1.96\cdot 0.38$$

$$-0.745\le Z_0-Z\le 0.745;\ Z_1=1.127-0.745=0.382$$

$$Z_2=1.127+0.745=1.872;\ 0.382<Z<1.872:$$

Ըստ Ֆիշերի Z-ձևափոխության աղյուսակի (հավելված 6)՝ ստացվում է $0.36 \le R \le 0.95$:

Կոռելյացիայի ինդեքսի հաշվարկը: Արտադրանքի, պարապուրդի և ստաժի միջև կոռելյացիայի կապի սերտության գնահատման համար օգտագործելով աղյուսակ 7.6-ի տվյալները՝ հաշվարկենք ընդհանրական կոռելյացիայի ինդեքսը հետևյալ բանաձևով.

$$R=\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{y-\hat{y}_{x_1x_2}}}{\sigma^2_y}}:$$

Այդ նպատակով կազմենք լրացուցիչ աղյուսակ (տե՛ս աղյուսակ 7.8).

Աղյուսակ 7.8

Ընդհանուր և մնացորդային դիսպերսիաների հաշվարկը

Բանվորների համարները	Թողարկվող արտադրանքը	Ներհերթափոխային պարապուրդ	Արտադրական ստաժ	Հաշվարկային տվյալներ					
	y	x_1	x_2	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	$\hat{y}_{x_1x_2}$	$y-\hat{y}_{x_1x_2}$	$(y-\hat{y}_{x_1x_2})^2$	$\frac{y-\hat{y}_{x_1x_2}}{y}$
1	39	19	4	-0.4	0.16	38.841	0.159	0.025	0.004
2	38.7	15	3	-0.7	0.49	38.912	-0.212	0.045	0.0054
3	...	...	...						
4	...	...	...						
5	38.9	17	4	0.5	0.25	38.981	-0.081	0.007	0.002
6	...	...	...						
7	...	...	...						
8	...	...	...						
9	40.4	10	7	1	1	40.098	0.302	0.091	0.0074
10	39.5	13	5	0.1	0.01	39.470	0.03	0.0009	0.0007
Ընդ.	394	140	50		2.5	394		0.849	0.0814
Միջին արժեք	39.4	14	5		0.25	39.4		0.0849	

Կոռելյացիայի ինդեքսի հաշվարկման համար նախապես հաշվարկվում է ընդհանուր դիսպերսիան՝ σ^2_y, և մնացորդային՝ $\sigma^2_{y-\hat{y}_{x_1x_2}}$ դիսպերսիան.

$$\sigma^2_y=\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}=\frac{2.5}{10}=0.25$$

$$\sigma^2_{y-\hat{y}_{x_1x_2}}=\frac{\sum\left(y-\hat{y}_{x_1x_2}\right)^2}{n}=\frac{0.849}{10}=0.0849:$$

Կոռելյացիայի ինդեքսը՝ $R=\sqrt{1-\frac{0.0849}{0.25}}=\sqrt{0.6604}=0.8126$:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի և կոռելյացիայի ինդեքսի արժեքները (0.812 և 0.813) վկայում են, որ հատկանիշների միջև գոյություն ունի սերտ կապ, իսկ այդ գործակիցների միջև շեղվածությունը փոքր է 0.001-ից, որը հաստատում է նրանց միջև գծային կապի առկայությունը:

Ռեգրեսիայի մոդելի՝ $\hat{y}_{x_1x_2}=39.335-0.07x_1+0.209x_2$-ի համապատասխանության (ադեկվատության) գնահատումը կատարվում է Ֆիշերի F-հայտանիշի օգնությամբ: Այդ նպատակով նախապես որոշում են գործոնային դիսպերսիան`

$$\sigma^2_{\hat{y}_{x_1x_2}} = \sigma^2_y - \sigma^2_{y-\hat{y}_{x_1x_2}} = 0.25 - 0.0849 = 0.165$$

$$F_P = \frac{\sigma^2_{\hat{y}_{x_1x_2}}}{\sigma^2_{y-\hat{y}_{x_1x_2}}} \cdot \frac{n-m}{m-1} = \frac{0.165}{0.0849} \cdot \frac{10-3}{3-1} = 6.8 :$$

F_{KP}-ի աղյուսակային արժեքը` նշանակալիության մակարդակի $\alpha = 0.05$ և ազատության աստիճանների $\nu_1 = 2$, $\nu_2 = 10 - 3 = 7$ դեպքում հավասար է 4.74 (հավելված 5)`

$$F_{KP}(\alpha = 0.05, \nu_1 = 2, \nu_2 = 7) = 4.74 :$$

Քանի որ $F_P > F_{KP}(6.8 > 4.74)$, նշանակում է ռեգրեսիայի հավասարումը նշանակալի է (ադեկվատ):

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի գնահատումը կատարվում է Ստյուդենտի t-հայտանիշի օգնությամբ`

$$t_{a_1} = \frac{a_1\sigma_{x_1}\sqrt{1-r^2_{x_1x_2}}}{\sigma_y\sqrt{1-R^2_{y/x_1x_2}}} \cdot \sqrt{n-m-1} = \frac{-0.07 \cdot 2.646\sqrt{1-(-0.767)^2}}{0.5 \cdot \sqrt{1-0.812^2}} \sqrt{10-3-1} = -0.998$$

$$t_{a_2} = \frac{0.209 \cdot 1.183\sqrt{1-(-0.767)^2}}{0.5 \cdot \sqrt{1-0.812^2}} \cdot \sqrt{6} = 1.332 :$$

Նշանակալիության 0.05 մակարդակի և 6-ի հավասար ազատության աստիճանների դեպքում` հայտանիշի աղյուսակային արժեքը հավասար է 2.447 ($t_{KP}(0.05, \nu = 6) = 2.447$) (հավելված 4):

Քանի որ $t_P < t_{KP}$, նշանակում է` ռեգրեսիայի հավասարման $a_1$ և $a_2$ պարամետրերի նշանակալիությունը կասկածելի է: Պատճառը` ոչ մեծ թվով դիտարկումներն են. դիտարկումների թիվը պետք է գերազանցի պարամետրերի թվին առնվազն 6 – 7 անգամ, այսինքն` տվյալ օրինակում դիտարկումների թիվը պետք է 18 միավորից փոքր չլինի:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիության գնահատումը կատարվում է Ստյուդենտի t-հայտանիշի օգնությամբ`

$$t_{R_{yx_1x_2}} = \frac{R_{yx_1x_2}\sqrt{n-m-1}}{1-R^2_{yx_1x_2}} = \frac{0.812\sqrt{10-3-1}}{1-0.812^2} = 5.85 ;$$

$$t_{KP}(0.05, \nu = 6) = 2.447 \text{ (հավելված 4):}$$

Քանի որ $t_P > t_{KP}$, նշանակում է բազմակի կոռելյացիայի գործա-

կիցը նշանակալի է:

Դետերմինացիայի գործակիցը` $D = 0.812^2 = 0.6597$, ցույց է տալիս, որ արտադրանքի տատանման 65.97 %-ը բացատրվում է ներհերթափոխային պարապուրդի և աշխատանքային ստաժի տատանումով, իսկ 34.03%-ը` այլ գործոններով:

Ապրոքսիմացիայի միջին սխալը` $\varepsilon = \frac{0.0814}{10} \cdot 100\% = 0.8\%$,

որտեղ $\sum \frac{y - \hat{y}_{x_1x_2}}{y} = 0.0814 ;$

Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները բնութագրում են x_1 և x_2 երկու հատկանիշների միջև եղած կապի սերտության աստիճանը` մնացած (k-2) գործոնային հատկանիշների հաստատուն արժեքների դեպքում: Ենթադրենք ունենք երեք` x_1, x_2, x_3 գործոնային հատկանիշներ, որոնց միջև գոյություն ունի կոռելյացիոն կապ, դրանց զույգային կոռելյացիայի գործակիցները նշանակենք $r_{x_1x_2}$, $r_{x_1x_3}$, $r_{x_2x_3}$: Եթե գոյություն ունի սերտ կապ x_1 և x_3, x_2 և x_3 հատկանիշների միջև, կարելի է ենթադրել, որ սերտ կապ գոյություն կունենա նաև x_1 և x_2 գործոնային հատկանիշների միջև, ի հաշիվ այն բանի, որ x_3-հատկանիշը միաժամանակ ազդում է x_1 և x_2 հատկանիշների վրա: Այս դեպքում պետք է գտնել x_1 և x_2 –ի միջև կոռելյացիայի կապը` բացառելով x_3-հատկանիշի ազդեցությունը:

Այն գործակիցը, որում բացառվում է միայն մեկ գործոնային հատկանիշի ազդեցությունը, կոչվում է առաջին կարգի մասնակի կոռելյացիայի գործակից: Ընդհանուր տեսքով առաջին կարգի կոռելյացիայի գործակիցը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$r_{1,2,3,\ldots,k} = \frac{r_{1,2,3\ldots,k-1} - r_{1,k,3,\ldots,k-1} \cdot r_{2,k,3,\ldots,k-1}}{\sqrt{\left(1 - r^2_{1,k,3,\ldots,k-1}\right)\left(1 - r^2_{2,k,3,\ldots,k-1}\right)}} :$$

Երբ y արդյունքային հատկանիշը կախված է գործոնային` x_1 և x_2 հատկանիշներից, կոռելյացիայի մասնակի գործակիցների հաշվարկի բանաձևերը ընդունում են հետևյալ տեսքը.

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{\left(1 - r^2_{yx_2}\right)\left(1 - r^2_{x_1x_2}\right)}}, \qquad \textbf{(7.36)}$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_2x_1}}{\sqrt{\left(1 - r^2_{yx_1}\right)\left(1 - r^2_{x_2x_1}\right)}},$$

որտեղ` r-րը կոռելյացիայի զույգային գործակիցներն են ինդեքսներում նշված փոփոխականների միջև:

Առաջին դեպքում բացառվում է x_2 գործոնային հատկանիշի ազդեցությունը, երկրորդում՝ x_1-ինը: Կոռելյացիայի զույգային և մասնակի գործակիցների նշանակությունները տարբերվում են: Զույգային գործակիցը բնութագրում է կապը հատկանիշների միջև՝ հաշվի չառնելով մնացած հատկանիշների ազդեցությունը, իսկ մասնակի գործակիցը հաշվի է առնում նաև մնացած գործոնների առկայությունն ու ազդեցությունը:

Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցների նշանակալիության ստուգումն ու վստահելիության միջակայքի հաշվարկը նման է զույգային կոռելյացիայի հաշվարկին, միայն այն տարբերությամբ, որ ազատության աստիճանների թիվը՝ $\nu = n - k$ –ի, որտեղ k-ն մասնակի կոռելյացիայի գործակցի կարգն է:

Մասնակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիության ստուգումը կատարվում է հետևյալ բանաձևով.

$$t_{P(yx_1/x_2)} = \frac{r_{yx_1/x_2}}{\sqrt{1 - r^2_{yx_1/x_2}}} \cdot \sqrt{n-3},$$

$$t_{P(yx_2/x_1)} = \frac{r_{yx_2/x_1}}{\sqrt{1 - r^2_{yx_2/x_1}}} \cdot \sqrt{n-3},$$

$$t_{P(x_1x_2/y)} = \frac{r_{x_1x_2/y}}{\sqrt{1 - r^2_{x_1x_2/y}}} \cdot \sqrt{n-3}:$$

եթե՝

$$\left|t_{P(yx_1/x_2)}\right| > t_{KP}(\alpha = 0.05, \nu = n-3),$$

$$\left|t_{P(x_1x_2/y)}\right| > t_{KP}(\alpha = 0.05, \nu = n-3),$$

$$\left|t_{P(yx_2/x_1)}\right| > t_{KP}(\alpha = 0.05, \nu = n-3),$$

նշանակում է բերված գործակիցները նշանակալի են:

Նշանակալի մասնակի կոռելյացիայի գործակցի վստահելի միջակայքը կլինի՝

$$Z' - t_v\sqrt{\frac{1}{n-4}} \le Z \le Z' + t_v\sqrt{\frac{1}{n-4}}:$$

Օգտվելով Ֆիշերի Z-ձևափոխման աղյուսակից՝ ստանում ենք կոռելյացիայի գործակիցը վստահելի միջակայքում:

Օրինակ՝ աղյուսակ 7.6-ի հաշվարկային տվյալներով որոշենք մասնակի կոռելյացիայի գործակիցները: Կոռելյացիայի կապի սերտությունն ավելի ճշգրիտ գնահատելու համար հաշվարկվում է մասնակի կոռելյացիայի գործակիցներն ըստ (7.36) բանաձևի՝

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{-0.748 - 0.777(-0.767)}{\sqrt{\left[1 - 0.777^2\right]\left[1 - (-0.767)^2\right]}} = -0.38,$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{0.777 - (-0.748)(-0.767)}{\sqrt{\left[1 - (-0.748)^2\right]\left[1 - (-0.767)^2\right]}} = 0.48,$$

$$r_{x_1x_2/y} = \frac{-0.767 - (-0.748) \cdot 0.777}{\sqrt{\left[1 - (-0.748)^2\right]\left[1 - 0.777^2\right]}} = -0.445:$$

Մասնակի կոռելյացիայի գործակիցները ցույց են տալիս, որ բանվորների աշխատանքային ստաժի ազդեցությունը արտադրանքի վրա, բացառելով միջհերթափոխային պարապուրդների տևողությունը՝ փոքր է, քան զույգային կոռելյացիայի դեպքում:

Ստուգենք մասնակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը.

$$t_{P(yx_1/x_2)} = \frac{-0.38}{\sqrt{1 - (-0.38)^2}} \cdot \sqrt{10-3} = \frac{-0.38}{0.925} \cdot 2.646 = \frac{-1.00548}{0.925} = -1.087;$$

$$t_{P(yx_2/x_1)} = \frac{0.48}{\sqrt{1 - 0.48^2}} \cdot \sqrt{7} = \frac{0.48}{\sqrt{1 - 0.2304}} \cdot 2.646 = \frac{0.48}{0.88} \cdot 2.646 = 1.443;$$

$$t_{P(x_1x_2/y)} = \frac{-0.445}{\sqrt{1 - (-0.445)^2}} \cdot \sqrt{7} = \frac{-0.445}{\sqrt{1 - 0.198}} \cdot 2.646 = \frac{-0.445}{0.895} \cdot 2.646 = -1.314;$$

$t_{KP}(\alpha = 0.05, \nu = n - 3 = 7) = 2.365$ (հավելված 4):

Հետևաբար, բերված բոլոր մասնակի կոռելյացիայի գործակիցները նշանակալի չեն:

7.7. Սոցիալական երևույթների կապի ուսումնասիրման մեթոդները

Վիճակագրության կարևորագույն խնդիրներից է սոցիալական երևույթների վիճակագրական գնահատման մեթոդաբանության մշակումը, ինչը դժվար է այն առումով, որ սոցիալական բազմաթիվ երևույթներ չունեն քանակական գնահատական և չափման չեն ենթարկվում: Որպես կանոն, սոցիալական երևույթների, դրանց կապերի ու կախվածությունների վերլուծությունը պետք է սկսել կապերի գրաֆիկների կառուցումից: Կիրառվում են այդ կապերը բնութագրող հետևյալ գրաֆիկները.

«Շղթա». այս գրաֆիկի օգնությամբ արտապատկերվում են սոցիալական երևույթների միջև եղած այնպիսի կապերը, որոնք ունեն միևնույն էությունը և հավասարապես նշանակալի են:

«Աստղ». արտացոլում է այնպիսի սոցիալական երևույթների կախվածությունը, որոնք ձգտում են մեկ, առավել նշանակալիին: Այդ հատկանիշի բացառումը խախտում է մնացած հատկանիշների միջև եղած փոխկախվածությունները.

«Ցանց». տվյալ դեպքում ընտրում են մի քանի նշանակալի հատկանիշներ, որոնք միմյանցից սերտորեն կախված են:

Սոցիալական երևույթների բազմագործոն (բազմաչափանի) կապերի քանակական բնութագրման համար կիրառվում է կոռելյացիոն համաստեղությունների մեթոդը, որը հիմնված է տեղեկատվական գործակիցների հաշվարկման վրա: Այն հնարավորություն է տալիս փոխկապակցված հատկանիշները խմբավորելու, այսպես կոչված՝ համաստեղության մեջ:

Կոռելյացիոն համաստեղությունների կառուցման ալգորիթմը հիմնվում է նախնական մատրիցի տեղեկատվական գործակիցների առավելագույն արժեքների առանձնացման վրա: Առանձնացված համաստեղությունների հիման վրա կառուցվում է *«համաստեղության ծառը»*, որի էությունն այն է, որ գործոնային հատկանիշների միջև եղած ներհամաստեղային կապերը շատ սերտ են, իսկ միջհամաստեղային կապերը՝ թույլ:

Տեղեկատվական գործակիցների հաշվարկումը սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջև կապերի հետագա խորացված վերլուծության հիմքն է: Այդ կապերի քանակական գնահատականը տրվում է մի շարք գործակիցների հաշվարկման և վերլուծության հիման վրա: Խոսքը քանակական հատկանիշների տատանումների միջև հարաբերակցության առկայության դեպքում նրանց ասոցիացիայի, փոխկախվածության մասին է: Այս դեպքում կապի գնահատման համար կիրառում են մի շարք ցուցանիշներ:

Ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Երկու որակական հատկանիշների սերտ կապվածությունը որոշելու համար, որոնցից յուրաքանչյուրը բաղկացած է միայն երկու խմբերից, կիրառում են ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Կապի ուսումնասիրման ժամանակ թվային նյութը ներկայացվում է զուգակցման աղյուսակների տեսքով:

Հաշվարկման համար կազմում են աղյուսակ, որը ցույց է տալիս կապը երկու այնպիսի երևույթների միջև, որոնցից յուրաքանչյուրը այլընտրանքային է, այսինքն՝ բաղկացած է հատկանիշի երկու՝ միմյանցից որակապես տարբերվող արժեքներից (օրինակ՝ լավ-վատ, այո-ոչ և այլն):

Աղյուսակ 7.9

Ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցների հաշվարկման աղյուսակ

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

Գործակիցները հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևերով.

- ասոցիացիայի՝ $$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc};\qquad (7.37)$$
- կոնտինգենցիայի՝ $$K_к = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}:\qquad (7.38)$$

Կոնտինգենցիայի գործակիցը միշտ փոքր է ասոցիացիայի գործակցից:

Կապը համարվում է հաստատված, եթե՝

$K_a \geq 0.5$ կամ $K_к \geq 0.3$:

Օրինակ՝ կատարվել է սոցիալական հետազոտություն, որի արդյունքները բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (տե՛ս աղյուսակ 7.10).

Աղյուսակ 7.10

Սոցիալական հետազոտության արդյունքները

Ապահովված են աշխատանքով	Տղամարդ	Կին	Ընդամենը
Գոհ են իրենց աշխատանքից	270	80	350
Գոհ չեն իրենց աշխատանքից	30	120	150
Ընդամենը	300	200	500

Որոշենք ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները աշխատանքով ապահովվածության և սեռի միջև.

$$K_a = \frac{270 \cdot 120 - 30 \cdot 80}{270 \cdot 120 + 30 \cdot 80} = \frac{30000}{34800} = 0.86,$$

$$K_к = \frac{270 \cdot 120 - 30 \cdot 80}{\sqrt{300 \cdot 200 \cdot 350 \cdot 150}} = \frac{30000}{56100} = 0.53.$$

Ստացված գործակիցները հաստատում են հետազոտվող հատկանիշների միջև կապի գոյության առկայությունը: Կոնտինգենցիայի գործակիցը բոլոր դեպքերում փոքր է ասոցիացիայի գործակցից և տալիս է կապի սերտության ավելի վարկանիշային գնահատական:

Երբ որակական հատկանիշներից յուրաքանչյուրը բաղկացած է երկուսից ավելի խմբերից, այդ դեպքում կապի սերտության գնահատման համար կարելի է կիրառել Պիրսոն-Չուպրովի փոխզուգակցվածության գործակիցը (տե՛ս աղյուսակ 7.11):

Այդ գործակիցները որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2}} \quad ; \quad K_{Ч} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1-1)(K_2-1)}}}\,, \tag{7.39}$$

որտեղ՝ K_1-ը առաջին հատկանիշի (խմբերի) արժեքների թիվն է,

K_2-ը՝ երկրորդ հատկանիշի (խմբերի) արժեքների թիվը,

φ^2-ն՝ փոխզուգակցվածության ցուցանիշը:

φ^2-ն որոշվում է որպես աղյուսակի ամեն վանդակի հաճախականության քառակուսիների և համապատասխան սյունակի ու տողի հաճախականության արտադրյալների հարաբերությունների գումարից հանած մեկ՝

$$\varphi^2 = \sum \frac{n^2_{xy}}{n_x n_y} - 1\,, \tag{7.39.1}$$

Աղյուսակ 7.11

Փոխզուգակցվածության գործակցի հաշվարկման օժանդակ աղյուսակ

y \ x	I	II	III	Ընդամենը
I			n_{xy}	n_x
II				n_x
III				n_x
Ընդամենը	n_y	n_y	n_y	n

Որքան Չուպրովի և Պիրսոնի փոխզուգակցվածության գործակիցները մոտ են 1-ին, այնքան կապը սերտ է:

Ըստ օժանդակ աղյուսակի՝ փոխզուգակցվածության գործակիցը կարելի է հաշվարկել

$$1+\varphi^2 = \sum \frac{\sum \frac{n^2_{xy}}{n_x}}{n_y} = \sum \frac{\sum \frac{n^2_{xy}}{n_y}}{n_x}$$ բանաձևով:

Օրինակ՝ կատարվել է ընտրանքային հետազոտություն արտադրության պայմանների փոփոխման ազդեցության և արտադրությունում աշխատող բանվորական կոլեկտիվի փոխհարաբերությունների վերաբերյալ: Հարցման են ենթարկվել 250 բանվոր: Արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 7.12-ում:

Աղյուսակ 7.12

Ընտրանքային հետազոտության արդյունքները

Արտադրության պայմանները	Կոլեկտիվում փոխհարաբերությունները			
	Լավ	Բավարար	Անբավարար	Ընդամենը
Համապատասխանում է պահանջներին	30	20	10	60
Ոչ լրիվ է համապատասխանում	25	50	15	90
Չի համապատասխանում	10	40	50	100
Ընդամենը	65	110	75	250

Պահանջվում է բնութագրել հատկանիշների միջև եղած կապը փոխզուգակցվածության գործակցի օգնությամբ:

Լուծում. Ըստ (7.39.1) բանաձևի՝

$$\varphi^2 = \left(\frac{30^2}{60\cdot65} + \frac{25^2}{90\cdot65} + \frac{10^2}{100\cdot65} + \frac{20^2}{60\cdot110} + \frac{50^2}{90\cdot110} + \frac{40^2}{100\cdot110} + \frac{10^2}{60\cdot75} + \frac{15^2}{90\cdot75} + \frac{50^2}{100\cdot75}\right) - 1 = 1.2003 - 1 = 0.2003:$$

Փոխզուգակցվածության գործակիցը ըստ Պիրսոնի (7.39) կլինի՝

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{0.2003}{1+0.2003}} = \sqrt{0.1669} = 0.408:$$

Ստացված արժեքը վկայում է, որ կապը արտադրության պայմանների և բանվորական կոլեկտիվի փոխհարաբերություններում նկատելի է:

Փոխզուգակցվածության գործակիցը ըստ Չուպրովի (7.39) կլինի՝

$$K = \sqrt{\frac{0.2003}{\sqrt{(3-1)(3-1)}}} = \sqrt{\frac{0.2003}{2}} = 0.316:$$

Նշանակում է՝ կապը միջին է:

Վիճակագրությունում գոյություն ունեն Չուպրովի գործակցի մոդիֆիկացիաներ, օրինակ՝ Պիրսոնի χ^2-հայտանիշի հաշվարկման միջոցով: Փոխզուգակցվածության գործակիցը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$K_{Ч} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n+\chi^2}} \tag{7.40}$$

որտեղ՝ $\chi^2 = n\left\{\sum \frac{n^2_{xy}}{n_x n_y} - 1\right\}$ - համաձայնության առավել տարածված հայտանիշն է, որն օգտագործվում է բաշխման տեսակի վարկածի վիճակագրական ստուգման համար: Չուպրովի գործակիցը փոփոխվում է $0 \le K_{\text{չ}} \le 1$ սահմաններում:

Փոխզուգակցվածության գործակցի մյուս մոդիֆիկացիան՝

$$K = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\sqrt{(K_1-1)(K_2-1)}}} \text{-ն է,} \qquad \textbf{(7.41)}$$

որտեղ՝ K_1-ը աղյուսակի տողերի թիվն է,

K_2-ը՝ սյունակների թիվը,

n-ը՝ դիտարկումների թիվը:

Օրինակ՝ 7.12 աղյուսակի տվյալները հաշվի առնելով՝ որոշենք Չուպրովի փոխզուգակցվածության գործակցի մոդիֆիկացիան՝ ըստ Պիրսոնի χ^2 հայտանիշի:

Անհրաժեշտ է նախ որոշել՝

$$\chi^2 = n\left\{\sum \frac{n_{xy}^2}{n_x n_y} - 1\right\} = 250 \cdot 0.2003 = 50.075$$

արժեքը, այնուհետև ըստ (7.40), (7.41) բանաձևերի՝ փոխզուգակցվածության գործակիցների մոդիֆիկացիան.

$$K_{\text{չ}} = \sqrt{\frac{50.075}{250+50.075}} = \sqrt{\frac{50.075}{300.075}} = \sqrt{0.1669} = 0.408,$$

$$K_{\text{չ}} = \sqrt{\frac{50.075}{250\sqrt{(3-1)(3-1)}}} = \sqrt{\frac{50.075}{250 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{50.075}{500}} = 0.316:$$

Կապը միջին է:

Կապի գնահատման համար առանձնահատուկ նշանակություն ունի *կոռելյացիայի բիսերիալ գործակիցը*, որը հնարավորություն է տալիս գնահատելու այլընտրանքային որակական և տատանվող քանակական հատկանիշների միջև եղած կապը:

Այդ գործակիցը հաշվարկվում է ներքոնշյալ բանաձևով՝

$$r = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1|}{\sigma_y} \cdot \frac{pq}{z}, \qquad \textbf{(7.42)}$$

որտեղ՝ $\bar{y}_1$ և $\bar{y}_2$-ը խմբերի միջիններն են,

σ_y-ը՝ հատկանիշի փաստացի արժեքների և միջին մակարդակի տարբերությունների միջին քառակուսային շեղումը,

p-ն՝ առաջին խմբի մասը,

q-ն՝ երկրորդ խմբի մասը,

z-ը՝ Z բաշխման աղյուսակային արժեքը՝ կախված p-ից:

Օրինակ՝ 7.12.1 աղյուսակում ներկայացված են առևտրի բնագավառի աշխատողների եկամուտների՝ նրանց կրթական մակարդակից կախվածության վերաբերյալ տվյալները: Դրանց հիման վրա հաշվարկենք բիսերիալ կոռելյացիայի գործակիցը:

Աղյուսակ 7.12.1

Աշխատողների եկամուտների կախվածությունը կրթական մակարդակից

Կրթություն	Եկամուտների մակարդակ, հազ. դրամ				Ընդամենը
	200-300	300-400	400-500	500-600	
	250	350	450	550	
Ավարտել են բուհը	5	7	6	4	22
Չեն սովորել բուհում	9	4	2	1	16
Ընդամենը	14	11	8	5	38

Լուծում. Որոշենք $\bar{y}_1$ և $\bar{y}_2$-ը: $\bar{y}_1$=390.9, $\bar{y}_2$=318.8;

$$\bar{y} = \frac{390.9 \cdot 22 + 318.8 \cdot 16}{38} = \frac{13700.6}{38} = 360.5;$$

$$\sigma_y = 104.7,\ p = \frac{22}{38} = 0.58\ \ q = 0.42;\ Z_{\text{աղ.}} = 0.3975$$

$$p \cdot \frac{q}{z} = 0.58 \cdot \frac{0.42}{0.3975} = 0.61; r = \frac{|318.8 - 390.9|}{104.7} \cdot 0.61 = 0.42:$$

7.8. Կապի ոչ պարամետրական ցուցանիշներ

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների վերլուծության ընթացքում հաճախ հարկ է լինում օգտվել տարբեր պայմանական գնահատականներից, օրինակ՝ ռանգերի տարբերության նշանից, իսկ առանձին հատկանիշների միջև փոխկախվածությունը կարելի է որոշել կապի ոչ պարամետրական գործակիցների օգնությամբ: Տվյալ գործակիցները հաշվարկվում են պայմանով, որ ուսումնասիրվող հատկանիշները ենթարկվեն բաշխման տարբեր օրենքների: Երկու (x և y) հատկանիշների միջև ոչ պարամետրական կապի պարզագույն գործակիցը Ֆեխների կոռելյացիայի գործակիցն է: Հաշվարկման հիմքում ընկած է ոչ թե x և y հատկանիշների բացարձակ արժեքների, այլ դրանց միջինից ունեցած շեղումների համեմատման սկզբունքը:

Գործնականում **Ֆեխների գործակցի** օգտագործումը հիմնված է այն ենթադրության վրա, որ փորձնական հատկանիշի x_i միջինից ունեցած շեղումները՝ $(x_i - \bar{x})$, կրում են պատահական բնույթ և պետք է պատահական ձևով շաղկապել տեսական հատկանիշի (y_i)

միջին արժեքից ունեցած շեղումների $(y_i - \overline{y})$ հետ: Յաշվարկում են համընկնող և չհամընկնող զույգերի նշանները ըստ $(x_i - \overline{x})$ և $(y_i - \overline{y})$ շեղումների:

Ֆեխների գործակիցը (K_φ) որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$K_\varphi = \frac{C - H}{C + H}, \tag{7.43}$$

որտեղ՝ C-ն համընկնող շեղումների նշանների գումարն է,
H-ը՝ չհամընկնող շեղումների նշանների գումարը:

Ֆեխների գործակիցը կարող է ընդունել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական արժեքներ՝ $-1 \le K_\varphi \le 1$:

$K_\varphi = \pm 1$-ի դեպքում x և y հատկանիշներն ունեն ֆունկցիոնալ կապ,

$K_\varphi = 0$-ի դեպքում կապը բացակայում է:

Ֆեխների գործակցի միջանկյալ արժեքները բնութագրում են կապի սերտության աստիճանը երկու հատկանիշների միջև: Ֆեխների գործակցի նշանը վկայում է հատկանիշների միջև եղած կապի ուղղվածությունը: Եթե $K_\varphi \in [-1; 0]$ կապը հակադարձ է, այսինքն՝ x-ի աճման կամ նվազման հետ միաժամանակ նվազում կամ աճում է y-ը: Այս գործակցի թերությունն այն է, որ տարբեր մեծությունների շեղումների բացարձակ արժեքները միջին արժեքից փաստացի հավասարեցվում են ըստ կշռի: Դա զգալի կրճատում է դրա գործնական կիրառումը:

Կապի ռանգային գործակիցները

Կարգավորումը (ռանգավորումը) ուսումնասիրության օբյեկտների հաջորդական դասակարգման ընթացակարգ է, որը կատարվում է նախընտրելիության սկզբունքի հիման վրա: *Ռանգը* աճման կամ նվազման կարգով դասավորված հատկանիշի արժեքների հերթական համարն է կամ զբաղեցրած տեղը: Յատկանիշի արժեքների համարը, որոնք ունեն միևնույն քանակական գնահատականը, ռանգը ընդունվում է հավասար՝ դրանց տրվող հաջորդական համարների միջին թվաբանականին: Այդպիսի ռանգերը կոչվում են կապակցված:

Կապի սերտության գնահատման ոչ պարամետրական մեթոդներից կարևոր նշանակություն ունեն Սպիրմենի և Քենդալի ռանգային գործակիցները: Դրանք կարող են օգտագործվել ինչպես քանակական, այնպես էլ որակական հատկանիշների միջև կապի սերտությունը գնահատելու համար, պայմանով, որ դրանց արժեքները կարգավորված են ըստ հատկանիշի աճման կամ նվազման աստիճանի:

Ռանգային կոռելյացիայի գործակիցը (Սպիրմենի գործակիցը) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով (կապակցված ռանգեր չլինելու դեպքի համար).

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}, \tag{7.44}$$

որտեղ՝ d-ն արդյունքային և գործոնային հատկանիշների ռանգերի տարբերությունն է,
n-ը՝ դիտարկումների թիվը (ռանգերի զույգերի թիվը):

Սպիրմենի գործակիցը կարող է ընդունել ցանկացած արժեքներ [-1, 1] միջակայքում: Գործակցի հաշվարկը բավականին պարզ է, սակայն հաճախ թույլ տրված սխալի պատճառով մեծությունը պարամետրական զույգային կոռելյացիայի գործակցից տարբերվում է 10-15%-ի չափով: Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակցի նկատմամբ ճիշտ են այն դատողությունները, որոնք վերաբերում են զույգային կոռելյացիայի գործակցին:

Սպիրմենի ռանգային կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը ստուգվում է Ստյուդենտի t-հայտանիշի միջոցով: Յայտանիշի հաշվարկային արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$t_p = r_S \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r_S^2}}: \tag{7.45}$$

Կոռելյացիայի գործակցի արժեքը վիճակագրորեն համարվում է նշանակալի, եթե $t_P > t_{KP}$ $(\alpha, \nu = n-2)$:

Օրինակ՝ հացաբույսերի համար նախատեսված հանքային պարարտանյութերի քանակի ավելացման (x կգ/հա) և հացաբույսերի բերքատվության (y ց/հա) վերաբերյալ ունենք ստորև բերված տվյալները.

x_i	15	18	19	19	21	30	30	35	38	40
y_i	13.5	14	14	14.3	14	15	18.2	15	17	20

Որոշենք Սպիրմենի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցը x-ի և y-ի միջև:

Լուծում. Կազմենք հաշվարկային աղյուսակ (7.13)-ը:

Երրորդ սյունակում աճման կարգով գրանցում ենք հանքային պարարտանյութի քանակի ռանգերը՝ d_x, իսկ չորրորդ սյունակում՝ բերքատվության ռանգերը՝ d_y-ը: Կրկնվող արժեքների ռանգերը ընտրվում են որպես դրանց հերթական համարների միջին թվաբանականը: Օրինակում 14 (կգ/հա) արդյունքը կրկնվում է երեք անգամ՝ զբաղեցնելով 2-րդ, 3-րդ և 4-րդ ռանգերը: Միջին ռանգը հավասար կլինի $\frac{2+3+4}{3}=3$, նշանակում է 14 (կգ/հա) արժեքների ռանգը գրանցվում է հավասար 3-ի: Նույն սկզբունքով ռանգերը հաշվակվում են բերքատվության համար:

Աղյուսակ 7.13

Սպիրմենի ռանգային կոռելյացիայի հաշվարկը

x_i	y_i	Ռանգը d_x	Ռանգը d_y	Ռանգերի տարբերությունը $d = d_x - d_y$	d^2
1	2	3	4	5	6
15	13.5	1	1	0	0
18	14	2	3	-1	1
19	14	3.5	3	0.5	0.25
19	14.3	3.5	5	-1.5	2.25
21	14	5	3	2	4
30	15	6.5	6.5	0	0
30	18.2	6.5	9	-2.5	6.25
35	15	8	6.5	1.5	2.25
38	17	9	8	1	1
40	20	10	10	0	0
Ընդամենը					17

Որոշում ենք ռանգերի $d = d_x - d_y$ տարբերությունները (5-րդ սյունակ), որոնք բարձրացնում ենք քառակուսի (6-րդ սյունակ) և գումարում՝

$$\sum d^2 = 17:$$

Օգտվելով (7.44) բանաձևից՝ կստանանք.

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 17}{10(10^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 17}{10 \cdot 99} = 0.897:$$

Տվյալ դեպքում կոռելյացիայի սերտ կապ գոյություն ունի բերքատվության և հանքային պարարտանյութի քանակի ավելացման միջև:

Ստուգենք կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը (7.45) բանաձևով՝

$$t_P = 0.897\sqrt{\frac{10-2}{1-0.897^2}} = 0.897\sqrt{\frac{8}{1-0.805}} = 0.897\sqrt{\frac{8}{0.195}} = 5.745$$

Ըստ աղյուսակի տվյալների որոշում ենք սահմանային (կրիտիկական) արժեքը՝

$$t_{KP}(\alpha = 0.05,\ \nu = n-2);\ t_{KP}(\alpha = 0.05, \nu = 8) = 2.306:$$

Քանի որ $t_P > t_{KP}$ $(5.745 > 2.306)$, Սպիրմենի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցը նշանակալի է (հավելված 4):

Երբ ըստ ուսումնասիրվող երևույթի՝ արժեքների համակցությունը պարունակում է կապակցված ռանգեր, Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$r_S = \frac{\frac{1}{6}(n^3-n) - \sum_{i=1}^{n} d_i^2 - T_x - T_y}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(n^3-n) - 2T_x\right] \cdot \left[\frac{1}{6}(n^3-n) - 2T_y\right]}}, \qquad (7.46)$$

որտեղ՝ $T_{x/y} = \frac{1}{12}\sum_{j=1}^{K}(t_j^3 - t_j)$,

t-ն՝ j-րդ շարքի միանման ռանգերի թիվն է:

Օրինակ՝ կապակցված ռանգերի դեպքում Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակիցը ըստ 7.13 աղյուսակի տվյալների հավասար կլինի՝

$$r_s = \frac{\frac{1}{6}(1000-10) - 17 - 1 - 2.5}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(1000-10) - 2 \cdot 1\right] \cdot \left[\frac{1}{6}(1000-10) - 2 \cdot 2.5\right]}} = \frac{144.5}{\sqrt{163 \cdot 160}} = 0.895,$$

որտեղ՝

$$T_x = \frac{1}{12}\left[(2^3-2) + (2^3-2)\right] = \frac{1}{12}(6+6) = 1,$$

$$T_y = \frac{1}{12}\left[(3^3-3) + (2^3-2)\right] = \frac{1}{12}(24+6) = 2.5,$$

$$\sum d^2 = 17,\ n = 10:$$

Կապակցված ռանգերի դեպքում սերտ կապ գոյություն ունի բերքատվության և հանքային պարարտանյութերի քանակի ավելացման միջև ($r = 0.895$):

Գործնականում, եթե T_x և T_y մեծությունների տարբերությունը $\left[\frac{1}{6}(n^3-n)\right]$ արժեքից էական չէ, կարելի է օգտվել (7.47) բանաձևից՝

$$r_S = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} d^2}{\frac{1}{6}(n^3-n) - (T_x + T_y)}: \qquad (7.47)$$

Վերը հաշվարկված տվյալների հիման վրա որոշենք r_s-ի արժեքը՝

$$r_S = 1 - \frac{17}{\frac{1}{6}\left(10^3 - 10\right) - \left(1 + 2.5\right)} = 1 - \frac{17}{165 - 3.5} = 1 - 0.105 = 0.895 :$$

Քենդալի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցը նույնպես կարող է կիրառվել համասեռ օբյեկտները բնութագրող՝ միևնույն սկզբունքով ռանգավորված քանակական և որակական հատկանիշների միջև փոխկախվածությունն ուսումնասիրելու համար: Այս գործակիցն ունի տեսական առավելություն ռանգային կոռելյացիայի գործակցի համեմատ:

Քենդալի ռանգային կոռելյացիայի գործակցի հաշվարկը կատարվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$r_K = \frac{2S}{n(n-1)}, \tag{7.49}$$

որտեղ՝ S=p+q-ն՝ ըստ երկրորդ հատկանիշի հաջորդականությունների և շրջադասությունների թվերի տարբերությունների գումարն է,

n-ը՝ դիտարկումների թիվը:

Տվյալ գործակցի հաշվարկումը կատարվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

1. x-ի արժեքները կարգավորվում են աճման կամ նվազման կարգով:
2. y-ի արժեքները բաշխվում են x-ի արժեքներին համապատասխան հաջորդականությամբ:
3. y-ի յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է դրան հաջորդող և մեծությունը գերազանցող ռանգերի թիվը: Այդ թվերը գումարելով՝ որոշում ենք P-ի մեծությունը որպես ըստ x-ի և y-ի ռանգերի համապատասխանության չափանիշ (այն հաշվառվում է + նշանով):
4. Յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է իրենից հետո տեղակայված և իր մեծությունից փոքր ռանգերի թիվը. գումարային մեծությունը նշանակվում է Q-ով: Q-ն հաշվելու համար կատարում ենք նույն գործողությունը, բայց նախ հաշվվում է այն ռանգերի քանակը, որոնք իրենց մեծությամբ փոքր են տվյալ ռանգին հաջորդող ռանգից և նրանց վերագրում բացասական արժեք, որից հետո արդյունքները գումարվում են:
5. P-ի և Q-ի արժեքներով որոշում ենք S-ի մեծությունը:

Օրինակ՝ աղյուսակ 7.13-ի հաշվարկային տվյալների հիման վրա որոշենք Քենդալի կոռելյացիայի գործակիցը:

Լուծում. Խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ է որոշել ռանգերը և հաշվարկել S=p+q արժեքը:

P-ի արժեքը որոշելու համար հաշվարկում ենք, թե սկզբում

գտնվող «մեկ» ռանգից քանի՞սն են մեծ: Բոլոր 9 ռանգերն էլ մեծ են «1» ռանգից:

Հաջորդ ռանգը 3-ն է, որին գերազանցում են հաջորդող բոլոր 6 ռանգերը (նախորդները հաշվի չեն առնվում), 5 ռանգին գերազանցում են հաջորդ հինգ ռանգերը և այլն: Այս դեպքում P=9+6+6+5+5+3+1+2+1+0=38:

Q-ի հաշվարկման համար կատարում ենք նույն գործողությունը, բայց հաշվում ենք այն ռանգերի քանակը, որոնք իրենց մեծությամբ փոքր են նախորդ ռանգից.

$$Q = - 0 - 0 - 0 - 1 - 0 - 0 - 2 - 0 - 0 - 0 = -3$$

$$S = 38-3 = 35:$$

Ահա այսպիսին է Քենդալի կոռելյացիայի գործակիցը (տե՛ս (7.49) բանաձևը).

$$r_K = \frac{2 \cdot 35}{10(10-1)} = \frac{70}{90} = 0.78 :$$

Կոռելյացիայի գործակիցը նշանակալի է $(0.78 > 0.5)$:

Եթե ուսումնասիրվող համակցությունում կան կապակցված ռանգեր, ապա անհրաժեշտ է հաշվարկները կատարել՝

$$\tau_{xy} = \frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - V_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2} - V_y\right]}} \text{ բանաձևով,} \tag{7.50}$$

որտեղ՝ $V_{x/y} = \frac{1}{2}\sum t_j(t_j - 1)$:

Ըստ աղյուսակ 7.13 տվյալների՝

$$\tau_{xy} = \frac{35}{\sqrt{\left[\frac{10(10-1)}{2} - 2\right]\cdot\left[\frac{10(10-1)}{2} - 4\right]}} = \frac{35}{\sqrt{43 \cdot 41}} = \frac{35}{41.998} = 0.83,$$

որտեղ՝ $V_x = \frac{1}{2}[2(2-1) + 2(2-1)] = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$$V_y = \frac{1}{2}[3(3-1) + 2(2-1)] = 4 :$$

τ_{xy} գործակիցը վկայում է, որ սերտ կապ գոյություն ունի հանքային պարարտանյութերի ավելացման և բերքատվության միջև:

Սպիրմենի և Քենդալի կոռելյացիաների ռանգային գործակիցների միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$r_K = \frac{2}{3} r_S :$$

Յատկանիշների միջև կապը կարելի է համարել վիճակագրորեն նշանակալի, եթե Սպիրմենի և Քենդալի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցները մեծ են 0.5-ից:

Կոնկորդացիայի գործակից: Կամայական թվով կարգավորված հատկանիշների միջև կապի սերտությունը որոշելու համար կիրառվում է բազմակի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցը՝ կոնկորդացիայի գործակից (W), որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$W=\frac{12\cdot S}{m^2\left(n^3-n\right)}, \qquad \textbf{(7.51)}$$

որտեղ՝ m-ը գործոնների թիվն է,

n-ը՝ դիտարկումների թիվը,

S-ը՝ ըստ տողի ռանգերի գումարների քառակուսիների գումարի շեղումն է ռանգերի գումարի քառակուսու միջինից:

Կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունը ստուգվում է Պիրսոնի χ^2 հայտանիշի հիման վրա՝

$$\chi^2=\frac{12\cdot S}{mn(n-1)}: \qquad \textbf{(7.52)}$$

Եթե $\chi^2_P>\chi^2_{KP}$ $(\alpha=0.05, \nu=n-1)$, ապա կոռելյացիայի գործակցի արժեքը նշանակալի է:

Կապակցված ռանգերի առկայության դեպքում կոնկորդացիայի գործակիցը հաշվարկվում է՝

$$W=\frac{S}{\frac{1}{12}m^2\left(n^3-n\right)-m\cdot\sum\limits_{j=1}^{m}T_j} \text{ բանաձևով}, \qquad \textbf{(7.53)}$$

որտեղ՝ $$T_j=\frac{1}{12}\sum_{j=1}^{m}\left(t_j^3-t_j\right),$$

t_j-ն կապակցված ռանգերի թիվն է ըստ առանձին ցուցանիշների:

Նշանակալիության ստուգումը կատարվում է ըստ հետևյալ բանաձևի՝

$$\chi^2_P=\frac{S}{\frac{1}{12}m\cdot n(n-1)-\frac{1}{(n-1)}\cdot\sum\limits_{j=1}^{m}T_j}: \qquad \textbf{(7.54)}$$

Կոնկորդացիայի գործակիցն ընդունում է ցանկացած արժեք

[-1;1] միջակայքում: Եթե հաշվարկային արժեքը $\left(\chi^2_P\right)$ մեծ է աղյուսակային $\left(\chi^2_{K_P}\right)$ արժեքից՝ $\chi^2_P>\chi^2_{K_P}$ $(\alpha=0.05, \nu=n-1)$, ապա կոռելյացիայի գործակիցը նշանակալի է:

Այսպիսով, Սպիրմենի և Քենդալի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցների և կոնկորդացիայի գործակցի օգտագործման առավելությունն այն է, որ դրանց օգնությամբ կարելի է չափել և գնահատել ինչպես որակական, այնպես էլ ռանգավորման ենթակա քանակական (ատրիբուտիվ) հատկանիշների միջև եղած կապերը:

Օրինակ՝ ձեռնարկությունները հաշվետու տարում ունեն աղյուսակ 7.14-ում ներկայացված ցուցանիշները:

Բերված տվյալների հիման վրա որոշենք y, x և z ցուցանիշների միջև կախվածության սերտությունը՝ կոնկորդացիայի գործակցի օգնությամբ:

Աղյուսակ 7.14

Ձեռնարկությունների համարը	Բանվորի տարեկան աշխատանքի արտադրողականությունը (հազ. դրամ. միավ.)	Աշխատանքի զինվածությունը հիմնական կապիտալով (հազ. դրամ. միավ.)	Սարքավորումների տեսակարար կշիռը հիմնական ֆոնդերի արժեքով	Գործոնների ռանգավորումը			Ռանգերի գումարը	Ռանգերի գումարի քառակուսին
	y	x	z	R_y	R_x	R_z	$\sum\limits_1^m R_{ij}$	$\left(\sum\limits_1^m R_{ij}\right)^2$
1	360	15.2	0.39	10	10	10	30	900
2	298	12.8	0.29	1	3	3.5	7.5	56.25
3	328	13.8	0.34	6	8	7.5	21.5	462.25
4	330	14.0	0.36	7	9	9	25	625
5	366	16.3	0.47	12	12	12	36	1296
6	316	12.6	0.28	4	2	1.5	7.5	56.25
7	334	13.2	0.32	9	6	5	20	400
8	300	12.9	0.29	2	4	3.5	9.5	90.25
9	314	13.1	0.33	3	5	6	14	196
10	320	12.5	0.28	5	1	1.5	7.5	56.25
11	362	15.7	0.40	11	11	11	33	1089
12	332	13.5	0.34	8	7	7.5	22.5	506.25
Ընդ.				78	78	78	234	5733.5

Լուծում.

1. Կարգավորում ենք երեք ցուցանիշներից յուրաքանչյուրը առանձին-առանձին:

2. Գտնում ենք յուրաքանչյուր տողի ռանգերի գումարը, նաև ըստ բոլոր տողերի ընդհանուր գումարը:

3. Յուրաքանչյուր տողի ռանգերի գումարը բարձրացնում ենք քառակուսի և գտնում բոլոր 12 ձեռնարկությունների համար ընդհանուր գումարը:

4. Գտնում ենք S-ը՝ օգտվելով՝

$$S=\sum_1^n\left(\sum_1^m R_{ij}\right)^2-\frac{\left(\sum_1^n\sum_1^m R_{ij}\right)^2}{n}$$ բանաձևից:

R_{ij}-ն՝ i-րդ ցուցանիշի ռանգն է j-րդ միավորի.

$$S=5733.5-\frac{(234)^2}{12}=5733.5-\frac{54756}{12}=5733.5-4563=1170.5$$

5. Հաշվարկում ենք կոնկորդացիայի գործակիցը.

$$W=\frac{12S}{m^2(n^3-n)}=\frac{12\cdot1170.5}{3^2\cdot12(12^2-1)}=\frac{1170.5}{9\cdot143}=\frac{1170.5}{1287}=0.909$$

Հատկանիշների միջև կապը սերտ է: Ստուգենք կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունը Պիրսոնի χ^2 հայտանիշի օգնությամբ՝ (7.52) բանաձևով.

$$\chi^2_P=\frac{12\cdot1107.5}{3\cdot12(12-1)}=\frac{1107.5}{33}=33.56$$

$$\chi^2_{KP}=19.675\ \ (\alpha=0.05,\nu=n-1=11):$$

Քանի որ $33.56>19.675$-ից, նշանակում է կոնկորդացիայի գործակիցը նշանակալի է, և հատկանիշների միջև գոյություն ունի սերտ կապ:

Ծիվ 7.14 աղյուսակի տվյալներով հաշվարկենք կոնկորդացիայի գործակիցը կապակցված ռանգերի դեպքում՝ (7.53) բանաձևով:

Հաշվարկից ստացել ենք՝ S=1170.5

$$T_y=0;$$

$$T_x=0;$$

$$T_z=\frac{1}{12}\left[(2^3-2)+(2^3-2)+(2^3-2)\right]=\frac{18}{12}=1.5;$$

$$\sum T_i=T_x+T_y+T_z=1.5$$

$$W=\frac{S}{\frac{1}{12}m^2(n^3-n)-m\sum_{j=1}^n T_j}=\frac{1170.5}{\frac{1}{12}\cdot3^2(12^3-12)-3\cdot1.5}=$$

$$=\frac{1170.5}{9\cdot143-4.5}=\frac{1170.5}{1282.5}=0.9126:$$

Կոնկորդացիայի գործակիցը ցույց է տալիս, որ սերտ կապ գոյություն ունի ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև (W=0.9126): Պիրսոնի χ^2-ու հաշվարկային արժեքը կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունը տվյալ օրինակում որոշելիս հավասար կլինի՝

$$\chi^2_P=\frac{1170.5}{\frac{1}{12}\cdot3\cdot12(12-1)-\frac{1}{12-1}\cdot3}=\frac{1170.5}{3\cdot11-\frac{3}{11}}=\frac{1170.5}{33-0.273}=35.76:$$

$$\chi^2_{KP}=19.675\ \ (\alpha=0.05,\nu=n-1=11)$$

$$\chi^2_P=35.76>\chi^2_{KP}=19.675:$$

Հաստատվում է կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունը և վկայում, որ հատկանիշների միջև գոյություն ունի սերտ կապ:

ԳԼՈՒԽ VIII

ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՇԱՐՔԵՐ

8.1. Դինամիկայի շարքերի հասկացությունը և դասակարգումը

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների շարժումն ու զարգացումը ժամանակի ընթացքում ընդունված է անվանել դինամիկա: Դրա ուսումնասիրման համար կառուցվում են դինամիկայի շարքեր, որոնք ժամանակի ընթացքում փոփոխվող և ժամանակագրական (խրոնոլոգիական) հաջորդականությամբ բաշխված ցուցանիշների արժեքների շարքեր են: Դինամիկայի շարքը կազմավորող տարրերը շարքի մակարդակների և ժամանակահատվածների (օրինակ՝ տարի, եռամսյակ, ամիս և այլն) ցուցանիշներն են:

Երևույթի մեծությունը, չափը բնութագրող ցուցանիշի ամեն մի առանձին թվային արժեք կոչվում է մակարդակ:

Սովորաբար մակարդակները նշանակում են y_i-ով, իսկ ժամանակի պահերը՝ t-ով:

Գոյություն ունեն դինամիկայի շարքերի տարբեր տեսակներ, որոնք դասակարգվում են ըստ ստորև ներկայացված հատկանիշների:

- Կախված մակարդակների արտահայտման եղանակներից՝ լինում են բացարձակ, հարաբերական և միջին մեծություններով շարքեր:
- Կախված այն բանից, թե շարքի մակարդակներն ինչպես են արտահայտում երևույթի վիճակը ժամանակի որոշակի պահին (ամսվա սկիզբ, տարեսկիզբ) կամ դրա մեծությունը որոշակի ժամանակահատվածներում՝ տարբերում են դինամիկայի պահային և միջակայքային շարքեր: Դինամիկայի միջակայքային շարքի բացարձակ ցուցանիշների մակարդակները բնութագրում են որևէ գործընթացի հանրագումարները որոշակի ժամանակահատվածում: Դրանք կարող են գումարվել, քանի որ կրկնակի հաշվարկ չեն պարունակում: Պահային դինամիկայի շարքի առանձին մակարդակների բացարձակ մեծությունները գումարելն անիմաստ է, քանի որ պարունակում է կրկնակի հաշվառման տարրեր:
- Կախված ուսումնասիրվող գործնթացի հիմնական միտումի առկայությունից՝ դինամիկայի շարքերը ստորաբաժանվում են ստացիոնար և ոչ ստացիոնար շարքերի: Ընդ որում՝ եթե հատկանիշի մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան հաստատուն են և կախված չեն ժամանակից, գործընթացը կոչվում է ստացիոնար,

իսկ դինամիկայի շարքը՝ ստացիոնար շարք: Տնտեսական գործընթացները ժամանակի ընթացքում ստացիոնար չեն համարվում, քանի որ պարունակում են զարգացման հիմնական միտում, սակայն վերջինիս բացառման ճանապարհով այն կարելի է ձևափոխել ստացիոնարի:

- Ըստ ցուցանիշների թվի՝ կարելի է առանձնացնել մեկուսացված և համալիր (բազմաչափ) դինամիկայի շարքեր: Եթե ըստ ժամանակի կատարվում է մեկ ցուցանիշի վերլուծություն, այդ դեպքում դինամիկայի շարքը մեկուսացված է, իսկ բազմաչափ շարքերում նույն երևույթը բնութագրվում է ներկայացված մի շարք ցուցանիշների դինամիկայով:

8.2. Դինամիկայի վերլուծության ցուցանիշները

Ժամանակի ընթացքում երևույթների զարգացման արագության և ինտենսիվության վերլուծությունը պարզաբանվում է վերլուծական ցուցանիշների օգնությամբ, որոնք ստացվում են դինամիկայի շարքերի մակարդակների համեմատության արդյունքում: Այդ ցուցանիշներից են բացարձակ հավելաճը, աճի և հավելաճի տեմպերը, մեկ տոկոս հավելաճի բացարձակ արժեքը:

Դրանց մեծ մասի հաշվարկը հիմնվում է դինամիկայի շարքի մակարդակների՝ միմյանց հետ համեմատելու վրա: Մակարդակը, որի հետ կատարվում է համեմատությունը, կոչվում է բազիսային, իսկ համեմատվողը՝ հաշվետու: Շարքի յուրաքանչյուր հաջորդ մակարդակը համեմատելով նախորդի հետ՝ ստանում ենք դինամիկայի շղթայական ցուցանիշները:

Բացարձակ հավելաճ (Δy) է կոչվում դինամիկայի շարքի մակարդակների տարբերությունը, որը ցույց է տալիս՝ քանի՞ միավորով է ավելացել (պակասել) շարքի մակարդակը որոշակի ժամանակահատվածում:

Բացարձակ հավելաճը կարելի է հաշվարկել ինչպես սկզբնական, այնպես էլ անմիջապես նախորդ մակարդակի նկատմամբ: Այդ պատճառով տարբերում են դինամիկայի շարքի *բազիսային* և *շղթայական* բացարձակ հավելաճները:

Բազիսային բացարձակ հավելաճը հավասար է համեմատվող (y_i) և բազիսային (y_{i-t}) մակարդակների տարբերությանը՝ արտահայտված նույն միավորներով, որոնցով չափվում են մակարդակները.

$$\Delta y_{i/i-t} = y_i - y_{i-t} : \qquad (8.1)$$

Շղթայական բացարձակ հավելաճը հավասար է հաջորդ (y_i) և նախորդ (y_{i-1}) մակարդակների տարբերությանը՝

$$\Delta y_{i/i-1} = y_i - y_{i-1}: \qquad (8.2)$$

Աճի և հավելաճի տեմպերը։ Բացարձակ հավելաճն արտացոլում է աճի բացարձակ արագությունը։

Դինամիկայի շարքի մակարդակների փոփոխության ինտենսիվությունը գնահատվում է ընթացիկ և նախորդ կամ բազիսային մակարդակների հարաբերությունով։ Այդ ցուցանիշը ընդունված է անվանել *աճի* գործակից, իսկ տոկոսային արտահայտմամբ այն կոչվում է աճի տեմպ։ Բազիսային եղանակով աճի տեմպը հաշվարկվում է՝ համեմատվող մակարդակը (y_i) բազիսայինին (y_1) հարաբերելով.

$$T_{p_{i/1}} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100\,\%: \qquad (8.3)$$

Եթե որպես բազիսային ընդունվում է անմիջապես նախորդող մակարդակը, ստանում ենք շղթայական աճի տեմպը.

$$T_{p_{i/i-1}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\,\%, \qquad (8.4)$$

որտեղ՝ T_p-ն աճի տեմպն է։

Աճի գործակիցը ցույց է տալիս, թե քանի՞ անգամ է համեմատվող մակարդակը մեծ (եթե գործակիցը մեկից մեծ է) բազիսայինից, կամ դրա ո՞ր մասն է կազմում (եթե մեկից փոքր է)։

Դինամիկայի շարքի մակարդակների բացարձակ հավելաճի մեծության փոփոխությունը հարաբերական մեծություններով արտահայտելու նպատակով որոշվում է *հավելաճի տեմպը*, որը նույնպես լինում է բազիսային և շղթայական։

- Բազիսային հավելաճը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$T_{npy_{i/1}} = \frac{\Delta y_{i/1}}{y_1} \cdot 100 = \frac{y_i - y_1}{y_1} \cdot 100 = (T_{py_{i/1}} - 1) \cdot 100; \qquad (8.5)$$

- Շղթայական հավելաճի հաշվարկման բանաձևն է՝

$$T_{npy_{i/i-1}} = \frac{\Delta y_{i/i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100 = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100 = (T_{py_{i/i-1}} - 1) \cdot 100, \qquad (8.6)$$

որտեղ՝ T_{np}-ն հավելաճի տեմպն է։

Հավելաճի գործակիցը փոքր է աճի գործակցից մեկ միավորով, իսկ հավելաճի տեմպը աճի տեմպից՝ 100 %-ով, այսինքն՝

$$T_{npy_{i/i-1}} = T_{py_{i/i-1}} - 100\%: \qquad (8.7)$$

Դինամիկայի շարքի 1% բացարձակ հավելաճի արժեքը որոշվում է բացարձակ հավելաճը հարաբերելով հավելաճի տեմպին.

$$A|\%| = \frac{\Delta y_{i/i-1}}{T_{npy_{i/i-1}} \cdot 100} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{1}{100} y_{i-1} = 0{,}01 y_{i-1}: \qquad (8.8)$$

Տվյալ ցուցանիշը տնտեսագիտական իմաստ ունի միայն շղթայական եղանակով հաշվարկելու դեպքում։

Շղթայական և բազիսային տեմպերի միջև գոյություն ունի որոշակի կապ.

1. Հաջորդական շղթայական աճի տեմպերի արտադրյալը հավասար է համապատասխան ժամանակաշրջանի բազիսային աճի տեմպին՝

$$\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \ldots \frac{y_i}{y_{i-1}} = \frac{y_i}{y_1}. \qquad (8.9)$$

2. Հաջորդ բազիսային աճի տեմպը նախորդ բազիսային աճի տեմպի վրա բաժանելուց ստացված քանորդը հավասար է համապատասխան շղթայական աճի տեմպին.

$$\frac{y_i}{y_0} : \frac{y_{i-1}}{y_0} = \frac{y_i}{y_{i-1}}: \qquad (8.10)$$

Հաջորդ և նախորդ բացարձակ հավելաճերի տարբերությունը վիճակագրությունում կոչվում է **բացարձակ արագացում**՝

$$\Delta' = \Delta y_i - \Delta y_{i-1}: \qquad (8.11)$$

Այն ցույց է տալիս, թե որքա՞ն է տվյալ արագությունը մեծ (փոքր) նախորդից։

Այսպիսով, բացարձակ արագացումը արագության փոփոխությունն է. այն կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական։

Հարաբերական արագացումը բացարձակ արագացման հարաբերությունն է որպես բազիսային հանդիսացող բացարձակ հավելաճին ($\Delta' : \Delta y_i$), այսինքն՝ հարաբերական արագացումը բացարձակ հավելաճի տեմպն է, որը հաշվարկվում է միայն այն դեպքում, երբ բացարձակ հավելաճը՝ որպես համեմատման հիմք, դրական է։

8.3. Դինամիկայի շարքի միջին ցուցանիշները

Դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը հաշվարկվում է միջին ժամանակագրականով։ Միջին ժամանակագրականն այն միջինն է, որը հաշվարկվում է ժամանակի ընթացքում փոփոխվող արժեքներից և ընդհանրացնում ժամանակագրական տատանումները։ Պահային և միջակայքային դինամիկայի շարքերի միջին մակարդակների հաշվառման մեթոդները տարբեր են:

Բացարձակ մեծություններով, հավասարահեռ մակարդակներով միջակայքային դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը որոշվում է պարզ միջին թվաբանականի բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} : \qquad (8.12)$$

Եթե միջակայքային դինամիկայի շարքն ունի անհավասարահեռ մակարդակներ, շարքի միջին մակարդակը որոշվում է կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i}, \qquad (8.13)$$

որտեղ՝ y_i- ն դինամիկայի շարքի մակարդակն է,

n - ը՝ մակարդակների թիվը,

t_i - ն՝ մակարդակների միջև ժամանակահատվածի տևողությունը:

Դինամիկայի պահային շարքի միջին մակարդակը այդպիսի եղանակով հաշվարկել չի կարելի, քանի որ առանձին մակարդակները պարունակում են կրկնակի հաշվարկի տարրեր:

Հավասարահեռ մակարդակներով դինամիկայի պահային շարքի միջին մակարդակը որոշվում է պարզ միջին ժամանակագրականի բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}; \qquad (8.14)$$

կամ՝

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1} : \qquad (8.15)$$

Անհավասարահեռ մակարդակներով դինամիկայի պահային շարքի միջին մակարդակը որոշվում է կշռված միջին ժամանակագրականի բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \ldots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\cdot(t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1})} = \frac{\sum_{1}^{n-1}(y_i + y_{i+1})t_i}{2\sum t_i}$$

որտեղ՝ $y_1, y_2, \ldots, y_n$-ը դինամիկայի շարքի մակարդակներն են,

t_i -ն՝ մակարդակների միջև ժամանակաշրջանի տևողությունը:

Անհավասարահեռ մակարդակներով դինամիկայի պահային շարքի միջին մակարդակը կարելի է որոշել նաև հետևյալ բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}, \qquad (8.16)$$

որտեղ՝ $\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$:

Ըստ ժամանակի երևույթների փոփոխության արագության՝ ընդհանրացնող ցուցանիշը միջին բացարձակ հավելաճն է ($\bar{\Delta}$): Այն հնարավորություն է տալիս պարզելու, թե միավոր ժամանակահատվածում միջինում որքա՞ն պետք է ավելացնել շարքի մակարդակը (բացարձակ արտահայտությամբ), որպեսզի որոշակի տրված քանակով պարբերաշրջանների ընթացքում հնարավոր լինի սկզբնական մակարդակից հասնել արդյունքայինին:

Բացարձակ հավելաճը միջակայքային ցուցանիշ է. դրա միջին մեծությունը հաշվարկվում է հաջորդական և հավասար ժամանակահատվածների համար շղթայական հավելաճերից պարզ միջին թվաբանականի բանաձևով.

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_{i/i-1}}{n-1} \qquad (8.17)$$

կամ՝

$$\bar{\Delta}_y = \frac{y_n - y_1}{n-1}. \qquad (8.17.1)$$

Հնարավոր է նաև միջին բացարձակ հավելաճի հաշվարկը կումուլյատիվ տվյալներով.

$$\bar{\Delta}_y = \frac{2\sum_{i=1}^{n}(y_i - ny_1)}{n(n+1)} \qquad (8.18)$$

Այս բանաձևերը օգտագործում են՝ կախված հետազոտության նպատակից:

Աճի միջին տարեկան տեմպը որոշում ենք միջին երկրաչափականի բանաձևով.

$$\overline{T}_p = \sqrt[m]{K_{2/1} \cdot K_{3/2} \cdot \ldots \cdot K_{n/n-1}} = \sqrt[m]{\Pi K_{p\,i/i-1}}, \qquad \textbf{(8.19)}$$

որտեղ՝ $K_{p\,i/i-1} = \dfrac{y_i}{y_{i-1}}$ շղթայական աճի գործակիցն է,

m-ն՝ աճի տեմպերի թիվը:

(8.19) բանաձևում աճի տեմպերը փոխարինելով դրանց հարաբերություններով՝ $\dfrac{y_2}{y_1} \cdot \dfrac{y_3}{y_2} \cdot \ldots \cdot \dfrac{y_n}{y_{n-1}} = \dfrac{y_n}{y_1}$,

կստանանք՝

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}: \qquad \textbf{(8.19.1)}$$

Ժամանակի անհավասարահեռ մակարդակներով դինամիկայի շարքում աճի միջին տեմպը հաշվարկվում է կշռված միջին երկրաչափականի բանաձևով.

$$\overline{T}_p = \sqrt[\Sigma t]{K_1^{t_1} K_2^{t_2} \cdot \ldots \cdot K_n^{t_n}}, \qquad \textbf{(8.20)}$$

որտեղ՝ t-ն ժամանակահատվածն է, որի ընթացքում պահպանվում է աճի տվյալ տեմպը,

Σt-ն՝ ժամանակահատվածների գումարը:

Հավելաճի միջին տարեկան տեմպը հավասար է աճի միջին տեմպից հանած 100%.

$$\overline{T}_{np} = \overline{T}_p - 100\ \%: \qquad \textbf{(8.21)}$$

8.4. Դինամիկայի շարքի բաղադրիչները

Դինամիկայի շարքը կարող է ենթարկվել աստիճանական զարգացման՝ լինել տատանվող, ինչպես նաև փոփոխվել այլ տեսակի տարբեր գործոնների ազդեցությամբ:

Էվոլյուցիոն բնույթի ազդեցությունները զարգացման ընդհանուր ուղղությունը՝ բազմամյա էվոլյուցիան որոշող փոփոխություններն են, որն իր ճանապարհին է հարթում այլ համակարգված կամ պատահական տատանումների միջով: Դինամիկ շարքի այդպիսի փոփոխությունները կոչվում են **զարգացման միտում** (տենդենց) կամ **տրենդ**:

Տատանվող բնույթի ազդեցությունները լինում են **պարբերական (ցիկլային) և սեզոնային**: Պարբերական ազդեցության ներքո ուսումնասիրվող հատկանիշի նշանակությունը մի ինչ-որ ժամանակի ընթացքում աճում է, հասնում որոշակի առավելագույնի, հետո նվազում է՝ հասնելով որոշակի նվազագույն արժեքի, այնուհետև նորից է աճում մինչ նախկին նշանակությունը, և այդպես շարունակ: Ցիկլային տատանումները սխեմատիկորեն կարելի է ներկայացնել y = sint սինուսոիդի տեսքով: Տնտեսական գործընթացներում դրանք մոտավորապես համապատասխանում են, այսպես կոչված՝ իրավիճակի ցիկլերին: Սեզոնային տատանումներն այն տատանումներն են, որոնք պարբերաբար կրկնվում են յուրաքանչյուր տարվա, ամսվա ժամանակի որոշակի պահին կամ օրվա ժամին:

Դիտարկենք ոչ ռեգուլյար (կանոնավոր) տատանումները, որոնք սոցիալ-տնտեսական երևույթների համար կարելի է ստորաբաժանել երկու խմբի.

ա) հանկարծակի սկսվող փոփոխություններ, որոնք հետևանք են, օրինակ, պատերազմների կամ բնական աղետների,

բ) պատահական տատանումներ, որոնք մեծաքանակ, համեմատաբար թույլ, երկրորդական գործոնների ազդեցության արդյունք են:

Առանձնացնենք դինամիկայի շարքի հիմնական չորս բաղադրիչները. հիմնական տենդենցը (տրենդը՝ T), ցիկլային կամ իրավիճակային (K), սեզոնային (S), պատահական (E) տատանումները: Եթե դինամիկայի շարքը տրոհենք ըստ առանձին բաղադրամասերի, այն կարտահայտվի հետևյալ տեսքով՝

$$y = f(T, K, S, E):$$

Ելնելով միմյանց միջև ունեցած փոխկապվածությունից՝ հնարավոր է կառուցել դինամիկայի շարքի **ադդիտիվ** կամ էլ **մուլտիպլիկատիվ** մոդել:

Դինամիկայի շարքի ադդիտիվ մոդելը (y = T+K+S+E) բնութագրվում է գլխավորապես նրանով, որ ցիկլային և սեզոնային տատանումների բնույթը մնում է անփոփոխ:

Մուլտիպլիկատիվ մոդելում ($y = T \cdot K \cdot S \cdot E$) ցիկլային և սեզոնային տատանումների բնույթը մնում է կայուն (անփոփոխ) միայն տրենդի նկատմամբ:

8.5. Տրենդ: Տրենդի վերլուծության մեթոդները դինամիկայի շարքերում

Տրենդը դինամիկայի շարքի երկարաժամկետ (երկարատև) բաղադրիչն է, որը բնութագրում է դրա զարգացման հիմնական տենդենցը, ընդ որում՝ մնացած բաղադրամասերը դիտարկվում են միայն որպես նրա որոշման ընթացակարգի խանգարողներ:

Այն բանից հետո, երբ արդեն դինամիկայի շարքում հաստատվել և սահմանվել է տենդենցի առկայությունը, հարթեցման մեթոդների օգնությամբ կատարվում է նրա նկարագրումը (բնութագրումը): Հարթեցման մեթոդները բաժանվում են 2 հիմնական խմբերի.

ա) դինամիկայի շարքի առանձին անդամների հարթեցում կամ մեխանիկական հավասարեցում հարակից (հարևան) մակարդակների փաստացի նշանակությունների օգտագործմամբ,

բ) հարթեցում կորի միջոցով, որը անց է կացվում կոնկրետ մակարդակների միջև այնպես, որ արտացոլի շարքին հատուկ տենդենցը՝ միաժամանակ ծերբազատելով աննշան տատանումներից:

Դիտարկենք դրանցից յուրաքանչյուրը:

Միջինացման մեթոդը ըստ ձախ և աջ կեսի: Դինամիկայի շարքը բաժանվում է երկու մասի. յուրաքանչյուրի համար որոշվում է միջին թվաբանականը, և ստացված կետերով գրաֆիկի վրա տարվում տրենդի գիծը:

Միջակայքերի խոշորացման մեթոդը: Եթե տնտեսական ցուցանիշների մակարդակները ուսումնասիրվեն ժամանակի կարճատև հատվածներում, ապա տարբեր ուղղություններով գործող բազմաթիվ գործոնների ազդեցության հետևանքով դինամիկայի շարքերում կնկատվի այդ մակարդակների նվազում կամ աճ: Դա խանգարում է ընկալել ուսումնասիրվող երևույթի զարգացման հիմնական տենդենցը: Այդ իսկ պատճառով տրենդը ավելի ակնառու պատկերացնելու համար կիրառում են միջակայքերի խոշորացման մեթոդը, որը հիմնված է շարքի մակարդակներին վերաբերվող ժամանակահատվածների խոշորացման վրա: Օրինակ՝ արտադրանքի օրական թողարկման շարքը փոխարինվում է արտադրանքի ամսական թողարկման շարքով:

Պարզ սահող միջինի մեթոդը: Դինամիկայի շարքի հարթեցումը սահող միջինի օգնությամբ այն է, որ հաշվարկվում է շարքի առաջինից սկսվող որոշակի թվով հաջորդական մակարդակների միջին մակարդակը, ապա հաշվարկվում է միջինը մակարդակների նույն քանակի համար՝ սկսած երկրորդից, հետո՝ երրորդից, և այդպես շարունակ: Ստացվում է, որ միջին մակարդակները հաշվելիս կարծես «սահում են» դինամիկայի շարքի սկզբից մինչև վերջը՝ ամեն անգամ հեռացնելով սկզբի մեկ մակարդակը և ընդգրկելով մեկ հաջորդը. այստեղից էլ՝ **սահող միջին** անվանումը:

Սահող միջինի յուրաքանչյուր օղակ համապատասխան ժամանակաշրջանի միջին մակարդակն է, որը վերաբերում է ընտրված ժամանակահատվածի կենտրոնին: Յուրաքանչյուր կոնկրետ $(y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n)$ դինամիկայի շարքի համար սահող միջինը հաշվարկվում է ստորև նկարագրված ալգորիթմով:

1. Որոշում են հարթեցման միջակայքը, այսինքն՝ նրանում ընդգրկվող մակարդակների թիվը $m (m < n)$՝ կիրառելով հետևյալ կանոնը. եթե անհրաժեշտ է հարթեցնել մանր, անկանոն տատանումները, հարթեցման միջակայքը վերցնում են մեծ, և ընդհակառակը, հարթեցման միջակայքը փոքրացնում, երբ անհրաժեշտ է պահպանել առավել մանր ալիքները և ազատվել պարբերաբար կրկնվող տատանումներից, որոնք առաջացել են, օրինակ, մակարդակների ավտոկոռելյացիայի հետևանքով:

2. Հարթեցման միջակայքը ծևավորող մակարդակների համար հաշվարկում են միջին արժեքը, որը միաժամանակ միջակայքի կենտրոնական մակարդակի հարթեցնող արժեքն է (պայմանով, որ m-ը կենտ թիվ է), ստորև ներկայացված բանաձևերից որևէ մեկով.

$$y_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{m} \quad \text{կամ էլ} \quad \bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + \frac{y_{t+p} - y_{t-p-1}}{m}, \qquad (8.22)$$

որտեղ՝ y_i-ն i-րդ մակարդակի փաստացի արժեքն է,

m-ը՝ հարթեցման միջակայքում ներառված մակարդակների թիվը ($m=2p+1$),

y_t-ն՝ դինամիկայի շարքի ընթացիկ մակարդակը,

i-ն՝ հարթեցման միջակայքում եղած մակարդակների հերթական համարը,

p-ն՝ կենտ m-ի դեպքում հավասար է. $p = (m-1)/2$:

Սահող միջինի որոշումը զույգ թվով անդամ պարունակող դինամիկայի շարքի համար քիչ ավելի բարդ է, քանի որ միջինը կարելի է վերաբերել միայն հարթեցման միջակայքի կենտրոնում գտնվող երկու ժամանակահատվածների մեջտեղին:

3. Հարթեցման միջակայքը տեղաշարժում են դեպի աջ՝ մեկ կետով, այնուհետև (8.22) բանաձևով հաշվարկում t+1-րդ անդամի համար հարթեցված արժեքը, նորից տեղաշարժ կատարում, և այդպես շարունակ: Բերված կրկնական ընթացակարգի հաջորդական կիրառման արդյունքում ստանում են n-(m-1) նոր հարթեցված մակարդակներ:

Շարքի առաջին և վերջին p անդամները տվյալ ալգորիթմի օգնությամբ չի կարելի հարթեցնել, քանի որ դրանց նշանակությունները կորչում են:

Տրենդի հավասարման ընտրությունը: Երևույթների՝ ըստ ժամանակի զարգացման հիմնական միտումը արտացոլելու (արտահայտելու) համար կիրառվում են տարբեր աստիճանի բազմանդամներ, ցուցչային, լոգիստիկ կորեր, այլ ֆունկցիաներ:

Բազմանդամները լինում են հետևյալ տեսքի.

- առաջին աստիճանի բազմանդամ՝ $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$;

- երկրորդ աստիճանի բազմանդամ՝ $\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$;
- երրորդ աստիճանի բազմանդամ՝

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 ;$$

- n-երրորդ աստիճանի բազմանդամ՝

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \ldots + a_nt^n ,$$

որտեղ՝ a_0, a_1, a_2, ... a_n -ը՝ բազմանդամների պարամետրերն են,
t – ն՝ ժամանակի պայմանական նշանակումը:

Վիճակագրության պրակտիկայում ցածր աստիճանի բազմանդամների պարամետրերը երբեմն ունենում են դինամիկայի շարքի բնութագրիչների կոնկրետ մեկնաբանություն: Այսպես, a_0 պարամետրը մեկնաբանվում է որպես դինամիկայի շարքի միջին պայմանների բնութագրիչ, իսկ a_1, a_2, a_3-ները՝ արագացման փոփոխություն:

Վիճակագրությունում մշակված է զարգացման մոդելի բազմանդամի աստիճանի ընտրության կարգ, որը հիմնված է դինամիկայի շարքերի մակարդակների վերջավոր տարբերությունների որոշման վրա: Համաձայն կանոնի՝ առաջին աստիճանի բազմանդամը (ուղիղը) որպես մոդել կիրառվում է այնպիսի դինամիկայի շարքի համար, որի առաջին տարբերությունները (բացարձակ հավելաճերը) կայուն են, երկրորդ աստիճանի բազմանդամները կիրառվում են կայուն երկրորդ տարբերություններ (արագացումներ) ունեցող դինամիկայի շարքի արտացոլման համար, երրորդ աստիճանի բազմանդամները՝ կայուն երրորդ տարբերություններ ունեցող շարքերի համար և այլն:

Բազմանդամային մոդելներին բնորոշ է ուղիղ կապի բացակայությունը բացարձակ հավելաճերի և դինամիկայի շարքի մակարդակների հավելաճերի միջև:

Երևույթի աճի գործընթացն արտացոլող ենթադրվող ֆունկցիան կարող է լինել $\hat{y}_t = a_0a_1^t$ կամ $\hat{y}_t = a_0 \cdot (a_1)^{b_1t + b_2t}$ տեսքի ցուցչային ֆունկցիա: Ցուցիչները բնութագրում են այն հավելաճը, որը կախված է ֆունկցիայի հիմքի մեծությունից:

Առանձին հավասարումներն արտացոլում են դինամիկայի տարբեր տիպերը: Գործընթացի միանվագ աճը կամ նվազումը բնութագրում են հետևյալ ֆունկցիաները. ա) գծային, բ) պարաբոլիկ, գ) աստիճանային, դ) պարզ ցուցչային և դրանից ածանցված լոգարիթմական գծային, ե) բարդ ցուցչային և դրանից ածանցված լոգարիթմական պարաբոլը, զ) հիպերբոլիկ (հիմնականում նվազող պրոցեսներ), է) դրանց տեսակների համատեղումը:

Այնպիսի դինամիկայի շարքերի մոդելավորման համար, որոնք

շարքի սկզբում ցուցաբերում են արագ զարգացում, վերջում՝ զարգացման անկում, այսինքն՝ որոնք ձգտում են որոշակի սահմանային մեծության, կիրառվում են լոգիստիկ ֆունկցիաներ: Վերջիններս հաճախ արտահայտվում են հետևյալ տեսքով.

$$\hat{y}_t = \frac{K}{1 + e^{-a_0t}} \quad \text{կամ} \quad \hat{y}_t = \frac{K}{1 + 10^{a_0 + a_1t}} \; ;$$

որտեղ e -ն՝ բնական լոգարիթմի հիմքն է:

Բազմանդամների պարամետրերի հաշվարկը: Այն բանից հետո, երբ արդեն պարզաբանված է զարգացման կորի բնույթը, անհրաժեշտ է հաշվարկել դրա պարամետրերը: Բազմանդամով կամ ցուցիչով արտահայտված տրենդի հավասարման պարամետրերի որոշման պարզագույն մեթոդը հավասարումների համակարգի լուծումն է՝ ըստ դինամիկայի շարքի հայտնի մակարդակների: Ստորև բերված են ուղիղ գծի, երկրորդ կարգի պարաբոլի և ցուցչային հավասարումների պարամետրերի որոշման մեթոդաբանությունը:

Բազմանդամի հաջորդական պարամետրերը նշանակենք a_0, a_1, a_2..., a_n-ով: Այդ դեպքում նորմալ հավասարումների համակարգը ուղիղ գծի $(\hat{y}_t = a_0 + a_1t)$ հավասարման պարամետրերի գնահատման համար կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t = \sum y \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 = \sum yt \end{cases} : \tag{8.23}$$

Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք a_0 և a_1 պարամետրերի արժեքները.

$$a_0 = \frac{\sum y\sum t^2 - \sum t\sum yt}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}; \quad a_1 = \frac{n\sum yt - \sum y\sum t}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}.$$

Երկրորդ կարգի պարաբոլի $\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$ համար համանմանորեն կառուցենք նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t + a_2\sum t^2 = \sum y \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 = \sum yt \\ a_0\sum t^2 + a_1\sum t^3 + a_2\sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases} : \tag{8.24}$$

Գոյություն ունի նաև պարամետրերի հաշվարկման ավելի պարզեցված եղանակ, որով նկատելիորեն տնտեսվում է ժամանակը: Համաձայն դրա, կոորդինատների սկիզբը տեղափոխվում է դինամիկայի շարքի կենտրոն. այդ դեպքում պարզեցվում են հենց իրենք՝ նորմալ հավասարումները, փոքրացվում են հաշվարկին մասնակցող մեծությունների բացարձակ նշանակությունները։ Իսկապես, եթե մինչև կոորդինատների սկիզբը տեղափոխելը, t-ն հավասար էր 1,2,3,...n, ապա տեղափոխությունից հետո t = ...-4,-3,-2, -1,0,1,2,3,4,..., եթե, իհարկե, շարքն ունի կենտ թվով անդամներ։ Երբ անդամների թիվը զույգ է, ապա t =...-5,-3,-1,1,3,5,...։ Նշանակում է՝ $\sum t$ և բոլոր $\sum t^p$, որոնց p-ն կենտ թիվ է, հավասար են 0-ի։ Հետևաբար, հավասարումների բոլոր անդամները, որոնք պարունակում են այդպիսի աստիճաններով $\sum t$, կարող են բացառվել։ Այդ դեպքում ուղիղ գծի նորմալ հավասարումների պարզեցված համակարգը կստանա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 = \sum y \\ a_1\sum t^2 = \sum ty, \end{cases} \tag{8.25}$$

իսկ երկրորդ կարգի պարաբոլի համար՝

$$\begin{cases} na_0 + a_2\sum t^2 \quad \sum y \\ a_1\sum t^2 \quad \sum ty \\ a_0\sum t^2 + a_2\sum t^4 = \sum t^2 y: \end{cases} \tag{8.26}$$

Լուծելով (8.25) և (8.26) հավասարումների համակարգը՝ անհայտ պարամետրերի նկատմամբ, կստանանք բազմանդամի համապատասխան պարամետրերը։

a_1 պարամետրը արտահայտում է աճի սկզբնական արագությունը, իսկ a_2 գործակիցը՝ հավելաճի փոփոխության հաստատուն արագությունը։ Եթե երևույթի մակարդակն աճում է արագացումով, ապա դրա մեծությունը ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանի միջինի համար հավասար կլինի $2a_2$ միավորի։

Դինամիկայի շարքը ըստ ցուցչային $\left(\hat{y}_t = a_0 e^{a_1 t}\right)$ հավասարման հարթեցնելիս, պարամետրերը հաշվարկելու համար, ելքային տվյալների լոգարիթմների նկատմամբ կիրառվում է ՓՔՄ-ը։ Այսինքն՝ հարկավոր է լուծել հետևյալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} \sum \ln y = n\ln a_0 + a_1\sum t \\ \sum t\ln y = \ln a_0\sum t + a_1\sum t^2 \end{cases} \tag{8.27}$$

Եթե $\sum t = 0$, ապա հավասարման $\ln a_0$ և a_1 պարամետրերը գտնում են հետևյալ բանաձևից.

$$\ln a_0 = \frac{\sum \ln y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum t\ln y}{\sum t^2}$$

Ցուցիչը արտացոլում է $e^{a_1 t}$ միավորի հավասար կայուն հարաբերական աճ։

8.6. Սեզոնային տատանումներ

Սոցիալ-տնտեսական շատ երևույթների եռամսյակային կամ ամսական տվյալների դիտարկման ժամանակ հաճախ ի հայտ են գալիս մշտապես կրկնվող տատանումներ, որոնք տևական ժամանակաշրջանում էապես չեն փոփոխվում։ Դրանք բնակլիմայական պայմանների, ընդհանուր տնտեսական և բազմաթիվ այլ՝ մասամբ կարգավորվող գործոնների ազդեցության հետևանք են։

Տարվա ընթացքում տեղի ունեցող պարբերական տատանումները, որոնք ունեն որոշակի հաստատուն պարբերաշրջան, կոչվում են **սեզոնային տատանումներ** կամ **սեզոնային ալիքներ**, իսկ դինամիկայի շարքն այդ դեպքում անվանում են **տրենդ-սեզոնային** կամ պարզապես **դինամիկայի սեզոնային շարք**։ Սեզոնային վերելքներն ու վայրէջքները հանգեցնում են տարբեր անցանկալի արդյունքների։ Այդ կապակցությամբ, որպես կանոն, ձգտում են կա՛մ վերացնել, կա՛մ փոքրացնել (մեղմացնել) սեզոնային տատանումները։

Սեզոնային տատանումները բնութագրվում են հատուկ՝ **սեզոնայնության ինդեքսներ (I_s)** կոչվող ցուցանիշներով, որոնք այս կամ այն ամսվա (եռամսյակի) փաստացի մակարդակի և այդ նույն ամսվա (եռամսյակի) հավասարեցված մակարդակի տոկոսային հարաբերությունն են.

$$I_s \quad \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\%:$$

Սեզոնային տատանումների բացահայտման համար սովորաբար դիտարկում են մի քանի տարվա տվյալները, որոնք բաշխվում են ըստ ամիսների։ Մի քանի (սովորաբար՝ 3-4) տարվա տվյալները կիրառվում են կայուն սեզոնային ալիքը բացահայտելու նպատակով, որպեսզի բացառվի առանձին տարվա պատահական պայմանների ազդեցությունը։ Առանձին տարիների պատահական ազդեցություններից ազատ և սեզոնային տատանումների տիպական բնույթը արտացոլող կայուն ինդեքսներ ստանալու համար նույնանուն ամիսների ինդեքսներից հաշվարկում են պարզ միջին թվաբանականի ինդեքսը.

$$\bar{I}_s = \frac{\sum I_s}{n}:$$

Եթե դինամիկայի շարքում աճման կամ նվազման պարզորոշ արտահայտված տենդենց չկա, ապա կարելի է որպես հավասարեցված մակարդակներ ընդունել ամբողջ ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանի ամսական մակարդակների միջինը: Այդ դեպքում ինդեքսի համարիչում նույնպես կարելի է վերցնել նույնանուն ամիսների մակարդակների միջինը.

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{\bar{y}}} \cdot 100\%, \qquad (8.28)$$

որտեղ՝ $\bar{I}_s$ -ը սեզոնայնության միջին ինդեքսն է,

$\bar{y}_i$- ը՝ նույնանուն յուրաքանչյուր ամսվա մակարդակի միջին մեծությունը,

$\bar{\bar{y}}$ - ը՝ ընդհանուր միջինը:

Եթե վերցնում են եռամյա ժամանակաշրջան, ապա որպես հարթեցված մակարդակ հաշվարկում են 36-ամսյա մակարդակի միջինը $(\bar{\bar{y}})$: Այդ դեպքում ինդեքսի համարիչում նույնպես կարելի է վերցնել նույնանուն ամիսների միջինը, այսինքն՝ եռամյա ժամանակաշրջանի դեպքում՝ երեք հունվար ամիսների, երեք փետրվարների միջինը և այլն:

Եթե դինամիկայի շարքն ունի զարգացման միտում, ապա մինչև սեզոնային ալիքի հաշվարկելը անհրաժեշտ է փաստացի տվյալները մշակել այնպես, որ հնարավոր լինի բացահայտել ընդհանուր տենդենցը: Դրա համար սովորաբար դիմում են դինամիկայի շարքի վերլուծական հարթեցմանը:

Ընդհանուր տեսքով սեզոնայնության ինդեքսի հաշվարկման բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I_s = \left[\sum \frac{y_i}{\hat{y}_t}\right] : n: \qquad (8.29)$$

8.7. Ավտոկոռելյացիա: Դարբին – Ուոթսոնի հայտանիշը

Բազմաչափ ժամանակային շարքերը, որոնք արտահայտում են արդյունքային հատկանիշի կախվածությունը մեկ կամ մի քանի գործոնային հատկանիշներից, կոչվում են **դինամիկայի կապակցված շարքեր**: Դինամիկայի շարքերի մշակման համար փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի (ՓՔՄ) կիրառումը չի պահանջում

որևէ ենթադրություն նախնական տվյալների բաշխման օրենքների մասին: Սակայն դինամիկայի կապակցված շարքերի մշակման ժամանակ ՓՔՄ-ը կիրառելու դեպքում պետք է հաշվի առնել ավտոկոռելյացիայի (ավտոռեգրեսիայի) առկայությունը, որը հաշվի չի առնվում միաչափ դինամիկայի շարքերը մշակելիս, քանզի դրա առկայությունը նպաստում է դիտարկվող սոցիալ-տնտեսական երևույթների զարգացման միտումը ժամանակի ընթացքում ավելի հստակ արտահայտելուն:

Տնտեսական գործընթացների դինամիկայի շարքերի մակարդակների, հատկապես մոտիկ դասավորվածների միջև գոյություն ունի փոխադարձ կապ: Այն հարմար է ներկայացնել կոռելյացիոն փոխկախվածության տեսքով՝ $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ շարքի և այդ նույն շարքի՝ ժամանակի h միավորով տեղաշարժված $y_{1+h}, y_{2+h}, \ldots, y_{n+h}$ մակարդակների միջև: L-ի ժամանակային տեղափոխումը կոչվում է **տեղաշարժ**, իսկ ինքը՝ կապի երևույթը՝ **ավտոկոռելյացիա**:

Ավտոկոռելյացիոն փոխկախվածությունը հատկապես էական է դինամիկայի շարքի հաջորդող և նախորդող մակարդակների միջև: Քանի որ մաթեմատիկական վիճակագրության դասական մեթոդները կիրառելի են միայն այնպիսի դեպքերում, երբ շարքի առանձին անդամներն անկախ են իրարից, ապա մի քանի փոխկապակցված դինամիկայի շարքերի վերլուծության դեպքում կարևոր է որոշել ավտոկոռելյացիայի առկայությունն ու աստիճանը:

Տարբերում են ավտոկոռելյացիայի երկու տեսակ.

ա) մեկ կամ ավելի փոփոխականների դիտարկման ավտոկոռելյացիա,

բ) սխալների կամ տրենդից շեղումների ավտոկոռելյացիա:

Վերջինիս առկայությունը հանգեցնում է ռեգրեսիայի գործակիցների միջին քառակուսային սխալի արժեքների աղճատմանը: Դա, իր հերթին, դժվարեցնում է ռեգրեսիայի գործակիցների վստահելիության միջակայքերի կառուցումը և նշանակալիության ստուգումը:

Ավտոկոռելյացիան չափվում է ոչ պարբերական (ոչ ցիկլային) ավտոկոռելյացիայի գործակցի օգնությամբ: Այն կարող է հաշվարկվել ոչ միայն հարևան մակարդակների, այսինքն՝ ժամանակի մեկ միավորով տեղաշարժված, այլև ժամանակի ցանկացած թվով (L) միավորներով տեղաշարժված մակարդակների միջև: Այդ տեղաշարժը, որը կոչվում է **ժամանակի լագ**, որոշում է նաև ավտոկոռելյացիայի գործակցի կարգը. առաջին՝ L=1, երկրորդ՝ L=2 և այլն:

Հետազոտության համար առավել մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում առաջին կարգի ոչ ցիկլային գործակցի հաշվարկը, քանի որ վերլուծության արդյունքների ամենամեծ աղճատումները ի հայտ են գալիս շարքի սկզբնական (y_t) և ժամանակի մեկ միավորով տեղաշարժված (y_{t-1} կամ y_{t+1}) մակարդակների միջև գոյություն ունեցող կոռելյացիայի համար: Տվյալ դեպքում ավտոկոռելյացիայի գործակիցը կարելի է ներկայացնել զույգային գծային կապի կոռելյացիայի գործակցի միջոցով.

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y_t} \cdot \sigma_{y_{t+1}}}, \tag{8.30}$$

որտեղ՝ σ_{y_t} - ն և $\sigma_{y_{t+1}}$ -ը, համապատասխանաբար, y_t և y_{t+1} շարքերի միջին քառակուսային շեղումներն են:

Եթե շարքի վերջին (y_n) և առաջին (y_1) մակարդակների արժեքների տարբերությունը փոքր է, ապա տեղաշարժված շարքը չի կարճանում, այն կարելի է պայմանականորեն լրացնել, ընդունելով, որ $y_n = y_1$: Այդ դեպքում $\bar{y}_t = \bar{y}_{t+1}$ և $\sigma_{y_t} = \sigma_{y_{t+1}}$, քանի որ դրանք հաշվարկվում են միևնույն շարքի համար:

Այսպիսի փոխարինումից հետո ավտոկոռելյացիայի գործակցի հաշվարկման բանաձևը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - (\bar{y}_t)^2}{\sigma^2_{y_t}} \tag{8.30.1}$$

կամ՝

$$r_a = \frac{\sum y_t y_{t+1} - n(\bar{y}_t)^2}{\sum y_t^2 - n(\bar{y}_t)^2}: \tag{8.30.2}$$

Ուսումնասիրվող դինամիկայի շարքում ավտոկոռելյացիայի առկայության կամ բացակայության մասին հետևություն կատարելու համար ավտոկոռելյացիայի գործակիցների փաստացի արժեքները համեմատում են աղյուսակային (կրիտիկական) արժեքների հետ՝ նշանակալիության 5 կամ 1%-անոց մակարդակի համար (շարքի մակարդակների անկախության մասին զրոյական վարկածի ընդունման դեպքում՝ սխալը թույլ տալու հավանականության):

Եթե ավտոկոռելյացիայի փաստացի արժեքը փոքր է աղյուսակայինից ($r_{\text{աֆ}} < r_{\text{աաղյ.}}$), ապա ավտոկոռելյացիայի բացակայության վարկածը ընդունվում է, իսկ երբ $r_{\text{աֆ}} > r_{\text{աաղյ}}$, նշանակում է՝ դինամիկայի շարքում առկա է ավտոկոռելյացիան:

Ավտոկոռելյացիան փոքրացնելու համար կիրառում են տարբեր մեթոդներ, որոնց համարյա թե բոլորի նպատակը սկզբնական տվյալներից հիմնական միտումը (տրենդը) բացառելն է:

Առավել տարածվածը **Դարբին-Ուոթսոնի հայտանիշն** է, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$d = \frac{\sum_{t=1}^{n} (e_{t+1} - e_t)^2}{\sum_{1}^{t} e_t^2},$$

որտեղ՝ $e_t = y_t - \hat{y}_t$:

Այս հայտանիշի կիրառության տեսական հիմնավորումը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ դինամիկայի շարքերում ինչպես դիտարկումները, այնպես էլ դրանցից եղած շեղումները բաշխված են ժամանակագրական հաջորդականությամբ: Ընդունելով, որ մակարդակների շեղումները միտումից (այսպես կոչված՝ մնացորդները) պատահական են, 0-4 միջակայքում ընկած d-ի նշանակությունները միշտ էլ մոտ կլինեն 2-ին: Եթե ավտոկոռելյացիան դրական է, ապա d < 2, եթե բացասական՝ $-2 \le d \le 4$:

Հետևաբար, ըստ հայտանիշի ստացված գնահատականները ոչ թե կետային են (ըստ կետերի), այլ միջակայքային: Դրանց արժեքները նշանակալիության երեք մակարդակների (α=0.01, α=0.025 և α=0.05) համար բերված են հատուկ աղյուսակներում՝ հաշվի առնելով դիտարկումների թիվը:

Գոյություն ունեն մի շարք մեթոդներ դինամիկայի շարքերում ավտոկոռելյացիան (ավտոռեգրեսիայի) փոքրացնելու կամ բացառելու համար: Դրանք են՝ ա) ժամանակի՝ որպես լրացուցիչ գործոն, ներառման մեթոդը, բ) հաջորդական տարբերությունների մեթոդը, գ) ավտոռեգրեսիոն ձևափոխումների մեթոդը:

8.8. Դինամիկայի շարքերի կոռելյացիան

Երևույթի՝ ըստ ժամանակի զարգացման ուսումնասիրության համար, երբեմն հարկ է լինում գնահատել տարբեր բովանդակություն ունեցող, սակայն միմյանց հետ կապակցված, երկու կամ ավելի դինամիկայի շարքերի մակարդակների փոփոխության միջև եղած փոխկախվածության աստիճանը: Այդ խնդիրը լուծվում է դինամիկայի շարքերի մակարդակների կոռելավորման, տրենդից՝ փաստացի մակարդակների շեղումների կոռելավորման, հաջորդական տարբերությունների կոռելավորման (այսինքն՝ կոռելյացիայի զույգային գործակցի հաշվարկման ճանապարհով) մեթոդներով:

1. Դինամիկայի շարքերի մակարդակների կոռելավորումը միայն այն դեպքում է ստույգ ցույց տալիս կապի խտության աստիճանը դինամիկայի շարքերի միջև, երբ դրանցից յուրաքանչյուրում բացակայում է ավտոկոռելյացիան:

Տվյալ դեպքում կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$r = \frac{\overline{x_i y_i} - \bar{x}_i \cdot \bar{y}_i}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \tag{8.31}$$

որտեղ՝ x_i-ն դինամիկայի գործոնային շարքի i-րդ մակարդակն է,

y_i-ն՝ դինամիկայի արդյունքային շարքի i-րդ մակարդակը:

Հետևաբար, մինչև դինամիկայի շարքի կոռելավորումը (ըստ մակարդակների), անհրաժեշտ է ստուգել ավտոկոռելյացիայի առկայությունը կամ բացակայությունը շարքերից յուրաքանչյուրի ներքո: Շարքերից որևէ մեկի մակարդակների միջև ավտոկոռելյացիայի առկայության դեպքում այն պետք է վերացվի:

2. Հարթեցված մակարդակներից (տրենդից) եղած շեղումների համահարաբերակցությունը: Այս մեթոդով կոռելավորվում են ոչ թե մակարդակները, այլ տրենդը արտացոլող՝ հարթեցված մակարդակների շեղումները փաստացիներից, այսինքն՝ մնացորդային մեծությունները: Այդ նպատակով դինամիկայի յուրաքանչյուր շարքը հարթեցնում են որոշակի (իրեն բնորոշ) վերլուծական բանաձևով, դրանից հետո՝ էմպիրիկ մակարդակներից հանում հարթեցվածները (այսինքն՝ գտնում $d_x = x_i - \hat{x}_t$; $d_y = y_i - \hat{y}_t$) և, վերջապես, որոշում հաշվարկված շեղումների (d_x և d_y) միջև եղած կապի խտությունն ըստ հետևյալ բանաձևի.

$$r_{d_x d_y} = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d^2{}_x \cdot \sum d^2{}_y}} : \tag{8.32}$$

3. Հաջորդական տարբերությունների համահարաբերակցությունը: Ավտոկոռելյացիայի ազդեցությունը կարելի է բացառել՝ յուրաքանչյուր մակարդակից հանելով նրա նախորդ մակարդակը, այսինքն՝ գտնելով մակարդակների $(y_i - y_{i-1})$ տարբերությունները:

Հանրահաշվորեն հեշտ է ցույց տալ, որ մակարդակներից դրանց տարբերություններին անցում կատարելով՝ բացառվում է ընդհանուր միտումի ազդեցությունը տատանման վրա: Ընդ որում՝ մակարդակների՝ ըստ ուղիղ գծի փոփոխության դեպքում կարելի է կոռելացնել առաջին տարբերությունները, ըստ n - րդ կարգի կորի փոփոխության դեպքում՝ n-րդ տարբերությունները: Տվյալ դեպքում բանաձևը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$r_{\Delta x \Delta y} = \frac{\sum \Delta_x \cdot \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta_x^2 \cdot \sum \Delta_y^2}}, \tag{8.33}$$

որտեղ՝ $\Delta_x = x_i - x_{i-1}, \Delta_y = y_i - y_{i-1}$:

8.9. Կանխատեսման և ինտերպոլյացիայի տարրերը

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի ուսումնասիրումը, զարգացման հիմնական տենդենցի և փոխկախվածության մոդելների բացահայտումն ու բնութագրումը հիմք են ստեղծում կանխատեսումներ իրականացնելու, այսինքն՝ տնտեսական երևույթի մակարդակի ապագա չափերը որոշելու համար:

Կանխատեսման հարցերն ավելի արդիական են դառնում հատկապես սոցիալ-տնտեսական երևույթների հաշվառման և վերլուծության՝ միջազգային մեթոդաբանությանն անցման պայմաններում: Կանխատեսման մեթոդների համակարգում կարևոր տեղ են զբաղեցնում վիճակագրական մեթոդները: Կանխատեսման կիրառումը ենթադրում է, որ նախկինում (դինամիկ շարքի ներսում) գործող զարգացման օրինաչափությունը կպահպանվի նաև կանխատեսվող (հեռանկարային) ապագայում, այսինքն՝ այն հիմնված է **էքստրապոլյացիայի** վրա: Ապագայի համար կատարվող էքստրապոլյացիան կոչվում է **հեռանկարային**, իսկ անցյալինը՝ **հետադարձ:** Սովորաբար, դինամիկայի շարքերի էքստրապոլյացիա ասելիս, ավելի հաճախ հասկանում են հեռանկարային էքստրապոլյացիան:

Ապագայի ուղղությամբ միտումի տարածման տեսական հիմքը սոցիալ-տնտեսական երևույթների հայտնի հատկությունն է, որը կոչվում է **իներցիոնություն:** Հենց դա էլ հնարավորություն է տալիս վեր հանելու եղած փոխկախվածությունները ինչպես դինամիկայի շարքի մակարդակների, այնպես էլ մի խումբ դինամիկայի կապակցված շարքերի միջև: Եթե դինամիկայի շարքերի մակարդակները համադրելի (համեմատելի) են և կիրառվել է միասնական մեթոդաբանություն, դրանց հիման վրա կարելի է ստանալ շատ հուսալի կանխատեսումներ:

Էքստրապոլյացիայի կիրառումը կանխատեսումներում հիմնվում է հետևյալ նախադրյալների վրա.

- ուսումնասիրվող երևույթի զարգացումը ամբողջությամբ վերցրած պետք է նկարագրել սահուն (հարթ) կորով,
- երևույթի անցյալում և ներկա զարգացման ընդհանուր միտումը չպետք է լուրջ փոփոխություններ կրի ապագայում:

Որքան կարճ է **էքստրապոլյացիայի ժամկետը,** այնքան ավելի հուսալի և ճիշտ (մնացած հավասար պայմաններում) արդյունքներ են տալիս կանխատեսումները, քանի որ կարճ ժամանակահատվածում երևույթի զարգացման պայմաններն ու դրա դինամիկայի բնույթը չեն հասցնում արագ փոփոխվել:

էքստրապոլյացիան՝ ընդհանուր տեսքով կարելի է արտահայտել հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{y}_{i+T} = f(y_i, T, a_j)$$

որտեղ՝ $\hat{y}_{i+T}$ - ն կանխատեսվող մակարդակն է,

y_i - ն՝ կանխատեսվող շարքի ընթացիկ մակարդակը,

T - ն՝ էքստրապոլյացիայի ժամկետը,

a_j - ն՝ տրենդի հավասարման պարամետրը:

Գործնականում հաճախ կիրառվում են էքստրապոլյացիայի հետևյալ տարրական մեթոդները. **միջին բացարձակ հավելաճի, աճի միջին տեմպի** և էքստրապոլյացիա **շարքերի՝ ըստ որևէ վերլուծական բանաձևի հարթեցման հիման վրա**:

Կանխատեսումն ըստ **միջին բացարձակ հավելաճի** կարող է իրականացվել այնպիսի դեպքերում, երբ կա վստահություն, որ ընդհանուր տենդենցը գծային է, այսինքն՝ մեթոդը հիմնված է մակարդակի հավասարաչափ փոփոխության մասին ենթադրության վրա (հավասարաչափ ասելով՝ հասկանում են բացարձակ հավելաճերի կայունությունը):

Հետաքրքրող տենդենցը ցանկացած t տարեթվի համար վերլուծորեն արտահայտելու նպատակով անհրաժեշտ է գտնել միջին բացարձակ հավելաճը, և այն հաջորդականորեն ավելացնել շարքի վերջին մակարդակին այնքան անգամ, որքան պարբերաշրջանների համար է էքստրապոլյացիայի ենթարկվում շարքը, այսինքն՝ ըստ հետևյալ բանաձևի.

$$\hat{y}_{i+t} = y_i + \overline{\Delta} \cdot t, \qquad (8.34)$$

որտեղ՝ $\hat{y}_{i+t}$ -ը էքստրապոլյացիայի մակարդակն է,

(i+t) -ն՝ այդ մակարդակի (տարվա) համարը,

i-ն՝ ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանի վերջին մակարդակի (տարվա) համարը, որի համար հաշվարկվել է $\overline{\Delta}$-ն,

t -ն՝ կանխատեսման ժամկետն է,

$\overline{\Delta}$ -ն՝ միջին բացարձակ հավելաճը:

Կանխատեսումն ըստ աճի միջին տեմպի իրականացվում է այն ժամանակ, երբ շարքի ընդհանուր միտումը բնութագրվում է ցուցչային (էքսպոնենցիալ) կորով: Տենդենցը գտնելու համար անհրաժեշտ է որոշել աճի միջին գործակիցը, բարձրացրած էքստրապոլյացիայի ժամանակաշրջանին համապատասխան աստիճան, այսինքն՝ կիրառել հետևյալ բանաձևը.

$$\hat{y}_{i+t} = y_i \cdot \overline{K}_p^t, \qquad (8.35)$$

որտեղ՝ y_i-ն դինամիկայի շարքի վերջին մակարդակն է,

t – ն՝ կանխատեսման ժամկետը,

$\overline{K}_p$ - ն՝ աճի միջին գործակիցը:

Տրենդի էքստրապոլյացիայի դիտարկված եղանակները, պարզ լինելու հետ մեկտեղ, առավել մոտավոր են:

Կանխատեսման մեթոդներից առավել տարածվածը **տրենդի վերլուծական արտահայտությունն է:** Ընդ որում՝ ուսումնասիրվող ժամանակահատվածի սահմաններից դուրս գալու համար բավական է շարունակել ժամանակի (t) անկախ փոփոխականի նշանակությունները: Կանխատեսման այդպիսի մոտեցումը ենթադրում է, որ երևույթը բնութագրող մակարդակի մեծությունը ձևավորվում է բազմաթիվ գործոնների ազդեցության ներքո, ընդ որում՝ հնարավոր չէ առանձնացնել դրանցից և ոչ մեկի ազդեցությունը: Այդ առումով զարգացման ընթացքը կապվում է ոչ թե որևէ որոշակի գործոնների, այլ ժամանակի ընթացքի հետ, այսինքն՝

$$y = f(t):$$

Էքստրապոլյացիան հնարավորություն է տալիս ստանալու կանխատեսման կետային նշանակությունը: Փաստացի տվյալների և կանխատեսման կետային գնահատականների համընկնումը (որոնք ստացվել են տենդենցը բնութագրող կորերի էքստրապոլյացիայի ճանապարհով), քիչ հավանական է: Այդ պատճառով էլ ցանկացած վիճակագրական կանխատեսում մոտավոր է: Դրա համար էլ նպատակահարմար է որոշել կանխատեսման վստահելիության միջակայքը, որի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot \sigma_{\bar{y}_t},$$

որտեղ՝ $\sigma_{\bar{y}_t}$ -ն տրենդի միջին քառակուսային սխալն է,

$\hat{y}_t$ -ն՝ մակարդակի հաշվարկային նշանակությունը,

t_α-ն՝ վստահելի մեծությունը:

Դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ երբեմն հարկ է լինում որոշել տվյալ շարքի ներսում գտնվող անհայտ մակարդակները, այսինքն՝ կատարել ինտերպոլյացիա: Ինչպես և էքստրապոլյացիան, ինտերպոլյացիան կարող է կատարվել միջին բացարձակ հավելաճի և միջին աճի տեմպի հիման վրա՝ վերլուծական հարթեցման օգնությամբ:

Ինտերպոլյացիայի դեպքում ենթադրվում է, որ ո՛չ բացահայտված միտումը, ո՛չ էլ դրա բնույթը չեն կրել էական փոփոխություններ այն ժամանակահատվածում, որի մակարդակը (մակարդակները) մեզ հայտնի չեն:

ԳԼՈՒԽ IX

ԻՆԴԵՔՍՆԵՐ

9.1. Տնտեսական ինդեքսների դասակարգումը

Ինդեքսը լատիներեն բառ է, որն ունի մի քանի նշանակություն. **«ցուցիչ»**, **«ցուցանակ»**, **«ցուցակագիր»**: Ինդեքսը հարաբերական ցուցանիշ է, որը բնութագրում է ուսումնասիրվող երևույթի մեծությունների հարաբերակցությունը ժամանակի, տարածության մեջ կամ որևէ չափանիշի համեմատությունը ցանկացած չափանմուշի հետ (պլան, կանխատեսում, նորմատիվ և այլն):

Միջազգային պրակտիկայում ընդունված է ինդեքսները նշանակել i և I պայմանանիշերով (սիմվոլներով): «I» տառով նշանակում են ընդհանուր, իսկ «i» տառով՝ անհատական (մասնակի) ինդեքսները: Դրանք ուղեկցվում են ինդեքսավորվող ցուցանիշների տողատակ պայմանանիշով:

Բազիսային ցուցանիշները (որոնց հետ կատարվում է համեմատությունը) ուղեկցվում են «0», իսկ հաշվետու (համեմատվող, ընթացիկ) ժամանակաշրջանի ցուցանիշները՝ «1» պայմանանիշով:

Ինդեքսային մեթոդի օգտագործման ժամանակ կիրառվում է որոշակի տառային նշանակումների համակարգ, որի օգնությամբ ինդեքսների բանաձևերի կառուցումը և գրառումը դառնում է հակիրճ:

Յուրաքանչյուր ինդեքսավորվող ցուցանիշ, որի մակարդակների հարաբերակցությամբ բնութագրվում է ինդեքսը, ընդունված է նշանակել որոշակի տառերով: Այսպես.

q-ն՝ թողարկված արտադրանքի կամ վաճառված ապրանքների տվյալ տեսակի քանակն է (ծավալը) բնեղեն արտահայտությամբ (ծավալային ցուցանիշ),

P-ն՝ արտադրանքի կամ ապրանքի միավորի գինը (որակական ցուցանիշ),

Z-ը՝ արտադրանքի միավորի ինքնարժեքը (որակական ցուցանիշ),

t=T:q -ն՝ տվյալ տեսակի արտադրանքի միավորի արտադրության վրա աշխատաժամանակի (աշխատանքի) ծախսումները, այսինքն՝ արտադրանքի միավորի աշխատատարությունը (որակական ցուցանիշ),

T-ն՝ տվյալ տեսակի արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի (աշխատանքի) ընդհանուր ծախսումները կամ ձեռնարկության բանվորների թվաքանակը, միջին ցուցակային թիվը, (ծավալային ցուցանիշ),

W = q:T-ն՝ տվյալ տեսակի արտադրանքի թողարկումը աշխատաժամանակի միավորի ընթացքում, այսինքն՝ աշխատանքի արտադրողականության մակարդակը արժեքային արտահայտությամբ (որակական ցուցանիշ),

V-ն՝ մեկ աշխատողի աշխատանքի արտադրողականությունն է բնեղեն արտահայտությամբ, կամ միավոր ժամանակում թողարկվող արտադրանքը (որակական ցուցանիշ),

F = zq -ն՝ տվյալ տեսակի արտադրանքի ընդհանուր ինքնարժեքը, այսինքն՝ այդ արտադրանքի արտադրության վրա կատարված դրամական ծախսումները (ծավալային ցուցանիշ),

Q = pq -ն՝ տվյալ տեսակի թողարկված արտադրանքի կամ վաճառված ապրանքների ընդհանուր արժեքը կամ ապրանքաշրջանառությունը (ծավալային ցուցանիշ):

Տնտեսական ինդեքսները կարելի է դասակարգել ըստ հետևյալ հատկանիշների.

- երևույթների ընդգրկման աստիճանի,
- համեմատման բազայի,
- կշիռների ձևի (չափակցելիության),
- կառուցման տեսքի,
- հետազոտության օբյեկտի բնույթի,
- հետազոտության օբյեկտի,
- երևույթների կազմի,
- հաշվարկման ժամանակաշրջանի:

Ըստ երևույթների ընդգրկման աստիճանի՝ ինդեքսները լինում են անհատական և ամփոփ (ընդհանուր): ***Անհատական*** ինդեքսները բնութագրում են երևույթի մակարդակների հարաբերակցությունը ըստ համակցության առանձին տարրերի: Օրինակ՝ արտադրանքի առանձին տեսակների արտադրության ծավալների կամ տվյալ տեսակի արտադրանքի միավորի ինքնարժեքի մակարդակների հարաբերակցությունը: ***Ամփոփ*** ինդեքսները բնութագրում են բարդ, մի քանի՝ անմիջականորեն չհամադրվող տարբեր տեսակի միավորներից բաղկացած երևույթի մակարդակների հարաբերակցությունը: Եթե ինդեքսները ընդգրկում են բարդ երևույթների ոչ բոլոր տարրերը, այլ միայն մի մասը, ապա կոչվում են ***խմբային*** կամ ***սուբինդեքսներ*** (օրինակ՝ արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը կամ արտադրության առանձին ճյուղերի, գնի ինդեքսը՝ ըստ պարենային և ոչ պարենային ապրանքների խմբերի):

Ըստ համեմատական բազայի՝ ինդեքսները կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ դինամիկ (ժամանակային) և տարածքային:

Դինամիկ ինդեքսները հաշվարկելիս համեմատում ենք հաշվետու ժամանակաշրջանի ցուցանիշները նախորդ ժամանակաշրջանի ցուցանիշների հետ (բազիս): Որպես բազիս կարելի է օգտագործել նաև կանխատեսվող և պլանային ցուցանիշները:

Դինամիկ ինդեքսները լինում են *բազիսային* և *շղթայական*.

Տարածքային ինդեքսները կիրառվում են միջտարածաշրջանային համեմատությունների համար: Դրանք կարևոր դեր են խաղում միջազգային վիճակագրությունում՝ տարբեր երկրների սոցիալ-տնտեսական զարգացման ցուցանիշները համեմատելիս:

Ըստ կշիռների ձևի՝ ինդեքսները լինում են ***հաստատուն*** և ***փոփոխական*** կշիռներով:

Կախված կառուցման տեսքից՝ տարբերում են ագրեգատային և միջին ինդեքսներ:

Միջին ինդեքսները լինում են ***թվաբանական*** և ***հարմոնիկ***.

Ընդհանուր ինդեքսների ***ագրեգատային տեսքը*** տնտեսական ինդեքսների հիմնական ձևն է:

Միջին ինդեքսները ածանցված են, ստացվում են ագրեգատային ինդեքսների ձևափոխության արդյունքում:

Ըստ հետազոտության օբյեկտի բնույթի՝ ընդհանուր ինդեքսները ստորաբաժանվում են ***քանակական*** (ծավալային) և ***որակական*** ցուցանիշների:

Ինդեքսների այդպիսի բաժանման հիմքում ընկած է ինդեքսավորվող մեծության տեսքը:

Ըստ հետազոտության օբյեկտի՝ ինդեքսները լինում են ***աշխատանքի արտադրողականության***, ***ինքնարժեքի***, ***արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի***, ***արտադրանքի արժեքի*** և այլն:

Ըստ երևույթների կազմի՝ առանձնացվում են ինդեքսների երկու խմբեր՝ ***հաստատուն*** (ֆիքսված) ***կազմով*** և ***փոփոխական կազմով***: Ինդեքսների այդպիսի բաժանումը նպաստում է դինամիկայի շարքի միջին ցուցանիշների վերլուծությանը:

Ըստ ժամանակաշրջանի հաշվարկման՝ ինդեքսները լինում են ***տարեկան***, ***եռամսյակային***, ***ամսական*** և ***շաբաթական***.

Տնտեսական ինդեքսների օգնությամբ լուծվում են հետևյալ խնդիրները.

- սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի փոփոխությունը երկու և ավելի ժամանակաշրջաններում,
- միջին տնտեսական ցուցանիշների դինամիկայի փոփոխությունը,
- տարբեր տարածաշրջանների ցուցանիշների փոփոխման հարաբերակցությունը,
- ցուցանիշների մի տեսակի փոփոխության ազդեցության աստիճանի որոշումը մյուսների դինամիկայի վրա,

- մակրոտնտեսական ցուցանիշների արժեքների վերահաշվարկը փաստացի գներից համադրելի գների:

9.2. Անհատական և ընդհանուր ինդեքսներ

1. Անհատական ինդեքսը սովորական հարաբերական մեծություն է կամ դինամիկայի հարաբերական մեծություն, որը ստացվում է միևնույն երևույթի տարբեր մակարդակների հարաբերության արդյունքում:

Անհատական ինդեքսները դինամիկայի, պլանի կատարման, համեմատման հարաբերական մեծություններ են:

Տնտեսական ուղղվածությունից կախված՝ լինում են արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի, ինքնարժեքի, գնի, աշխատատարության և այլ անհատական ինդեքսներ:

Ապրանքների ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը (i_q) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}: \qquad (9.1)$$

Այդ ինդեքսը ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է ավելացել (պակասել) թողարկվող որևէ արտադրատեսակի արտադրությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ, կամ քանի տոկոս է կազմում արտադրանքի թողարկման աճը (նվազումը):

Որպես համեմատման բազա կարող են հանդես գալ նաև պլանային ($q_{\text{пл}}$), նորմատիվային ($q_{\text{н}}$) կամ նմուշային ($q_{\text{э}}$) արժեքները: Բանաձևը, (9.1) համապատասխանաբար, կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$i_q = \frac{q_1}{q_{\text{пл}}}; \qquad (9.2)$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_{\text{н}}}; \qquad (9.3)$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_{\text{э}}}: \qquad (9.4)$$

Նույն սկզբունքով կառուցվում են նաև այլ ինդեքսները:

Գնի անհատական ինդեքսը՝

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \qquad (9.5)$$

բնութագրում է որոշակի ապրանքի գնի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ:

Արտադրանքի միավորի ինքնարժեքի անհատական ինդեքսը՝

$$i_Z = \frac{Z_1}{Z_0} \qquad (9.6)$$

ցույց է տալիս արտադրանքի միավորի ինքնարժեքի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ:

Աշխատանքի արտադրողականությունը (V) կարող է չափվել միավոր ժամանակում թողարկվող արտադրանքի քանակով (q) կամ միավոր արտադրանքի վրա ծախսված աշխատաժամանակով (T): Այս դեպքում կարելի է կառուցել.

- աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը բնեղեն արտահայտությամբ՝

$$i_V = \frac{V_1}{V_0} = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}, \qquad (9.7)$$

- աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը ըստ աշխատատարության՝

$$i_V = \frac{t_0}{t_1}, \qquad (9.8)$$

քանի որ՝ $V \cdot t = 1, \ V = \frac{1}{t}$:

Աշխատանքի արտադրողականությունը բնութագրելու համար հաճախ օգտագործում են մեկ բանվորի արտադրանքի թողարկման անհատական ինդեքսը (արժեքային արտահայտությամբ)՝

$$i_W = \frac{W_1}{W_0} = \frac{q_1 p}{T_1} : \frac{q_0 p}{T_0}, \qquad (9.9)$$

որտեղ՝ p-ն համադրելի գինն է:

(9.7) և (9.9) անհատական ինդեքսները ցույց են տալիս, թե քանի՞ անգամ է, հաշվետու ժամանակաշրջանի համեմատությամբ, մեծացել (փոքրացել) աշխատանքի արտադրողականությունը բազիսային ժամանակաշրջանում:

Արտադրանքի արժեքի (ապրանքաշրջանառության) անհատական ինդեքսը ցույց է տալիս, թե քանի՞ անգամ է հաշվետու ժամանակաշրջանում փոփոխվել որևէ ապրանքի արժեքը կամ քանի՞ տոկոս է կազմում ապրանքի արժեքի աճը (նվազումը) բազիսային ժամանակաշրջանի համեմատությամբ: Այն որոշվում է՝

$$i_{pq} = \frac{q_1 p_1}{p_0 q_0} \text{ բանաձևով:} \qquad (9.10)$$

Բանվորների թվաքանակի անհատական ինդեքսը կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0}: \qquad (9.11)$$

Նույն սկզբունքով կարելի է պարզաբանել, թե հաշվետու ժամանակաշրջանում քանի՞ անգամ է փոփոխվել բանվորների թվաքանակը բազիսայինի համեմատությամբ, կամ քանի տոկոս է կազմում բանվորների թվաքանակի աճը (նվազումը): Օրինակ՝ ապրանքների վաճառքի վերաբերյալ տվյալները բերված են աղյուսակ 9.1-ում:

Աղյուսակի տվյալներով հաշվարկվել են անհատական ինդեքսները, որոնք ներկայացված են 7-9 սյունակներում: Վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ավելի շատ մեծացել են Ա ապրանքի գինը՝ 180%, Բ ապրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը՝ 142.82% և Ա ապրանքի ապրանքաշրջանառության ինդեքսը՝ 202.5%:

2. Ընդհանուր ինդեքսները առավել հաճախ են օգտագործվում տնտեսագիտական հաշվարկներում: Տնտեսական երևույթները և դրանց բնութագրող ցուցանիշները կարող են լինել **չափակցելի**՝ ընդհանուր չափ ունեցող և **անչափակցելի**:

Չափակցելի ծավալային ցուցանիշները կարելի է անմիջականորեն գումարել, իսկ անչափակցելիները՝ ոչ: Անչափակցելի ծավալային ցուցանիշների ամփոփ ինդեքսների կառուցման դեպքում անմիջական գումարման անհնարինության հետևանքով՝ ընդհանուր հանրագումարների ստացման համար անհրաժեշտ է տարբեր տեսակի արտադրանքները կամ ապրանքները նախապես բերել չափակցելի տեսքի, այսինքն՝ չափակցել այս կամ այն չափակցման գործակիցների օգնությամբ՝ դրանով իսկ ապահովելով հետագա գումարման և ամփոփ ինդեքսի կառուցման ու հաշվարկման հնարավորությունը:

Այսպիսով, անչափակցելի ծավալային ցուցանիշների ամփոփ ինդեքսների կառուցումը պահանջում է հատուկ եղանակների օգտագործում, որոնք և ինդեքսային մեթոդի առանձնահատկությունն են: Այդ կապակցությամբ էլ անչափակցելի ծավալային ցուցանիշների ամփոփ ինդեքսները ոչ թե սովորական, այլ հատուկ հարաբերական մեծություններ են:

Աղյուսակ 9.1

Վաճառված ապրանքի քանակը և գինը

Ապրանքների տեսակները	Վաճառված ապրանքի քանակը (հազ. միավոր)		Արտադրանքի միավորի գինը (դրամական միավոր)		Վաճառված արտադրանքի արժեքը (հազ. դր. միավոր)		Անհատական ինդեքսներ %		
	Բազ.	Հաշվ.	Բազ.	Հաշվ.	Բազ.	Հաշվ.	Արտ. ֆիզիկական ծավալը	Գնի	Արժեքի
	q_0	q_1	p_0	p_1	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$i_{pq} = \frac{p_1q_1}{p_0q_0}$
Ա	1	2	3	4	5	6	7−2:1	8 4:3	9−6:5
Ա(կգ)	400	450	20	36	8000	16200	112.5	180	202.5
Բ(կգ)	350	500	36	32	12600	16000	142.6	88.89	126.98
Գ(լիտր)	200	220	12	12	2400	2640	110	100	110
Ընդամ.					23000	34840			

Աղյուսակ 9.1 (շարունակություն)

	Վաճառված արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսային գներով (հազ. միավոր) p_0q_1	$i_qp_0q_0$	$\frac{p_1q_1}{i_p}$	Վաճառված արտադրանքի արժեքը բազիսային ժամանակաշրջանում՝ հաշվետու գներով (հազ. միավոր) p_1q_0
	10 2 · 3	11−7 · 5	12−6 : 7	13−4 · 1
Ա(կգ)	9000	9000	9000	14400
Բ(կգ)	18000	18000	18000	11200
Գ(լիտր)	2640	2640	2640	2400
Ընդամ.	29640	29640	29640	28000

9.3. Ագրեգատային ինդեքսները՝ որպես ինդեքսների նախնական ձև

Ագրեգատային ինդեքսը բարդ հարաբերական ցուցանիշ է, որը բնութագրում է սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջին փոփոխությունը՝ ներկայացված անչափակցելի տարրերից:

Ագրեգատ նշանակում է գումարվող, գումարային: Ինդեքսի այդ ձևի յուրահատկությունն այն է, որ ագրեգատային տեսքով անմիջականորեն համեմատվում են երկու համանուն ցուցանիշների գու-

մարները: Ագրեգատային ինդեքսի համարիչը և հայտարարը երկու մեծությունների արտադրյալների գումարներ են: Դրանցից մեկը փոփոխվում է (ինդեքսավորվող մեծություն), իսկ մյուսը և՛ համարիչում, և՛ հայտարարում մնում է անփոփոխ (ինդեքսի կշիռը):

Ինդեքսավորվող մեծություն է կոչվում փոփոխվող հատկանիշը (ապրանքի գինը, վաճառված ապրանքների քանակը և այլն): *Ինդեքսի կշիռը* մեծություն է, որը կատարում է ինդեքսավորվող հատկանիշների համաչափելիության գործակցի դեր:

Ագրեգատային ինդեքսների կառուցման մեթոդիկան նախատեսում է ստորև թվարկված երեք հարցերի պատասխանները.

- ո՞ր մեծությունը պետք է ինդեքսավորվի,
- ըստ երևույթի տարասեռ տարրերի ինչպիսի՞ կազմի պետք է հաշվարկել ինդեքսը,
- ի՞նչը պետք է ծառայի որպես կշիռ՝ ինդեքսները հաշվարկելիս:

Կշիռների ընտրությունում անհրաժեշտ է ղեկավարվել հետևյալ կանոնով. քանակական ցուցանիշների ինդեքսները կառուցելիս ընտրում են բազիսային ժամանակաշրջանի կշիռները, իսկ որակական ցուցանիշների դեպքում՝ հաշվետու ժամանակաշրջանինը:

Կառուցենք արտադրանքի արժեքի, արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և գնի ինդեքսները: Արտադրանքի արժեքը՝ բնեղեն արտահայտությամբ, արտադրանքի քանակի (q) և նրա գնի (p) արտադրյալն է:

Արտադրանքի արժեքը կամ ապրանքաշրջանառության ինդեքսը (I_{pq}) արտադրանքի՝ հաշվետու $\left(\sum p_1q_1\right)$ և բազիսային ժամանակաշրջանի ապրանքաշրջանառությունների $\left(\sum p_0q_0\right)$ հարաբերությունն է.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}. \qquad (9.12)$$

Այդպիսի ինդեքսը ցույց է տալիս, թե հաշվետու ժամանակաշրջանում ապրանքաշրջանառությունը բազիսային ժամանակաշրջանի համեմատ քանի՞ անգամ է մեծացել (փոքրացել), կամ քանի՞ տոկոս է կազմել ապրանքաշրջանառության աճը (նվազումը): Եթե արժեքի ինդեքսի մեծությունից հանենք 100% (I_{pq}-100), ապա տարբերությունը ցույց է տալիս, թե բազիսայինի համեմատ քանի՞ տոկոսով է աճել (նվազել) արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում: Ինդեքսի համարիչի և հայտարարի տարբերությունը՝ $\sum p_1q_1 - \sum p_0q_0$, բնութագրում է ապրանքաշրջանառության ծավալի փոփոխությունը (բացարձակ մեծությամբ), և ցույց է տալիս, թե հաշվետու ժամանակաշրջանում քանի՞ դրամական միավորով է ավելացել (պակասել) արտադրանքի արժեքը բազիսային համեմատ: Նույն սկզբունքով` ինդեքսները կառուցվում են այն ցուցանիշների համար, որոնք երկու արտադրիչների արտադրյալ են, օրինակ` արտադրության ծախքերը (zq), ժամանակի ծախսը արտադրանքի արտադրության վրա (tq), համախառն բերքը (yn), աշխատավարձի ֆոնդը (fT) և այլն:

Ըստ աղյուսակ 9.1-ի տվյալների որոշենք, օրինակ` արտադրանքի արժեքի ինդեքսը (ապրանքաշրջանառությունը)`

$$I_{pq} = \frac{34840}{23000} = 1.51478 \text{ կամ } 151.5\%:$$

Հետևաբար, արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում, բազիսային ժամանակաշրջանի համեմատությամբ, աճել է մոտավորապես 1.5 անգամ (աճը կազմել է 151.5%): Արտադրանքի արժեքը ավելացել է 51.5%-ով (151.5%-100%=51.5%) կամ 11840 հազ. դրամական միավորով (34840-23000=11840դ.մ.):

Ապրանքաշրջանառության արժեքը կախված է երկու գործոնների փոփոխություններից` արտադրանքի քանակի և գնի: Այդ պատճառով անհրաժեշտ է կառուցել ֆիզիկական ծավալի և գնի ագրեգատային ինդեքսները:

Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը քանակական ցուցանիշի ինդեքսն է, որի ինդեքսավորվող մեծությունը արտադրանքի քանակն է` բնեղեն արտահայտությամբ, իսկ կշիռը` գինն է:

Ագրեգատային ինդեքսը կառուցելիս անհրաժեշտ է տարասեռ արտադրատեսակների անչափակցելի քանակները բազմապատկել դրանց գներով: Ստացված արտադրյալները (արժեքները) դառնում են չափակցելի, և հարաբերելով դրանք` կարելի է ստանալ ընդհանուր ինդեքսները:

Քանի որ ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը քանակական ցուցանիշի ինդեքս է, ապա որպես կշիռ վերցնում են բազիսային ժամանակաշրջանի գինը: Այդ դեպքում ինդեքսը կունենա հետևյալ տեսքը`

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \qquad \textbf{(9.13)}$$

որտեղ` կոտորակի համարիչը պայմանական մեծություն է, որը ցույց է տալիս, թե որքան կլինի ապրանքաշրջանառությունը ընթացիկ ժամանակաշրջանում, պայմանով, որ կպահպանվեն բազիսային ժամանակաշրջանի մակարդակի գները, իսկ հայտարարը պարունակում է բազիսային ժամանակաշրջանի փաստացի ապրանքաշրջանառությունը: Եթե ուսումնասիրման օբյեկտը առանձին ձեռնարկություն է, ինդեքսը որոշվում է ըստ թողարկվող ապրանքի համակցության, իսկ երբ արդյունաբերության ճյուղ է` ըստ դրանց խմբերի` վերլուծության նպատակից կախված: Երբ ուսումնասիր-

ման օբյեկտը որևէ տարածաշրջան է, ինդեքսը հաշվարկվում է ըստ դրա ձեռնարկություններում թողարկվող արտադրանքի:

Ֆիզիկական ծավալի (9.13) ինդեքսը ցույց է տալիս, թե քանի՞ անգամ է մեծացել (փոքրացել) արտադրանքի արժեքը դրա արտադրության ծավալի աճի (նվազման) դեպքում, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում արտադրանքի արժեքի աճը (նվազումը)` կախված ֆիզիկական ծավալի փոփոխության արդյունքից:

Ֆիզիկական ծավալի ինդեքսի համարիչի ու հայտարարի տարբերությունը`

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 ,$$

ցույց է տալիս, թե ինչպե՞ս է փոփոխվել ապրանքաշրջանառությունը բացարձակ արտահայտությամբ` ի հաշիվ վաճառված ապրանքների ֆիզիկական ծավալի աճի (նվազման): Արտադրանքի գնի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում, բազիսայինի հետ համեմատած, չի ազդում ինդեքսի մեծության վրա:

Ինդեքսի հաշվարկման համար օգտվենք աղյուսակ 9.1-ի տվյալներից.

$$I_q = \frac{29640}{23000} = 1.2887 \text{ կամ } 128.87\%:$$

Նշանակում է, հաշվետու ժամանակաշրջանում արտադրանքի արժեքը բազիսայինի համեմատությամբ ավելացել է 1.29 անգամ, կամ արժեքի աճը կազմել է 128.87%:

Ինդեքսի համարիչի և հայտարարի տարբերությունը (29640-23000=6640 հազ. դրամական միավոր) նշանակում է, որ արտադրանքի ծավալի 28.87%-ով ավելանալու հաշվին (128.87%-100%=28.87%) արտադրանքի արժեքը բացարձակ արտահայտությամբ ավելացել է 6640 հազ. դրամական միավորով:

Գնի ինդեքսը. Շուկայական տնտեսության պայմաններում արժեզրկման առավել տարածված ցուցանիշ հանդիսացող գնի ագրեգատային ինդեքսը կառուցելիս` ելնում են նույն նախադրյալներից, ինչ և արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը կառուցելիս:

Գնի ինդեքսը որակական ցուցանիշի ինդեքս է: Ինդեքսավորվող մեծությունը ապրանքի գինն է: Երբ պետք է գնահատել միայն գների փոփոխությունը, վաճառված ապրանքների քանակը (ինդեքսի կշիռները) վերցվում է որևէ հաստատուն` սովորաբար ընթացիկ ժամանակաշրջանի մակարդակով: Բազմապատկելով ապրանքի միավորի գինը դրա քանակով, ստանում են մեծություն, որը կարող է գումարվել, ընդ որում` դա մյուս նույնանման մեծությունների հետ չափակցելի ցուցանիշ է:

Գնի ընդհանուր ինդեքսը ագրեգատային տեսքով որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1} \text{ կամ } I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} : \qquad (9.14)$$

Տվյալ ինդեքսի համարիչում հաշվետու ժամանակաշրջանի փաստացի ապրանքաշրջանառությունն է, իսկ հայտարարում՝ մեծություն է, որը ցույց է տալիս, թե որքա՞ն կլիներ պայմանական ապրանքաշրջանառությունը ընթացիկ ժամանակաշրջանում, եթե գները պահպանվեին բազիսային մակարդակում: Ինդեքսը ցույց է տալիս, թե քանի անգամ կամ քանի տոկոսով է մեծացել (փոքրացել) արտադրանքի արժեքը գնի փոփոխության հետևանքով:

Համարիչի և հայտարարի տարբերությունը՝

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

ցույց է տալիս, թե դրամական քանի միավորով է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը գնի աճի (նվազման) արդյունքում: Ի դեպ՝ արտադրվող արտադրանքի քանակի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում, բազիսայինի համեմատ, ինդեքսի մեծության վրա չի ազդում:

Օրինակ՝ որոշենք գնի ինդեքսը՝ 9.1 աղյուսակի տվյալներով.

$$I_p = \frac{34840}{29640} = 1.1754 \text{ կամ } 117.54\%:$$

Այսպիսով, ըստ երեք ապրանքատեսակների, վաճառված ապրանքների գինը միջինում աճել է 1.1754 անգամ (կամ գնի աճը կազմել է 117.5%): Գնի 17.54%-ով աճի արդյունքում (117.54%-100%) հաշվետու ժամանակաշրջանում սպառողները վճարել են 5200 հազ. դրամական միավորով ավելի, քան բազիսային ժամանակաշրջանում (34840-29640):

Ինչպես նշվել է, արտադրանքի արժեքի ինդեքսը կարելի է ներկայացնել որպես արտադրանքի քանակի և դրա գնի արտադրյալ: Նման կապ գոյություն ունի նաև արժեքի, ֆիզիկական ծավալի և գնի ինդեքսների միջև.

$$I_{pq} = I_p I_q \qquad (9.15)$$

կամ՝

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \qquad (9.16)$$

Յուրաքանչյուր ինդեքս-բազմապատկիչի համարիչի և հայտարարի տարբերությունն արտահայտում է ընդհանուր բացարձակ հավելաճի արժեքը որևէ գործոնի ազդեցության ներքո: Այդ տարբերությունների հանրահաշվական գումարը հավասար է ապրանքի արժեքի ինդեքսի համարիչի և հայտարարի տարբերությանը.

$$\left(\sum q_1 p_1 - \sum p_0 q_1\right) + \left(\sum q_1 p_0 - \sum p_0 q_0\right) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \qquad (9.17)$$

(9.16) բանաձևի տարբերությունները տեղի են ունենում այն դեպքերում, երբ ծավալային ցուցանիշի ինդեքսը հաշվարկելիս կշիռները ֆիքսված են բազիսային ժամանակաշրջանի մակարդակով, իսկ որակական ցուցանիշների ինդեքսները կառուցելիս՝ հաշվետու ժամանակաշրջանի:

Օրինակ՝ որոշենք արժեքի ինդեքսը 9.1 աղյուսակի տվյալներով: Արժեքի ինդեքսը որոշում ենք (9.15) բանաձևով՝

1.2887 × 1.1754=1.5148 կամ 151.48%, իսկ այդ տարբերության հանրահաշվական գումարը որոշվում է (9.17) բանաձևով, որը հավասար է 11840 (5200+6640) հազ. դրամական միավորի:

Այլ ցուցանիշների ընդհանուր ինդեքսների բանաձևերի մեկնաբանումը ներկայացված են աղյուսակ 9.2-ում:

Աղյուսակ 9.2

Ընդհանուր ինդեքսների հաշվարկման հիմնական բանաձևերը

Անվանումը	Հաշվարկային բանաձևը	Ի՞նչ է ցույց տալիս ինդեքսը	Ի՞նչ է ցույց տալիս ինդեքսի արժեքը, որը փոքրացվում է 100%-ով	Ի՞նչ է ցույց տալիս համարիչի և հայտարարի տարբերությունը
Ա	1	2	3	4
Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը	$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը նրա ծավալի փոփոխման արդյունքում, կամ քանի՞ տոկոս է կազմել արտադրանքի արժեքի աճը (նվազումը) ֆիզիկական ծավալի փոփոխման դեպքում	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը դրա ծավալի փոփոխության արդյունքում	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը դրա ծավալի աճման (նվազման) արդյունքում
Գնի ինդեքսը	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը գնի փոփոխման արդյունքում, կամ քանի՞ տոկոս է կազմել արտադրանքի արժեքի աճը (նվազումը) գնի փոփոխման դեպքում	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը գնի փոփոխման արդյունքում	Քանի՞ դրամական միավորով է փոփոխվել արտադրանքի արժեքը գնի աճման (նվազման) արդյունքում
Արտադրանքի արժեքի (ապրանքաշրջանառության) ինդեքսը	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$	Քանի՞ անգամ է աճել (նվազել) արտադրանքի արժեքը, կամ քանի՞ տոկոս է կազմել արտադրանքի արժեքի աճը (նվազումը) հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ անգամ է աճել (նվազել) արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ դրամական միավորով է ավելացել (նվազել) արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ
Ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը	$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության ծախսը արտադրանքի ծավալի փոփոխման արդյունքում, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում արտադրանքի արտադրության ծախսերի ավելացումը (պակասեցումը) արտադրության ֆիզիկական ծավալի փոփոխման հետևանքով	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության ծախսը՝ դրա արտադրության ծավալի փոփոխման արդյունքում	Քանի՞ դրամական միավորով է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության ծախսը արտադրության ծավալի մեծացման (փոքրացման) արդյունքում

Ա	1	2	3	4
Արտադրանքի ինքնարժեքի ինդեքսը	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության ծախսը՝ արտադրանքի ինքնարժեքի փոփոխման արդյունքում, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում արտադրանքի արտադրության ծախսերի ավելացումը (պակասեցումը) ինքնարժեքի փոփոխման արդյունքում	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության ծախսը՝ նրա ինքնարժեքի փոփոխման արդյունքում	Քանի՞ դրամական միավորով է փոփոխվել արտադրության ծախսը՝ արտադրանքի ինքնարժեքի ավելացման (իջեցման) արդյունքում
Արտադրության ծախսերի ինդեքսը	$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$	Քանի՞ անգամ է աճել (նվազել) արտադրանքի արտադրության ծախսը կամ քանի՞ տոկոս է կազմում արտադրանքի արտադրության ծախսերի ավելացումը (պակասեցումը) հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ տոկոսով է ավելացել (պակասել) արտադրանքի արտադրության ծախսը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ դրամական միավորով է ավելացել (պակասել) արտադրանքի արտադրության ծախսը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ
Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը	$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսը, արտադրության ծավալի փոփոխման արդյունքում, կամ քանի տոկոս է կազմում արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսի ավելացումը (պակասեցումը) նրա արտադրության ֆիզիկական ծավալի փոփոխման հետևանքով	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսը, նրա արտադրության ծավալի փոփոխման արդյունքում	Քանի՞ մարդ/ժամով է ավելացել (պակասել) արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսը՝ արտադրանքի արտադրության ծավալի մեծացման (փոքրացման) արդյունքում

Ա	1	2	3	4
Աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը ըստ աշխատանքի ծախսումների	$I_t=\frac{\sum t_0q_1}{\sum t_1q_1}$	Քանի՞ անգամ է մեծացել (փոքրացել) աշխատանքի արտադրողականությունը, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում աշխատանքի իջեցումը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել աշխատանքի արտադրողականությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Կենդանի աշխատանքի ծախսի տնտեսման (գերածախսի) բացարձակ չափը՝ կապված նրա արտադրողականության աճի (նվազման) հետ
Արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսի ինդեքսը	$I_{tq}=\frac{\sum t_1q_1}{\sum t_0q_0}$	Քանի՞ անգամ է փոփոխվել ժամանակի ծախսն արտադրանքի արտադրության վրա, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսի ավելացումը (պակասեցումը) հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ տոկոսով է փոփոխվել ժամանակի ծախսը արտադրանքի արտադրության վրա հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	Քանի՞ մարդ/ժամով է ավելացել (պակասել) արտադրանքի արտադրության վրա ծախսը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ:

9.4. Միջին ինդեքսներ

Այնպիսի դեպքերում, երբ առկա տեղեկատվությունը բավարար չէ ընդհանուր ագրեգատային ինդեքսների հաշվարկման համար, վիճակագրությունում կիրառվում է ինդեքսների հաշվարկման այլ՝ կշռված միջին ինդեքսների հաշվարկման եղանակը:

Այսպես, երբ բացակայում են տվյալները գների վերաբերյալ, սակայն կա տեղեկատվություն արտադրանքի հաշվետու ժամանակաշրջանի արժեքի մասին և հայտնի են առանձին ապրանքների անհատական ինդեքսները, ապա գնի ընդհանուր ինդեքսը ագրեգատային տեսքով որոշել հնարավոր չէ, սակայն հնարավոր է հաշվարկել այն որպես անհատական ինդեքսների միջին: Ճիշտ նույն ձևով կարելի է որոշել արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսի կշռված միջին արժեքը, երբ հայտնի չեն թողարկվող առանձին տեսակի արտադրանքների քանակները, բայց հայտնի են անհատական ինդեքսները և արտադրանքի արժեքը բազիսային ժամանակաշրջանում:

Միջին ինդեքսը հաշվարկվում է որպես անհատական ինդեքսների միջինը: Քանի որ ագրեգատային ինդեքսները ընդհանուր ին-

դեքսների հիմնական ձևն են, միջին ինդեքսը պետք է լինի նույնական ագրեգատային ինդեքսին:

Միջին ինդեքսների հաշվարկման դեպքում օգտագործում են միջինի երկու ձև՝ թվաբանական և հարմոնիկ: Միջին թվաբանականի ինդեքսը ագրեգատային ինդեքսի նույնությունն է, եթե անհատական ինդեքսների կշիռները ագրեգատային ինդեքսի հայտարարի բաղադրիչներն են:

Միայն այդ դեպքում ինդեքսի մեծությունը հավասար կլինի միջին թվաբանականի բանաձևով հաշվարկված ագրեգատային ինդեքսին:

Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի միջին թվաբանական ինդեքսը որոշում են հետևյալ բանաձևով՝

$$I_q=\frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}: \qquad (9.18)$$

Քանի որ $i_q \cdot q_0 = q_1$, (9.13) բանաձևը հեշտությամբ կարելի է ձևափոխել (9.18) բանաձևի: Որպես կշիռ՝ (9.18) բանաձևում հանդես է գալիս արտադրանքի արժեքը բազիսային ժամանակաշրջանում:

Աշխատանքի արտադրողականության միջին թվաբանական ինդեքսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_t=\frac{\sum i_t t_1 q_1}{\sum t_1 q_1}=\frac{\sum i_t T_1}{\sum T_1}: \qquad (9.19)$$

Քանի որ $i_t t_1 = t_0$, այդ ինդեքսի բանաձևը կարելի է ձևափոխել արտադրանքի աշխատատարության ագրեգատային տեսքի: Այս պարագայում որպես կշիռ ընդունվում են արտադրանքի արտադրության վրա հաշվետու ժամանակաշրջանում կատարած ժամանակի ընդհանուր ծախսումները:

Աշխատանքի արտադրողականության վերլուծության համար օգտագործվում է նաև Ստրումիլինի միջին թվաբանական ինդեքսը՝

$$I_V=\frac{\sum\left(\frac{q_1}{T_1}:\frac{q_0}{T_0}\right)T_1}{\sum T_1}: \qquad (9.20)$$

Այն ցույց է տալիս, թե միջինում քանի՞ անգամ է ավելացել (պակասել) աշխատանքի արտադրողականությունը, կամ քանի՞ տոկոս է կազմում դրա աճը (նվազումը)՝ ըստ ուսումնասիրվող համակցության բոլոր միավորների:

Գործնականում միջին թվաբանական ինդեքսները հաճախ կիրառվում են քանակական ցուցանիշների ամփոփ ինդեքսների հաշվարկման համար: Որակական ցուցանիշների վերլուծության ժամանակ ինդեքսի տվյալ ձևը կիրառվում է վերը նշված երկու ին-դեքսների հաշվարկման համար (9.19, 9.20):

Այլ որակական ցուցանիշների (գին, ինքնարժեք և այլն) ինդեքս-ները որոշվում են կշռված միջին հարմոնիկի բանաձևերով:

Միջին հարմոնիկ ինդեքսը համարժեք է ագրեգատայինին, եթե անհատական ինդեքսները կշռված են ագրեգատային ինդեքսի հա-մարիչի արտադրիչներով:

Օրինակ՝ ինքնարժեքի ինդեքսը կարելի է հաշվարկել այսպես՝

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}}, \qquad (9.21)$$

իսկ գնի ինդեքսը՝

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}: \qquad (9.22)$$

Այսպիսով, ինքնարժեքի միջին հարմոնիկ ինդեքսը որոշելիս, որպես կշիռ վերցնում են արտադրության վրա կատարած ծախսե-րը հաշվետու ժամանակաշրջանում, իսկ գնի ինդեքսը որոշելիս՝ արտադրանքի արժեքը հաշվետու ժամանակաշրջանում:

Հաշվարկենք արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և գնի միջին ինդեքսները 9.1 աղյուսակի տվյալներով (11-12 սյունակներ):

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{29640}{23000} = 1.2887 \text{ կամ } 128.87\%$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{34840}{29640} = 1.1754 \text{ կամ } 117.54\%:$$

Նույն արդյունքն էր ստացվել նաև ագրեգատային ինդեքսները հաշվարկելիս:

Միջին ինդեքսները լայնորեն օգտագործվում են արժեթղթերի շուկայի վերլուծության համար: Դրանցից առավել հայտնի են Դոու-Ջոնսի, Ստենդարտի և Պուրայի ինդեքսները:

9.5. Ինդեքսների բազայի և կշռի ընտրությունը

Համեմատման բազայի և կշռի ընտրությունը ինդեքսային հա-մակարգի կառուցման կարևոր հարցերից է: Այն կարող է օգտա-գործվել սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի վերլուծու-թյան նպատակով՝ մի շարք հաջորդական ժամանակաշրջանների

կտրվածքով:

Հաջորդաբար կառուցված ինդեքսների շարքը կոչվում է ինդեք-սային համակարգ: Համեմատության բազայից կախված՝ ինդեքսա-յին համակարգը կարող է լինել *բազիսային* և *շղթայական*:

Բազիսային ինդեքսների համակարգը միևնույն երևույթի՝ հա-մեմատման հաստատուն բազայով հաջորդաբար հաշվարկված ին-դեքսների շարք է, այսինքն՝ բոլոր ինդեքսների հայտարարներում բազիսային ժամանակաշրջանի ինդեքսավորվող մեծություններն են: Իսկ **շղթայական ինդեքսների համակարգը** միևնույն երևույթի ին-դեքսների շարքն է՝ հաշվարկված համեմատման փոփոխական բա-զայով, այսինքն՝ ամեն հաջորդ ժամանակաշրջանի մակարդակի հարաբերությունը նախորդ ժամանակաշրջանի մակարդակին:

Սոցիալ-տնտեսական հետազոտություններում ինդեքսների հա-մակարգի (բազիսային կամ շղթայական) ընտրությունը կատար-վում է՝ վերլուծության նպատակից կախված: Բազիսային ինդեքս-ները տալիս են հետազոտվող երևույթի զարգացման ընդհանուր միտումի ավելի ակնառու բնութագիրը, իսկ շղթայականը հստակ արտացոլում է մակարդակների փոփոխության հաջորդականու-թյունը ժամանակի ընթացքում:

Աղյուսակ 9.3

Անհատական ինդեքսների համակարգ

Անհատական ինդեքսների անվանումը	Ինդեքսների համակարգ	
	բազիսային	շղթայական
Արժեքի ինդեքսը	$\frac{p_1q_1}{p_0q_0}, \frac{p_2q_2}{p_0q_0}, \ldots, \frac{p_nq_n}{p_0q_0}$	$\frac{p_1q_1}{p_0q_0}, \frac{p_2q_2}{p_1q_1}, \ldots, \frac{p_nq_n}{p_{n-1}q_{n-1}}$
Ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0}, \ldots, \frac{q_n}{q_0}$	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_1}, \frac{q_3}{q_2}, \ldots, \frac{q_n}{q_{n-1}}$
Գնի ինդեքսը	$\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \ldots, \frac{p_n}{p_0}$	$\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_1}, \frac{p_3}{p_2}, \ldots, \frac{p_n}{p_{n-1}}$

Բազիսային և շղթայական ինդեքսների համակարգերը կարող են կառուցվել ինչպես անհատական, այնպես էլ ընդհանուր ին-դեքսների համար: Անհատական ինդեքսների համակարգը պարզ է կառուցման տեսակետից: Աղյուսակ 9.3-ում ներկայացված է ար-տադրանքի արժեքի, թողարկվող արտադրանքի ֆիզիկական ծա-վալի և արտադրանքի միավորի գնի անհատական ինդեքսների կառուցման օրինակը:

Նույն սկզբունքով կառուցում են նաև այլ ցուցանիշների անհա-տական ինդեքսների համակարգերը:

Բազիսային և շղթայական ինդեքսների միջև գոյություն ունեն կապերի որոշակի տեսակներ:

1. Եթե հայտնի են շղթայական ինդեքսները, ապա դրանց հաջորդական բազմապատկման եղանակով կարելի է ստանալ բազիսայինները.

$$\frac{p_1}{p_0}\cdot\frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{p_3}{p_2}=\frac{p_3}{p_0},$$

կամ՝

$$\frac{q_1}{q_0}\cdot\frac{q_2}{q_1}\cdot\frac{q_3}{q_2}=\frac{q_3}{q_0}:$$

2. Ունենալով բազիսային ինդեքսների հաջորդական արժեքները՝ կարելի է որոշել շղթայական ինդեքսները՝ հաջորդ բազիսային ինդեքսը նախորդով բաժանելով.

$$\frac{p_2}{p_0}:\frac{p_1}{p_0}=\frac{p_2}{p_1}\text{; կամ՝ }\frac{q_2}{q_0}:\frac{q_1}{q_0}=\frac{q_2}{q_1}:$$

Բազիսային և շղթայական ինդեքսների համակարգը կարելի է կառուցել նաև ագրեգատային ինդեքսների համար: Արժեքի շղթայական ինդեքսների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0},\ \frac{\sum p_2q_2}{\sum p_1q_1},\ \dots,\ \frac{\sum p_nq_n}{\sum p_{n-1}q_{n-1}}:$$

Իսկ արժեքի բազիսային ինդեքսների համակարգը՝ հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0},\ \frac{\sum p_2q_2}{\sum p_0q_0},\ \dots,\ \frac{\sum p_nq_n}{\sum p_0q_0}:$$

Ինդեքսների համակարգի ձևավորումը, օրինակ՝ գնի կամ ֆիզիկական ծավալի համար, տարբերվում է վերը դիտարկված ինդեքսների համակարգից: Այդպիսի համակարգի կառուցման դեպքում կարելի է օգտվել կայուն և փոփոխական կշիռներից:

Կայուն կշիռներով ինդեքսների համակարգը միևնույն երևույթի ամփոփ ինդեքսների համակարգ է, ընդ որում՝ դրանց կշիռները չեն փոփոխվում մեկ ինդեքսից մյուսին անցնելիս: Կայուն կշիռները թույլ են տալիս բացառել կառուցվածքի փոփոխության ազդեցությունը ինդեքսի մեծության վրա:

Օրինակ՝ արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի հաստատուն կշիռներով (p_0) բազիսային ինդեքսների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0},\ \frac{\sum q_2p_0}{\sum q_0p_0},\ \dots,\ \frac{\sum q_np_0}{\sum q_0p_0},$$

իսկ այդ նույն հաստատուն կշիռներով շղթայական ինդեքսների համակարգը ներկայացվում է այսպես՝

$$\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0},\ \frac{\sum q_2p_0}{\sum q_1p_0},\ \dots\ \frac{\sum q_np_0}{\sum q_{n-1}p_0}:$$

Փոփոխական կշիռներով ինդեքսների համակարգը միևնույն երևույթի ամփոփ ինդեքսների համակարգ է՝ մեկ ինդեքսից մյուսին անցնելիս փոփոխվող կշիռներով հաշվարկված: Փոփոխական կշիռները հաշվետու ժամանակաշրջանի կշիռներն են:

Օրինակ՝ գնի փոփոխական կշիռներով բազիսային ինդեքսների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1},\ \frac{\sum p_2q_2}{\sum p_0q_2},\ \dots,\ \frac{\sum p_nq_n}{\sum p_0q_n}:$$

Այս համակարգի տարրերը ինդեքս-դեֆլյատորներ են, որոնք անհրաժեշտ են ազգային հաշիվների համակարգում (ԱՀՀ) արժեքային ցուցանիշները համադրելի գներով վերահաշվարկելու համար:

Գնի փոփոխական կշիռներով շղթայական ինդեքսների համակարգը կլինի հետևյալը՝

$$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1},\ \frac{\sum p_2q_2}{\sum p_1q_2},\ \dots,\ \frac{\sum p_nq_n}{\sum p_{n-1}q_n}:$$

Այս համակարգի առանձին ինդեքսներն օգտագործվում են՝ հաշվետու ժամանակաշրջանի արժեքային ցուցանիշները նախորդ ժամանակաշրջանի գներով վերահաշվարկելիս:

Այլ ցուցանիշների ընդհանուր ինդեքսների համակարգերը կառուցվում են նույն սկզբունքով: Ագրեգատային ինդեքսների համակարգերն ունեն նույն հատկությունները, ինչ և անհատական ինդեքսներինը, այսինքն՝ իմանալով բազիսային ինդեքսները, կարելի է հաշվարկել շղթայականը, իսկ շղթայական ինդեքսների առկայության դեպքում հեշտ է ստանալ նրան համապատասխանող բազիսայինը:

9.6. Կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսներ

Որակական ցուցանիշների դինամիկայի ուսումնասիրության դեպքում անհրաժեշտ է որոշել ինդեքսավորվող ցուցանիշի միջին մեծության փոփոխությունը, որը պայմանավորված է երկու գործոնների փոխազդեցությամբ՝ միավորների առանձին խմբերի ինդեքսավորվող ցուցանիշի արժեքի և երևույթի կառուցվածքի փոփոխության:

Որպես երևույթի կառուցվածքի փոփոխություն՝ ընդունվում է համակցության առանձին միավորների մասնաբաժնի փոփոխությունը ընդհանուր թվաքանակում:

Այսպես, միջին աշխատավարձը ձեռնարկությունում կարող է աճել բանվորների աշխատանքի վարձատրության բարձրացման կամ բարձր վարձատրվող աշխատակիցների մասնաբաժնի մեծացման արդյունքում: Քանի որ ցուցանիշի միջին արժեքի փոփոխության վրա ազդում են երկու գործոններ, ապա առաջանում է ընդհանուր միջինի դինամիկայի վրա յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցության աստիճանը որոշելու խնդիրը: Այդ խնդիրը լուծվում է ինդեքսային մեթոդի օգնությամբ, այսինքն՝ փոխկապակցված ինդեքսների համակարգի կառուցման ճանապարհով, որտեղ միավորվում են երեք ինդեքսներ՝ փոփոխական կազմի, կայուն կազմի և կառուցվածքային տեղաշարժերի:

Երկու գործոնների միաժամանակյա ազդեցությունը դինամիկայի ընդհանուր միջին մակարդակի վրա պարզաբանվում է փոփոխական կազմի ինդեքսի օգնությամբ:

Փոփոխական կազմի ինդեքսը ուսումնասիրվող երևույթի երկու տարբեր ժամանակաշրջաններին վերաբերող (փոփոխվող կշիռներով) միջին արժեքների հարաբերակցությունն է:

Ցանկացած որակական x ցուցանիշի համար փոփոխական կազմի ինդեքսն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 W_1}{\sum W_1} : \frac{\sum x_0 W_0}{\sum W_0} \tag{9.23}$$

որտեղ՝ x_1-ը և x_0-ն՝ ինդեքսավորվող ցուցանիշի միջինացվող մակարդակներն են հաշվետու և բազիսային ժամանակաշրջանում,

W_1-ը, W_0-ն՝ կշիռներն են:

Օրինակ՝ մի քանի ձեռնարկություններում թողարկվող միատեսակ արտադրանքի ինքնարժեքի փոփոխական կազմի ինդեքսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_{\bar{z}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} \tag{9.24}$$

Փոփոխական կազմի ինդեքսն արտացոլում է ոչ միայն ինդեքսավորվող մեծության (տվյալ դեպքում՝ ինքնարժեքի), այլև համակցության կառուցվածքի փոփոխությունը:

Կայուն կազմի ինդեքսը կշռված միջինների հարաբերակցությունն է նույն կշիռներով (կայուն կառուցվածքի դեպքում): Այն հաշվի է առնում միայն ինդեքսավորվող մեծության փոփոխությունը և ցույց տալիս ուսումնասիրվող համակցության միավորի ցուցանիշի (x) միջինի փոփոխության չափը:

Ընդհանուր տեսքով՝ կայուն կազմի ինդեքսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_{xկկ} = \frac{\sum x_1 W_1}{\sum W_1} : \frac{\sum x_0 W_1}{\sum W_1} \tag{9.25}$$

Կայուն կազմի ինդեքսի հաշվարկման համար կարելի է օգտվել ագրեգատային ինդեքսի ձևից՝

$$I_{xկկ} = \frac{\sum x_1 W_1}{\sum x_0 W_1} \tag{9.26}$$

Արտադրանքի ինքնարժեքի կայուն կազմի ինդեքսն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \tag{9.27}$$

Կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսը բնութագրում է ուսումնասիրվող երևույթի կառուցվածքի փոփոխության ազդեցությունը ինդեքսավորվող միջին մակարդակի դինամիկայի վրա և հաշվարկվում հետևյալ բանաձևով՝

$$I_{xկտ} = \frac{\sum x_0 W_1}{\sum W_1} : \frac{\sum x_0 W_0}{\sum W_0} \tag{9.28}$$

Արտադրանքի ինքնարժեքի կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսը կլինի՝

$$I_{zկտ} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} \tag{9.29}$$

Որակական ցուցանիշների միջին մակարդակի դինամիկայի վերլուծության դեպքում փոխկապակցված ինդեքսների համակարգը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I_{\bar{x}} = I_{xկկ} I_{xկտ} \tag{9.30}$$

Որպես կառուցվածքային փոփոխություն՝ ընդունվում է համակցության առանձին խմբերի միավորների մասի փոփոխությունը դրանց ընդհանուր թվաքանակում (d):

Միջին մակարդակի ինդեքսներում որպես կշիռ կարելի է ընդունել համակցության միավորի տեսակարար կշիռը՝ $d = \frac{W_1}{\sum W_1}$, որն արտացոլում է ուսումնասիրվող համակցության կառուցվածքի փոփոխությունը: Այդ դեպքում փոխկապակցված ինդեքսների համակարգը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0},\quad I_{xկկ} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1},\quad I_{xկտ} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0} \tag{9.31}$$

Նմանաբար կառուցում են միջին մակարդակների այլ ինդեքսները՝ գնի, ֆոնդահատույցի, աշխատանքի արտադրողականության և այլն: Օրինակ՝ կան հետևյալ տվյալները երկու ձեռնարկությունների նույնանուն արտադրանքի և դրա ինքնարժեքի վերաբերյալ (տե՛ս աղյուսակ 9.4):

Պետք է որոշել ինքնարժեքի անհատական, փոփոխական կազմի, կայուն կազմի և կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսները:

Լուծում: Երկրորդ եռամսյակում, առաջին եռամսյակի համեմատությամբ, առաջին ձեռնարկությունում ինքնարժեքն ավելացել է 6.7%-ով, իսկ երկրորդ ձեռնարկությունում՝ նվազել 2.86%-ով:

Աղյուսակ 9.4

Արտադրանքի քանակը և ինքնարժեքը

Ձեռնարկություններ	Արտադրանքի քանակը (հատ) Եռամսյակ I	II	Միավոր արտադրանքի ինքնարժեքը (հազ. դրամ) Եռամսյակ I	II	Ինքնարժեքի անհատական ինդեքսը	Արտադրության ծախսերը Եռամսյակ I	II	
	q_0	q_1	z_0	z_1	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$	z_0q_0	z_1q_1	z_0q_1
Ա	1	2	3	4	5	6	7	8
1	52	60	75	80	1.067	3900	4800	4500
2	48	40	70	68	0.9714	3360	2720	2800
Ընդ.	100	100				7260	7520	7300

Հաշվարկենք փոփոխական կազմի ինդեքսը: Առաջին հերթին որոշում ենք միավոր արտադրանքի միջին ինքնարժեքը բազիսային և հաշվետու ժամանակաշրջանում.

$$\bar{z}_0 = \frac{\sum z_0q_0}{\sum q_0} = \frac{7260}{100} = 72.6 \text{ հազ. դրամական միավոր,}$$

$$\bar{z}_1 = \frac{\sum z_1q_1}{\sum q_1} = \frac{7520}{100} = 75.2 \text{ հազ. դրամական միավոր:}$$

Ինքնարժեքի փոփոխական կազմի ինդեքսը հավասար կլինի՝ $I_{\bar{z}} = \bar{z}_1 : \bar{z}_0 = 75.2 : 72.6 = 1.0358$ կամ 103.58%:

Նշանակում է՝ միավոր արտադրանքի ինքնարժեքը ըստ երկու ձեռնարկությունների ավելացել է 3.58%-ով:

Որոշենք ինքնարժեքի կայուն կազմի ինդեքսը՝

$$I_{z_{կկ}} = \frac{\sum z_1q_1}{\sum z_0q_1} = \frac{7520}{7300} = 1.03 \text{ կամ } 103\%:$$

Այսպիսով, առաջին եռամսյակի համեմատությամբ, երկրորդ եռամսյակում ինքնարժեքն ավելացել է 3%-ով:

Այժմ որոշենք կառուցվածքի փոփոխության ազդեցությունը միջին ինքնարժեքի դինամիկայի վրա.

$$I_{z_{կտ}} = \frac{\sum z_0q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0q_0}{\sum q_0} = \frac{7300}{100} : \frac{7260}{100} = 1.006 \text{ կամ } 100.6\%:$$

Միավոր արտադրանքի ինքնարժեքի միջինը ըստ երկու ձեռնարկությունների աճել է 0.6%-ով, ի հաշիվ առանձին ձեռնարկությունների տեսակարար կշռի փոփոխության՝ ընդհանուր թողարկվող արտադրանքում:

9.7. Տարածքային համադրման ինդեքսներ

Վիճակագրության պրակտիկայում հաճախ անհրաժեշտություն է առաջանում համեմատելու տնտեսական երևույթների մակարդակները տարածության մեջ՝ ըստ երկրների, տնտեսական շրջանների, մարզերի, այսինքն՝ հաշվարկելու տարածքային ինդեքսները: Դրանք կառուցելու և հաշվարկելու համար անհրաժեշտ է որոշել համեմատման բազան և կշիռները: Եթե համեմատում են տարբեր՝ A և B երկրների նույնատիպ ապրանքների գները, անհրաժեշտ է կառուցել երկու ինդեքսներ՝

$$I_{P_{A/B}} = \frac{\sum p_Aq_A}{\sum q_Bq_A} \qquad (9\ 32)$$

և

$$I_{P_{B/A}} = \frac{\sum p_Bq_B}{\sum p_Aq_B}, \qquad (9\ 33)$$

որտեղ՝ $I_{P_{A/B}}$($I_{P_{B/A}}$) ինդեքսը ցույց է տալիս, որ որպես երկրի երևույթների մակարդակների հարաբերակցության համեմատության բազա են ընդունվել A(B) տարածաշրջանի տվյալները:

Այդ բանաձևերը կարող են տալ բոլորովին տարբեր պատկերացումներ երևույթի մակարդակների հարաբերակցության մասին:

Վիճակագրության տեսության պրակտիկայում հանդիպում են տարածքային ինդեքսների կառուցման տարբեր մեթոդներ, այդ թվում՝ ստանդարտ կշիռների: Այդ մեթոդի էությունն այն է, որ ինդեքսավորվող մեծության արժեքը կշռվում է ոչ թե որևէ մեկ շրջանի կշռով, այլ ամբողջ մարզերով, տնտեսական շրջաններով, հանրապետությունով, որտեղ գտնվում են համեմատվող շրջանները: Այդ դեպքում որպես կշիռ ընդունվում է արտադրանքի քանակը, որը վաճառվել է A և B շրջաններում՝

$$I_{p_{A/B}} = \frac{\sum p_A(q_A+q_B)}{\sum p_B(q_A+q_B)}: \quad \textbf{(9.34)}$$

Ֆիզիկական ծավալի տարածքային ինդեքսներում որպես չափակցելի կշիռներ կարող են հանդես գալ միջին գները.

$$I_{q_{A/B}} = \frac{\sum q_A\overline{p}}{\sum q_B\overline{p}} \quad \textbf{(9.35)}$$

կամ

$$I_{q_{B/A}} = \frac{\sum q_B\overline{p}}{\sum q_A\overline{p}}, \quad \textbf{(9.36)}$$

որտեղ` $\overline{p} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum q_1}$:

Օրինակ` ապրանքների իրացման ծավալի և գների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները ըստ երկու քաղաքների շուկաների (աղյուսակ 9.5):

Աղյուսակ 9.5

A և B քաղաքներում իրացված ապրանքների քանակն ու գները

Ապրանքի անվանումը	A քաղաք		B քաղաք	
	Իրացվել է	Միավոր ապրանքի գինը	Իրացվել է	Միավոր ապրանքի գինը
	q_A	p_A	q_B	p_B
A	1	2	3	4
Ա(կգ)	200	20	250	18
Բ(հատ)	120	400	180	360
Ընդ.	320		430	

Աղյուսակ 9 5 (շարունակություն)

Ապրանքաշրջանառությունը A քաղաք	Ապրանքաշրջանառությունը B քաղաք			Իրացված ապրանքի քանակը A և B քաղաքներում		
$p_A q_A$	$p_B q_B$	p_Bq_A	p_Aq_B	$q_A + q_B$	$p_A(q_A+q_B)$	$p_B(q_A+q_B)$
5=1·2	6=3·4	7=4·1	8=2·3	9=1+3	10=2·9	10=4·9
4000	4500	3600	5000	450	9000	8100
48000	64800	43200	72000	300	120000	108000
52000	69300	46800	77000	750	129000	116100
Ո ո են						

Ո 2 ք գների տարածքային ինդեքսը:

Հաշվարկելով ինդեքսները երկու բանաձևով` կստանանք.

$$I_{p_{A/B}} = \frac{\sum p_Aq_A}{\sum p_Bq_A} = \frac{52000}{46800} = 1.11, \text{ կամ } 111\%,$$

$$I_{p_{A/B}} = \frac{69300}{77000} = 0.9, \text{ կամ } 90\%:$$

Տարածքային ինդեքսները ցույց են տալիս, որ A քաղաքի շուկաներում իրացված ապրանքների գները 11%-ով բարձր են B քաղաքում իրացվող ապրանքների գներից: Եթե համեմատում ենք B քաղաքի ապրանքների գները A քաղաքի շուկաներում իրացվող ապրանքների գների հետ, տեսնում ենք, որ այն 10%-ով ցածր է:

Այսպիսով, ինդեքսների հաշվարկը թույլ չի տալիս որոշել, թե որ քաղաքում են գները բարձր: Պատճառն այն է, որ տարբեր քաղաքներում վաճառքի կառուցվածքը փոփոխական է: Այս օրինակում, որպես կշիռներ կարելի է օգտագործել իրացվող ապրանքի քանակը A և B քաղաքներում, այսինքն`

$$I_p = \frac{\sum p_A(q_A+q_B)}{\sum p_B(q_A+q_B)} = \frac{129000}{116100} = 1.111 \text{ կամ } 111.1\%:$$

Նշանակում է` գները A քաղաքում ավելի բարձր են, քան B քաղաքում (միջինը 11.1%-ով):

9.36 բանաձևով հաշվարկենք միջին գները` ըստ առանձին ապրանքների.

$$\overline{p}_A = \frac{4000+4500}{200+250} = \frac{8500}{450} = 18.9,$$

$$\overline{p}_B = \frac{48000+68400}{120+180} = \frac{116400}{300} = 388$$

$$I_{q_{A/B}} = \frac{200\cdot18.9+120\cdot388}{250\cdot18.9+180\cdot388} = \frac{3780+46560}{4725+69840} = \frac{50340}{74565} = 0.675 \text{ կամ } 67.5\%$$

Ապրանքի իրացման ծավալը, կշիռը A քաղաքում միջինում 32.5 տոկոսով փոքր է, քան B քաղաքում:

Ըստ 9.36 բանաձևի` $I_{q_{B/A}}$ = 1.481 կամ 148.1 %: Դա նշանակում է, որ B քաղաքում իրացվող ապրանքի ծավալը 48.1 տոկոսով մեծ է, քան A քաղաքում:

9.8. Տնտեսական ինդեքսների փոխադարձ կապերը

Կարևորագույն ինդեքսների միջև գոյություն ունեն փոխկապակցվածություններ, որոնց օգնությամբ մեկ ինդեքսի հիման վրա կարելի է որոշել մեկ այլ ինդեքսը:

Իմանալով շղթայական ինդեքսների արժեքները որևէ ժամանակահատվածում՝ կարելի է որոշել բազիսային ինդեքսները, և հակառակը, հայտնի բազիսային ինդեքսների հարաբերության միջոցով ստանալ շղթայական ինդեքսները: Ինդեքսային մեթոդը բնութագրում է ոչ միայն բարդ երևույթների դինամիկան, այլև վերլուծում դրանց առանձին գործոնների ազդեցությունը: Վիճակագրական շատ ցուցանիշներ բնութագրում են հասարակական երևույթների՝ որոշակի կապի մեջ գտնվող տարբեր կողմերը: Օրինակ՝ արտադրանքի արժեքի ինդեքսի կապը արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և գնի ինդեքսի հետ, արտադրության ծախքերի ինդեքսի կապը արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և ինքնարժեքի ինդեքսի հետ և այլն:

Եթե կա z = xy արտադրյալը, ապա նույնպիսի կապ գոյություն ունի նաև դրանում մասնակցող մեծությունների ինդեքսների միջև՝

$$I_z = I_x I_y \,,$$

իսկ $z = \frac{x}{y}$ հարաբերության դեպքում՝

$$I_z = \frac{I_x}{I_y}:$$

Նշանակում է՝ հատկանիշների ինդեքսներ ունեն միևնույն առնչությունները, ինչ և բուն հատկանիշները: Օրինակ՝ ապրանքաշրջանառության ինդեքսը՝

$$I_{pq} = I_p I_q \qquad (9.37)$$

կամ

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \qquad (9.37.1)$$

արտադրության ծախքերի ինդեքսը՝

$$I_{zq} = I_z I_q \qquad (9.38)$$

կամ

$$\frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \cdot \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0}: \qquad (9.38.1)$$

Ընդունենք՝ եթե ինքնարժեքն ավելացել է 12%-ով, իսկ արտադրանքի քանակը նվազել 10%-ով, ապա արտադրության ծախքերի ինդեքսը հավասար կլինի՝

1.12 · 0.9=1.008 կամ 100.8%-ի:

Արտադրանքի արտադրության վրա ժամանակի ծախսի ինդեքսը կարող է ստացվել արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսի և աշխատատարության ինդեքսի հարաբերությամբ՝

$$I_{tq} = I_q : I_t \qquad (9.39)$$

$$\frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0} : \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}: \qquad (9.39.1)$$

Գոյություն ունի կարևոր փոխադարձ կապ արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսների միջև: Աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը հիմնականում հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_W = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p_0}{\sum T_0}, \qquad (9.40)$$

որը պատրաստի արտադրանքի (համադրելի գներով) միջին արժեքի հարաբերությունն է ժամանակի միավորին հաշվետու և բազիսային ժամանակաշրջանում:

Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը հավասար է աշխատանքի արտադրողականության և աշխատաժամանակի ծախսի ինդեքսների արտադրյալին՝

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum T_1}{\sum T_0} \cdot \left(\frac{\sum q_1 p_0}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p_0}{\sum T_0} \right): \qquad (9.41)$$

Այսպիսով, եթե բանվորների թվաքանակն ավելացել է 15%-ով, իսկ աշխատանքի արտադրողականությունը՝ 10%-ով, ապա ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը հավասար կլինի՝

1.15 · 1.1=1.265 կամ 126.5%-ի:

Նմանատիպ կապ գոյություն ունի նաև աշխատավարձի ֆոնդի, միջին աշխատավարձի և բանվորների թվաքանակի միջև՝

$$I_F = I_f \cdot I_T \;; \qquad (9.42)$$

$$\frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} \cdot \frac{\sum T_1 f_0}{\sum T_0 f_0}: \qquad (9.42.1)$$

Նույնպիսի փոխադարձ կապեր գոյություն ունեն նաև այլ ինդեքսների միջև:

Յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցությունը որոշելու համար, կատարենք հետևյալ նշանակումները. բանվորների թվաքանակը նշանակենք a-ով, մյուս գործոնը՝ մեկ բանվորի պատրաստած արտադրանքը՝ b-ով: Արտադրանքի արժեքը հավասար կլինի $a \cdot b$ արտադրյալին, իսկ արժեքի ինդեքսը՝ բանվորների թվաքանակի և աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսների արտադրյալին.

$$\frac{a_1 b_1}{a_0 b_0} = \frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{b_1}{b_0}: \qquad (9.43)$$

Յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցությունը թողարկվող ընդհանուր արտադրանքի արժեքի վրա բացահայտելու համար, անհրաժեշտ է որոշել որևէ գործոնի դինամիկան՝ մյուս գործոնների անփոփոխ մնալու պայմանով: Այդ դեպքում (9.43) բանաձևը կարելի է ներկայացնել երկու տարբերակով՝

1. $$\frac{a_1b_1}{a_0b_0}=\frac{a_1b_0}{a_0b_0}\cdot\frac{b_1a_1}{b_0a_1}; \qquad (9.44)$$

2. $$\frac{a_1b_1}{a_0b_0}=\frac{a_1b_1}{a_0b_1}\cdot\frac{b_1a_0}{b_0a_0}: \qquad (9.45)$$

Երեք (a, b, c) գործոնների դեպքում՝

$$I_{abc}=\frac{\sum a_1b_1c_1}{\sum a_0b_0c_0}=\frac{\sum a_1b_0c_0}{\sum a_0b_0c_0}\cdot\frac{\sum a_1b_1c_0}{\sum a_1b_0c_0}\cdot\frac{\sum a_1b_1c_1}{\sum a_1b_1c_0}: \qquad (9.46)$$

Առանձին գործոնների փոփոխության գնահատումը արդյունքային հատկանիշի ցուցանիշների վրա վիճակագրությունում ստացվում է փոխադարձ ինդեքսների կառուցման ճանապարհով:

Խնդիրն այն է, որ հաշվարկվի բարդ ցուցանիշների փոփոխությունը միայն մեկ գործոնի փոփոխության դեպքում՝ մյուս գործոնների մեծությունները պահպանելով որոշակի հաստատուն մակարդակում: Ինդեքսների հաշվարկման հիմքում ընկած է հետևյալ սկզբունքը՝ հաստատո՞ւն են պահվում, արդյոք, բոլոր գործոնների արժեքները, բացի ուսումնասիրվողից: Ձևակերպենք երկու լրացուցիչ կանոններ, որոնք հնարավորություն են տալիս ապահովել պայմանները.

1) քանակական ցուցանիշների ինդեքսները հաշվարկելիս չափակցելիությունը (կշիռը) ընդունվում է բազիսային ժամանակաշրջանի մակարդակով, այսինքն՝ հաշվարկը կատարվում է Լասպեյրեսի բանաձևով:

2) որակական ցուցանիշների ինդեքսները հաշվարկելիս՝ կշիռները համարիչում և հայտարարում պահպանվում են հաշվետու ժամանակաշրջանի մակարդակով, այսինքն՝ օգտվում ենք Պաաշեի բանաձևից:

Ագրեգատային ինդեքսների բանաձևերը հնարավորություն են տալիս բաղադրելու արդյունքային ցուցանիշների բացարձակ հավելաճը ըստ գործոնների: Ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելաճը հավասար է՝

$$\Delta pq=\Delta pq(p)+\Delta pq(q),$$

որտեղ՝ Δpq-ն արտադրանքի արժեքի բացարձակ հավելաճն է,

$\Delta pq(p)$-ն՝ արտադրանքի արժեքի բացարձակ հավելաճը՝ պայմանավորված արտադրանքի միավորի գնի փոփոխությամբ,

$\Delta pq(q)$-ն՝ արտադրանքի արժեքի բացարձակ հավելաճը՝ պայմանավորված արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի փոփոխությամբ:

Դիտարկված մեծություններից յուրաքանչյուրը համապատասխանում է ագրեգատային ինդեքսների համարիչի և հայտարարի տարբերությանը՝

$$\sum p_1q_1-\sum p_0q_0=\left(\sum p_1q_1-\sum p_0q_1\right)+\left(\sum q_1p_0-\sum q_0p_0\right):$$

Միջին գնի փոփոխությունը որոշվում է փոփոխական կազմով ինդեքսի օգնությամբ՝

$$I_{\bar p}=\frac{\bar p_1}{\bar p_0}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum q_1}:\frac{\sum p_0q_0}{\sum q_0}:$$

Որպես տեսակարար կշիռ ընդունելով՝ $\frac{q_1}{\sum q_1}=dq_1$ և $\frac{q_0}{\sum q_0}=dq_0$,

կստանանք՝ $I_{\bar p}=\frac{\sum p_1dq_1}{\sum p_0dq_0}:$

Եթե հաշվարկը կատարենք միջին գներով, ապա՝

$$\Delta pq=\bar p_1\sum q_1-\bar p_0\sum q_0:$$

Եկամտի բացարձակ հավելաճը, պայմանավորված միջին գնի փոփոխությամբ, կազմում է՝

$$\Delta pq(\bar p)=(\bar p_1-\bar p_0)\sum q_1;$$

$$\Delta pq(q)=\left(\sum q_1-\sum q_0\right)\bar p_0:$$

Արտադրության ծախսերի բացարձակ փոփոխությունը կկազմի՝

$\pm\Delta zq=\sum z_1q_1-\sum z_0q_0$, այդ թվում՝

1. ի հաշիվ արտադրանքի արտադրության ծավալի փոփոխության՝

$$\Delta zq(q)=\left(\sum q_1-\sum q_0\right)\cdot\bar z_0=\left(\sum q_1-\sum q_0\right)\frac{\sum z_0q_0}{\sum q_0};$$

2. ի հաշիվ արտադրանքի միավոր ինքնարժեքի փոփոխության՝

$$\Delta zq(z)=(\bar z_1-\bar z_0)\sum q_1:$$

Համախառն բերքի դեպքում ինդեքսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_{y\Pi}=\frac{\sum y_1\Pi_1}{\sum y_0\Pi_0}=\frac{\sum y_1\Pi_1}{\sum y_0\Pi_1}\cdot\frac{\sum y_0\Pi_1}{\sum y_0\Pi_0}:$$

Համախառն բերքի բացարձակ փոփոխությունը՝

$$\Delta y\Pi = \sum y_1\Pi_1 - \sum y_0\Pi_0 ,$$

այդ թվում՝

1) ի հաշիվ բերքատվության փոփոխության՝

$$\Delta y\Pi(y) = (y_1 - y_0)\sum \Pi_1 ;$$

2) ի հաշիվ ցանքատարածության՝

$$\Delta y\Pi(\Pi) = \left(\sum \Pi_1 - \sum \Pi_0\right)\cdot y_0 :$$

Բացարձակ մեծությունների փոփոխություններից կարելի է անցնել հարաբերական մեծությունների որոշմանը: Յուրաքանչյուր գործոնի մասնակցությունը ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելաճի ձևավորմանը հարաբերական արտահայտությամբ կարելի է որոշել՝

$$d\Delta pq(q) = \frac{\Delta pq(q)}{\Delta pq} = \frac{\sum q_1p_0 - \sum p_0q_0}{\sum p_1q_1 - \sum p_0q_0} = \frac{I_q - 1}{I_{pq} - 1},$$

և

$$d\Delta pq(p) = \frac{\Delta pq(p)}{\Delta pq} = \frac{\sum p_1q_1 - \sum p_0q_1}{\sum p_1q_1 - \sum p_0q_0} = \frac{I_{pq} - I_q}{I_{pq} - 1} = \frac{I_q(I_p - 1)}{I_{pq} - 1}$$

բանաձևերով:

Նույն սկզբունքը կարելի է կիրառել այլ ինդեքսավորվող ցուցանիշների վերլուծության դեպքում:

9.9. Լասպեյրեսի և Պաաշեի ինդեքսների հատկությունները

Գնի ինդեքսի հաշվարկման առաջին բանաձևը առաջարկվել է 1738 թ. ֆրանսիացի տնտեսագետ Դյուտոի կողմից.

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}$$

1764 թ. իտալացի Կարլին առաջարկեց գների ընդհանուր ինդեքսը որոշել որպես պարզ միջին թվաբանական մեծություն գների անհատական ինդեքսներից.

$$I_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n} = \frac{\sum i_p}{n};$$

Եվ միայն վերջերս առաջարկվել են գնի ինդեքսի երկու բանաձևեր, որոնք ներկայումս օգտագործվում են արտասահմանյան և Հայաստանի վիճակագրության պրակտիկայում:

Առաջին բանաձևի հեղինակը գերմանացի վիճակագիր Գ.

Պաաշեն է՝

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1},$$

իսկ երկրորդինը՝ Է. Լասպեյրեսը.

$$I_p = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}$$

Երկու ինդեքսներում էլ ինդեքսավորվող մեծությունը գինն է, իսկ որպես կշիռ առաջին դեպքում ընդունվել է արտադրանքի քանակը ընթացիկ ժամանակաշրջանում, իսկ երկրորդում՝ արտադրանքի քանակը բազիսային ժամանակաշրջանում:

Պաաշեի և Լասպեյրեսի ինդեքսների նշանակությունները չեն համընկնում: Դա բացատրվում է այն հանգամանքով, որ ինդեքսներն ունեն տարբեր տնտեսագիտական բովանդակություն:

Գործնականում գնի ինդեքսները՝ հաշվարկված Պաաշեի բանաձևով, ունեն ոչ մեծ նվազման, իսկ ըստ Լասպեյրեսի բանաձևի՝ ինֆլյացիայի տեմպերի աճի միտում:

Դիտարկենք Լասպեյրեսի և Պաաշեի ինդեքսների հատկությունները:

Կատարենք հետևյալ նշանակումները՝

I_p^{Π}, I_q^{Π} - գնի և ֆիզիկական ծավալի ինդեքսները՝ ընթացիկ կշիռներով (Պաաշեի ինդեքս),

$I_p^{Л}$, $I_q^{Л}$ - գնի և ֆիզիկական ծավալի ինդեքսները՝ բազիսային կշիռներով (Լասպեյրեսի ինդեքս):

Աղյուսակ 9.6-ում բերված են այդ ինդեքսների հաշվարկման բանաձևերը:

Աղյուսակ 9.6.

Լասպեյրեսի և Պաաշեի ինդեքսները

Ինդեքսի անվանումը	Ինդեքսների բանաձևերը	
	Լասպեյրեսի (բազիսային կշիռներով)	Պաաշեի (հաշվետու կշիռներով)
Ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը	$\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0}$	$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_1q_0}$
Գնի ինդեքսը	$\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}$	$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$

Հատկություն 1.

$$I_p^{\Pi} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{I_{pq}}{I_q^{\Pi}} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} : \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0}$$

Այսինքն՝ գնի ինդեքսը ըստ Պաաշեի բանաձևի ներկայացնում է արտադրանքի արժեքի ինդեքսի հարաբերությունը արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսին ըստ Լասպեյրեսի բանաձևի:

Հատկություն 2.

$$I_p^{\Pi} \cdot I_q^{\Pi} = I_p^{\Pi} \cdot I_q^{\Pi} = I_{pq},$$

$$\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \cdot \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_1q_0} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \cdot \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

Հատկություն 3.

$$I_p^{\Pi} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum p_1q_0(p_0/p_0)}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum p_0q_0(p_1/p_0)}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum i_pp_0q_0}{\sum p_0q_0}$$

Հատկություն 4.

$$I_q^{\Pi} = \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum p_0q_1(q_0/q_0)}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum p_0q_0(q_1/p_0)}{\sum p_0q_0} = \frac{\sum i_qp_0q_0}{\sum p_0q_0}.$$

Հատկություն 5.

$$I_p^{\Pi} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1(p_0/p_0)}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_0q_1(p_1/p_0)}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum i_pp_0q_1}{\sum p_0q_1}.$$

Տվյալ դեպքում որպես կշիռ օգտագործվում է պայմանական արժեքը՝ p_0q_1

Հատկություն 6.

$$I_q^{\Pi} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_1q_0} = \frac{\sum p_1q_1(q_0/q_0)}{\sum p_1q_0} = \frac{\sum p_1q_0(q_1/q_0)}{\sum p_1q_0} = \frac{\sum i_qp_1q_0}{\sum p_1q_0}$$

Որպես կշիռ այստեղ ընդունված է բազիսային ժամանակաշրջանի արտադրանքի արժեքը՝ հաշվարկված հաշվետու ժամանակաշրջանի գներով (p_1q_0):

Հատկություն 7.

Ըստ բազիսային ժամանակաշրջանի արժեքի մեծության ինդեքսի կշիռը որոշելու ժամանակ առաջանում է մշտական շեղում: Պատճառն այն է, որ գինը, որպես բազմապատկիչ, մտնում է կշռի մեջ և կշիռների գների փոփոխությունների միջև գոյություն ունի կոռելյացիա.

$$I_p^{\Pi} : I_p^{\Pi} = 1 + r_{i_pi_q} \cdot v_{i_p} \cdot v_{i_q}$$

որտեղ՝ $r_{i_pi_q}$ -ն կոռելյացիայի գործակիցն է՝ առանձին տեսակի արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի և գնի անհատական ինդեքսների միջև,

v_{i_p} -ն՝ գնի անհատական ինդեքսի վարիացիայի գործակիցն է,

v_{i_q} -ն՝ արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի անհատական ինդեքսի վարիացիայի գործակիցն է:

Կոռելյացիայի գործակիցը որոշվում է հետևյալ բանաձևով

$$r_{i_pi_q} = \frac{\sum \left(i_p - I_p^{\Pi}\right)\left(i_q - I_q^{\Pi}\right)p_0q_0}{\sigma_{i_p}\sigma_{i_q}\sum p_0q_0}$$

իսկ միջին քառակուսային շեղումները՝

$$\sigma_{i_p} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(i_{p_i} - I_p^{\Pi})^2p_0q_0}{\sum_{i=1}^{n}p_0q_0}}; \quad \sigma_{i_q} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(i_{q_i} - I_q^{\Pi})^2p_0q_0}{\sum_{i=1}^{n}p_0q_0}}$$

Վարիացիայի գործակիցները.

$$v_{i_p} = \frac{\sigma_{i_p}}{I_p^{\Pi}}; \quad v_{i_q} = \frac{\sigma_{i_q}}{I_q^{\Pi}}$$

Քանի որ վարիացիայի գործակիցները միշտ դրական են, իսկ ապրանքային շուկայում գնի և ֆիզիկական ծավալի փոփոխությունների միջև կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը սովորաբար բացասական է, ապա, ըստ Պաաշեի բանաձևի, ինդեքսի արժեքը միշտ փոքր է ըստ Լասպեյրեսի ինդեքսի արժեքից:

9.10. Ֆիշերի կատարյալ ինդեքսը

Ֆիշերի գնի ինդեքսը Լասպեյրեսի և Պաաշեի գնի ագրեգատային ինդեքսների արտադրյալների միջին երկրաչափականն է՝

$$I_p^{\Phi} = \sqrt{I_p^{\Pi} \cdot I_p^{\Pi}} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \cdot \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}$$

Ֆիշերի առաջարկված տարբերակի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$I_q^{\Phi} = \sqrt{I_q^{\Pi} \cdot I_q^{\Pi}} = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}}$$

Ինդեքսների ներկայացումը երկրաչափական միջինի տեսքով՝ ունի սկզբունքային թերություն. զուրկ է որոշակի տնտեսագիտական բովանդակությունից: Այսպես, ի տարբերություն Լասպեյրեսի կամ Պաաշեի ագրեգատային ինդեքսների, համարիչի և հայտարարի տարբերությունը ցույց չի տալիս ոչ մի իրական տնտեսում կամ կորուստ գների կամ ֆիզիկական ծավալների փոփոխություններից:

Ինդեքսի հաշվարկի այդ բանաձևը Ֆիշերը անվանեց կատարյալ, որովհետև ինդեքսը ժամանակի մեջ հակադարձ է, այսինքն՝ բազիսային և հաշվետու ժամանակաշրջանների տեղափոխության արդյունքում ստացվող ինդեքսը հակադարձ է սկզբնական հաշվարկված ինդեքսին: Այդ պայմանին բավարարում է ցանկացած անհատական ինդեքս: Այսպես, գնի անհատական ինդեքսը կլինի՝

$i_p = \frac{p_1}{p_0}$, հակադարձ ինդեքսը կլինի՝ $\frac{1}{i_p} = \frac{p_0}{p_1}$:

Ֆիշերի կատարյալ ինդեքսը բավարարում է հետևյալ պայմանը.

$$\sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}} \cdot \sqrt{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_1 q_0} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1 q_1}} = 1:$$

Հարկ է նշել, որ Ֆիշերի կատարյալ ինդեքսը հազվադեպ է օգտագործվում:

9.11. Ինդեքս - դեֆլյատոր

Ազգային հաշիվների համակարգի կարևորագույն արժեքային ցուցանիշների (ազգային եկամուտ, համախառն ազգային եկամուտ և այլն) հաշվարկը՝ փաստացիից համադրելի գների, իրականացվում է ինդեքս-դեֆլյատորի օգնությամբ: Դեֆլյատորը գործակից է, որի օգնությամբ հաշվետու ժամանակաշրջանի արժեքային ցուցանիշի մեծությունը (արժեքը) բերվում է բազիսային արժեքային չափելիության: Օրինակ՝ ՀՆԱ ինդեքս-դեֆլյատորը գնի ինդեքս է, որը կիրառվում է ՀՆԱ անվանական ծավալը ճշգրտելու համար՝ հաշվի առնելով արժեզրկումը և դրա հիման վրա՝ ՀՆԱ-ի իրական ծավալի ստացումը:

Ինդեքս-դեֆլյատորը արտահայտում է հաշվետու ժամանակաշրջանի արտադրանքի փաստացի արժեքի հարաբերությունը արտադրանքի արժեքին, որի կառուցվածքը նման է հաշվետու ժամանակաշրջանի կառուցվածքին, բայց որոշված՝ բազիսային տարվա

գներով: Ինդեքս-դեֆլյատորի հաշվարկի հիմքում ընկած է Պաաշեի ագրեգատային ինդեքսը՝ ընթացիկ կշիռներով: Ինդեքս-դեֆլյատորը 2005 թ. ՀՆԱ համար որոշվում է

$$I_d = \frac{\sum p_{2005} q_{2005}}{\sum p_0 q_{2005}}$$ բանաձևով,

որտեղ՝ I_d-ն ինդեքս-դեֆլյատորն է,

q_{2005}-ն՝ արտադրանքի ծավալը 2005 թ.,

p_{2005}, p_0-ն՝ փաստացի գործող գները, համապատասխանաբար՝ 2005 և բազիսային տարիներում:

2005 թ. իրական ՀՆԱ-ն որոշվում է $R_{2005} = Q_{2005} : I_d$ բանաձևով, որտեղ՝ Q_{2005}- անվանական ՀՆԱ-ն է:

Ինդեքս-դեֆլյատորի բանաձևը կարելի է ներկայացնել նաև հետևյալ տեսքով՝

$$I_d = \frac{Q_{2005}}{R_{2005}}:$$

Ինդեքս-դեֆլյատորը 2006 թ. համար կարող է հաշվարկվել հետևյալ բանաձևով՝

$$I_d = \frac{\sum p_{2006} q_{2006}}{\sum p_0 q_{2006}},$$

որտեղ՝ q_{2006}–ն արտադրանքի ծավալն է 2006 թ.,

p_{2006} – 2006 թ. փաստացի գործող գները:

Համեմատելով բանաձևերը, հեշտ է նկատել, որ դրանցում օգտագործվում են տարբեր կշիռներ: Այդ պատճառով ինդեքս-դեֆլյատորը չի կարող օգտագործվել գնի դինամիկայի գնահատման համար երկու ժամանակաշրջաններում:

Ինդեքս-դեֆլյատորը պատկերացում է տալիս միայն հաշվետու և բազիսային ժամանակաշրջանների արտադրանքների արժեքային հարաբերության մասին: Տվյալ դեպքում հաշվի չի առնվում հաշվետու և բազիսային տարիների արտադրանքների կազմի և կառուցվածքի տարբերությունը: Այսպիսով, ինդեքս-դեֆլյատորը ինքնուրույն ցուցանիշ է: Վիճակագրության պրակտիկայում ինդեքս-դեֆլյատորները հաշվարկվում են ոչ միայն ամբողջ տնտեսության ծավալով, այլև ըստ առանձին տարածքների, ապրանքային խմբերի, տնտեսության ճյուղերի և այլն:

ՀԱՎԵԼՎԱԾՆԵՐ

Հավելված 1

Լապլասի կրկնակի նորմավորված ֆունկցիա

$$\Phi(t)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}\cdot dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}}\cdot dt$$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0000	0080	0160	0239	0319	0399	0478	0558	0638	0717
0.1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0.2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0.3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2961	3035
0.4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3683	3759
0.5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0.6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0.7	5161	5223	5385	5346	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0.8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0.9	6319	6372	6424	6176	6528	6579	6629	6680	6729	6778
1.0	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1.1	7287	7339	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620	7660
1.2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7995	8029
1.3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1.4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1.5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1.6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1.7	9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265
1.8	9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399	9412
1.9	9426	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9534
2.0	9545	9556	9566	9576	9586	9596	9606	9616	9625	9634
2.1	9643	9651	9660	9668	9674	9684	9692	9700	9707	9715
2.2	9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2.3	9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2.4	9836	9840	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869	9872
2.5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904
2.6	9907	9909	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9929
2.7	9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946	9947
2.8	9949	9950	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2.9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3.0	9973	9981	9986	9990	9993	9995	9997	9998	9999	9999

Օրդինատի արժեքները ավելացված են 10000 անգամ:

$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$ ֆունկցիայի արժեքների աղյուսակ

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0.1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0.2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0.4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0.5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0.6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0.8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1.0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1.1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1.2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1.3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1.4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1.6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1.7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1.8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2.0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2.1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2.3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2.4	0224	0219	0213	0203	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2.5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2.6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2.7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2.8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3.0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
4.0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Օրդինատի արժեքները ավելացված են 10000 անգամ:

Հավելված 3

Պիրսոնի բաշխում (χ^2-բաշխում)

χ^2 աղյուս. արժեքները $P(\chi^2>\chi^2_{աղ})$ հավանականության համար

	Հավանականություն										
	.999	.995	.99	.98	.975	.95	.90	.80	.75	.70	.50
1	0.0515	0.0439	0.0315	0.0362	0.0398	0.0039	0.0158	0.0642	0.102	0.148	0.455
2	0.0020	0.0100	0.0201	0.0404	0.0506	0.103	0.211	0.446	0.575	0.713	1.386
3	0.0243	0.0717	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	1.005	1.213	1.424	2.366
4	0.0908	0.207	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.649	1.923	2.195	3.357
5	0.210	0.412	0.554	0.752	0.831	1.145	1.610	2.343	2.675	3.000	4.351
6	0.381	0.676	0.872	1.134	1.237	1.635	2.204	3.070	3.455	3.828	5.348
7	0.598	1.989	1.239	1.564	1.690	2.167	2.833	3.822	4.255	4.671	6.346
8	0.857	1.344	1.646	2.032	2.180	2.733	3.490	4.594	5.071	5.527	7.344
9	1.152	1.735	2.088	2.532	2.700	3.325	4.168	5.380	5.899	6.393	8.343
10	1.479	2.156	2.558	3.059	3.247	3.640	4.865	6.179	6.787	7.267	9.342
11	1.834	2.603	3.053	3.609	3.816	4.575	5.578	6.989	7.584	8.148	10.341
12	2.214	3.074	3.571	4.178	4.404	5.226	6.304	7.807	8.438	9.034	11.340
13	2.617	3.565	4.107	4.765	5.009	5.892	7.042	8.634	9.299	9.926	12.340
14	3.041	4.075	4.660	5.368	5.629	6.571	7.790	9.467	10.165	10.821	13.339
15	3.483	4.601	5.229	5.985	6.262	7.261	8.547	10.307	11.036	11.721	14.339
16	3.942	5.142	5.812	6.614	6.908	7.962	9.312	11.152	11.912	12.624	15.338
17	4.416	5.697	6.408	7.255	7.564	8.672	10.085	12.002	12.892	13.531	16.338
18	4.905	6.265	7.015	7.906	8.231	9.390	10.865	12.857	13.675	14.440	17.338
19	5.407	6.844	7.633	8.567	8.907	10.117	11.651	13.716	14.562	15.352	18.338
20	5.921	7.434	8.260	9.237	9.591	10.871	12.443	14.578	15.452	16.266	19.337
21	6.447	8.034	8.897	9.915	10.283	11.591	13.240	15.445	16.344	17.182	20.337
22	6.983	8.643	9.542	10.600	10.982	12.338	14.041	16.314	17.240	18.101	21.337
23	7.529	9.260	10.196	11.293	11.688	13.091	14.848	17.187	18.137	19.021	22.337
24	8.035	9.886	10.856	11.992	12.401	13.848	15.659	18.062	19.037	19.943	23.337
25	8.649	10.520	11.524	12.697	13.120	14.611	16.173	18.940	19.939	20.887	24.337
26	9.222	11.160	12.198	13.409	13.844	15.379	17.292	19.820	20.848	21.792	25.336
27	9.803	11.808	12.879	14.125	14.573	16.151	18.114	20.703	21.749	22.719	26.336
28	10.391	12.461	13.565	14.547	15.308	16.928	18.937	21.588	22.657	23.617	27.336
29	10.986	13.121	14.256	15.574	16.047	17.708	19.768	22.475	23.567	24.577	28.336
30	11.588	13.787	14.953	16.306	16.791	18.493	20.599	23.364	24.478	25.508	29.336

	Հավանականություն									
	0.30	0.25	0.20	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.001
1	1.074	1.323	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879	10.827
2	2.408	2.773	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597	13.815
3	3.665	4.108	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.345	12.838	16.268
4	4.878	5.385	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860	18.465
5	6.064	6.626	7.289	9.236	11.070	12.839	13.388	15.086	16.750	20.517
6	7.231	7.841	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548	22.457
7	8.383	9.037	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278	24.322
8	9.524	10.219	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955	26.125
9	10.656	11.389	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589	27.877
10	11.781	12.549	13.412	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188	29.588
11	12.899	13.701	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.725	26.757	31.264
12	14.011	14.845	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.217	28.300	32.909
13	15.119	15.984	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.688	29.819	34.528
14	16.222	17.117	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.141	31.319	36.123
15	17.322	18.245	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.578	32.801	37.697
16	18.418	19.369	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.000	34.267	39.252
17	19.511	20.489	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.409	35.718	40.790
18	20.601	21.605	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.805	37.156	42.312
19	21.689	22.718	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	38.191	38.582	43.820
20	22.775	23.628	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.566	39.997	45.315
21	23.858	24.935	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.932	41.401	46.797
22	24.939	26.039	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.289	42.796	48.268
23	26.018	27.141	28.429	32.567	35.172	38.076	38.968	41.638	44.181	49.728
24	27.096	28.241	29.553	33.193	36.415	39.384	40.270	42.980	45.558	51.170
25	28.172	29.339	30.675	34.362	37.652	40.046	41.566	44.314	46.928	52.620
26	29.246	30.434	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.642	48.290	54.052
27	30.319	31.328	32.912	36.741	40.113	43.194	44.140	46.963	49.645	55.476
28	31.391	32.320	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.278	50.993	56.893
29	32.461	33.711	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.588	52.336	58.3025
30	33.530	34.800	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.692	53.672	9.703

Հավելված 4

Ստյուդենտի բաշխում (t-բաշխում)

	($\alpha = S(t) = P(\|T\| > t_{աղ.})$ հավանականություն									
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.2	0.1	0.05	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	3.078	6.314	12.706	63.657	636.619
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.886	2.920	4.303	9.925	31.598
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	1.638	2.353	3.182	5.841	12.941
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	1.563	2.132	2.776	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.406	0.559	0.727	1.476	2.015	2.571	4.043	6.859
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	1.440	1.943	2.447	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	1.415	1.895	2.365	3.499	5.405
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	1.397	1.860	2.306	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	1.383	1.833	2.262	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.327	0.542	0.700	1.372	1.812	2.228	3.169	4.583
11	0.129	0.260	0.396	0.543	0.697	1.363	1.796	2.201	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	1.356	1.782	2.179	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.539	0.694	1.350	1.771	2.160	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	1.345	1.761	2.145	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	1.341	1.753	2.131	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	1.337	1.746	2.120	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	1.333	1.740	2.110	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	1.330	1.734	2.101	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	1.326	1.729	2.093	2.861	3.833
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	1.325	1.725	2.066	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	1.323	1.721	2.080	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	1.321	1.717	2.074	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	1.319	1.714	2.069	2.807	3.767
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	1.318	1.711	2.064	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	1.316	1.708	2.060	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	1.315	1.706	2.056	2.779	3.707
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	1.314	1.703	2.052	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.313	1.701	2.048	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.311	1.699	2.045	2.756	3.659
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.310	1.697	2.042	2.750	3.646
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	1.303	1.684	2.021	2.704	3.551
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	1.296	1.671	2.000	2.660	3.460
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	1.289	1.658	1.980	2.617	3.373
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	1.282	1.645	1.960	2.576	3.291

Հավելված 5

Ֆիշեր-Սնեդեկորի բաշխում (F-բաշխում)

P(F>F աղյուս.) պայմանին բավարարող F (α, ν_1, ν_2) աղյուսակի արժեքները: Առաջին տողի արժեքները համապատասխանում են 0,05, երկրորդինը՝ 0,01 և երրորդինը՝ 0,001 հավանականության, ν_1-ը համարիչի ազատության աստիճանների թիվն է, ν_2-ը՝ հայտարարի:

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	243.9	249.0	253.3	12.71
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6234	6366	63.66
	406523	500016	536700	56252	576449	585953	598149	610598	623432	636535	636.2
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.50	4.30
	98.49	99.01	00.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.42	99.46	99.50	9.92
	998,46	999.00	999.20	999.20	999.20	999.20	999.40	999.60	999.40	999.40	31.00
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.53	3.18
	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.49	27.05	26.60	26.12	5.84
	67.47	148.51	141.10	137.10	134.60	132.90	130.60	128.30	125.90	123.50	12.94
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.63	2.78
	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.80	14.37	13.93	13.46	4.60
	74.13	61.24	56.18	53.43	51.71	50.52	49.00	47.41	45.77	44.05	8.61
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.36	2.57
	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.27	9.89	9.47	9.02	4.03
	47.04	36.61	33.20	31.09	20.75	28.83	27.64	26.42	25.14	23.78	6.86
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.67	2.45
	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.10	7.72	7.31	6.88	3.71
	35.51	26.99	23.70	21.90	20.81	20.03	19.03	17.99	16.89	15.75	5.96
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.23	2.36
	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.84	6.47	6.07	5.65	3.50
	29.22	21.69	18.77	17.19	16.21	15.52	14.63	13.71	12.73	11.70	5.40
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	2.99	2.31
	11.26	8.65	7.59	7.10	6.63	6.37	6.03	5.67	5.28	4.86	3.36
	25.42	18.49	15.83	14.39	13.49	12.86	12.04	11.19	10.30	9.35	5.04
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.71	2.26
	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.47	5.11	4.73	4.31	3.25
	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.37	9.57	8.72	7.81	4.78

10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.54	2.23
	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.06	4.71	4.33	3.91	3.17
	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.92	9.20	8.45	7.64	6.77	4.59
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.40	2.20
	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.74	4.40	4.02	3.60	3.11
	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.35	7.62	6.85	6.00	4.49
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.50	2.30	2.18
	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.50	4.16	3.78	3.36	3.06
	18.64	12.98	10.81	9.63	8.89	8.38	7.71	7.00	6.25	5.42	4.32
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.42	2.21	2.16
	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.30	3.96	3.59	3.16	3.01
	17.81	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.21	6.52	5.78	4.97	4.12
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.13	2.14
	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.14	3.80	3.43	3.00	2.98
	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	6.80	6.13	5.41	4.60	4.14
15	4.45	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.07	2.13
	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.00	3.67	3.29	2.87	2.95
	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.47	5.81	5.10	4.31	4.07
16	4.41	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.01	2.12
	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	3.89	3.55	3.18	2.75	2.92
	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.20	5.55	4.85	4.06	4.02
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	1.96	2.11
	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.79	3.45	3.08	2.65	2.90
	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	5.96	5.32	4.63	3.85	3.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	1.92	2.10
	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.71	3.37	3.01	2.57	2.88
	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	5.76	5.13	4.45	3.67	3.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.88	2.09
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.63	3.30	2.92	2.49	2.86
	15.08	10.16	8.28	7.26	6.61	6.18	5.59	4.97	4.29	3.52	3.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.84	2.09
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.56	3.23	2.86	2.42	2.84
	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.44	4.82	4.15	3.38	3.85
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.82	2.08
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.51	3.174.	2.80	2.36	2.83
	14.62	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.31	70	4.03	3.26	3.82

22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.78	2.07
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.75	3.45	3.12	2.75	2.30	2.82
	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.19	4.58	3.92	3.15	3.79
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.76	2.07
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	5.56	3.41	3.07	2.70	2.26	2.83
	14.19	9.46	7.67	6.70	6.08	2.51	5.09	4.48	3.82	3.05	77
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.73	2.06
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.36	3.03	2.66	2.21	2.80
	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	4.99	4.39	3.84	2.97	3.75
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.71	2.06
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.32	2.99	2.62	2.17	2.79
	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	4.91	4.31	3.66	2.87	3.72
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.69	2.06
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.29	2.96	2.58	2.13	2.78
	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	4.83	4.24	3.59	2.82	3.71
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.67	2.05
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.26	2.93	2.55	2.10	2.77
	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	4.76	4.17	3.52	2.76	3.69
28	4.19	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.65	2.05
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.23	2.90	2.52	2.06	2.76
	13.50	8.93	7.18	6.25	5.66	5.24	4.69	4.11	3.46	2.70	3.67
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.64	2.05
	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.20	2.87	2.49	2.03	2.76
	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.65	4.05	3.41	2.64	3.67
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.62	2.04
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.17	2.84	2.47	2.01	2.75
	13.26	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.58	4.00	3.36	2.59	3.64
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.39	2.00
	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.82	2.50	2.12	1.60	2.66
	11.97	7.76	6.17	5.31	4.76	4.37	3.87	3.31	2.76	1.90	3.36
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.52	1.03	1.96
	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.51	2.18	1.79	1.04	2.58
	10.83	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.27	2.74	2.13	1.05	3.29

Հավելված 6

Ֆիշերի Z - ձևափոխության աղյուսակ

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0101	0.0200	0.0300	0.0400	0.0501	0.0601	0.0701	0.0802	0.0902
0.1	0.1003	0.1104	0.1206	0.1308	0.1409	0.1511	0.1614	0.1717	0.1820	0.1923
0.2	0.2027	0.2132	0.2237	0.2342	0.2448	0.2554	0.2661	0.2769	0.2877	0.2986
0.3	0.3095	0.3205	0.3316	0.3428	0.3541	0.3654	0.3767	0.3884	0.4001	0.4118
0.4	0.4236	0.4356	0.4477	0.4599	0.4722	0.4847	0.4973	0.5101	0.5230	0.5361
0.5	0.5493	0.5627	0.5764	0.5901	0.6042	0.6184	0.6328	0.6475	0.6625	0.6777
0.6	0.6932	0.7089	0.7250	0.7414	0.7582	0.7753	0.7928	0.8107	0.8291	0.8480
0.7	0.8673	0.8872	0.9077	0.9287	0.9505	0.9730	0.9962	1.0203	1.0454	1.0714
0.8	1.0986	1.1270	1.1568	1.1881	1.2212	1.2562	1.2933	1.3331	1.3758	1.4219
0.9	1.4722	1.5275	1.5890	1.6584	1.7381	1.8318	1.9459	2.0923	2.2976	2.6467
0.99	2.6466	2.6996	2.7587	2.8257	2.9031	2.9945	3.1063	3.2504	3.4534	3.8002

Հավելված 7

Կոռելյացիայի գործակիցների 5%-ոց և 1%-ոց հավանականության մակարդակների աղյուսակ (r_a)

Ընտրան-քի չափը	r_a -ի դրական արժեքներ		r_a -ի բացասական արժեքներ	
	5%-ոց մակարդակ	**1% –ոց մակարդակ**	**5%-ոց մակարդակ**	**1% –ոց մակարդակ**
5	0.253	0.297	-0.753	-0.798
6	0.354	0.447	-0.708	-0.863
7	0.370	0.510	0.674	-0.799
8	0.371	0.531	-0.625	-0.764
9	0.366	0.533	-0.593	-0.737
10	0.360	0.525	-0.564	-0.705
11	0.353	0.515	-0.539	-0.679
12	0.348	0.505	-0.516	-0.655
13	0.341	0.495	-0.497	-0.634
14	0.335	0.485	-0.479	-0.615
15	0.328	0.475	-0.462	-0.597
20	0.299	0.432	-0.399	-0.524
25	0.276	0.398	-0.356	-0.473
30	0.257	0.370	-0.324	-0.433
35	0.242	0.347	-0.300	-0.401
40	0.229	0.329	-0.279	-0.376
45	0.218	0.313	-0.262	-0.256
50	0.208	0.301	-0.248	-0.339

Հավելված 8

Դրական ավտոկոռելյացիայի համար Դարբին-Ուոթսոնի հայտանիշի բաշխումը (5%-ոց նշանակալիության մակարդակի համար)

	V_1		V_2		V_3		V_4		V_5	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.89
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.63	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1 62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

1. Аллен Р., Экономические индексы. М., “Статистика”, 1980, 256 с.
2. Венецкий И.Т., Венецкая В.И., Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. Справочник. 2-е изд. М., “Статистика”, 1979, 447 с.
3. Вайну Я.Я., Корреляция рядов динамики. МЭСИ, М., 1987, 96 с.
4. Гусаров В. М., Теория статистики, М., “Юнити”, 1998, 248 с.
5. Дуброва Т. А., Статистические методы прогнозирования, М.,“Юнити”, 2003, 206 с.
6. Елисеева И.И., Юзбашев М.М., Общая теория статистики. М., “Финансы и статистика”, 1998, 479 с.
7. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н., Общая теория статистики. М., “Инфра-М”, 1999, 441 с.
8. Казинец Л.С., Теория индексов (основные вопросы). М., Госстатиздат, 1963, 352 с.
9. Кевеш П., Теория индексов и практика экономического анализа. М., “Финансы и статистика”, 1990, 303 с.
10. Ковалевский Г.В., Индексный метод в экономике. М., “Финансы и статистика”, 1989, 238 с.
11. Кремер Н.Ш., Теория вероятностей и математическая статистика. М., “Юнити”, 2000, 543 с.
12. Мхитарян В. С., Трошин Л. И., Дисперсионный анализ. М., МЭСИ, 1990.
13. Рокицкий П.Ф., Биологическая статистика. Минск,1973, 319 с.
14. Ряузов Н.Н., Общая теория статистики. М, “Финансы и статистика”, 1984, 342 с.
15. Сиськов В.И., Корреляционный анализ в экономических исследованиях. М, “Статистика”, 1975, 168 с.
16. Фестер Э., Ренц Б., Методы корреляционого и регресионного анализа. “Финансы и статистика”, 1983, 302 с.
17. Френкель А.А., Агалов Е.В., Методы корреляционный и регресионный анализ в экономических приложениях: Учебное пособие. М., МЭСИ, 1987, 96 с.
18. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А., Шувалова Е.Б., Теория статистики. М., “Финансы и статистика”, 2003,

655 с.
19. Четыркин Е. М., Статистические методы пронозирования. М., "Статистика", 1975, 183 с.
20. Теория статистики (Под. ред. Г.Л. Громыко). М., "Инфра-М", 2000.
21. Գմուրման Վ.Ե., Հավանականությունների տեսություն և մաթեմատիկական վիճակագրության խնդիրների լուծման ձեռնարկ: Երևան, «Լույս», 1979.
22. Դավթյան Գ. Հ., Էնտրոպիա հասկացությունը (փիլիսոփայական-մեթոդաբանական վերլուծություն), «Բանբեր Երևանի համալսարանի», 1985, թիվ 1:
23. Դավթյան Գ. Հ., Մաթեմատիկական-տրամաբանական տեսությունները և փիլիսոփայությունը, Երևան, 200, 183 էջ:
24. Կոստանդյան Ա., Ֆահրադյան Մ., Վիճակագրության ընդհանուր տեսության խնդիրների ժողովածու, Երևան, 1993:
25. Պետրոսյան Ա. Ն., Մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդների կիրառումը սպորտային-մանկավարժական հետազոտություններում, ուսումնամեթոդական ձեռնարկ, Երևան, 1975, 107 էջ:
26. Պետրոսյան Ա. Ն., Վիճակագրության տեսության հիմնական բանաձևերը, տեղեկատու, Երևան, 2004, 60 էջ:
27. Պետրոսյան Ա. Ն., Վիճակագրության տեսություն, ուսումնական ձեռնարկ, Երևան, 2005, 256 էջ:
28. Պողոսյան Ա., Դավթյան Վ., Հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության խնդիրների ժողովածու: Երևան, 2002, 270 էջ:
29. Հարությունյան Ե. և ուրիշներ, Հավանականություն և վիճակագրություն, ՀՀ ԳԱԱ, «Գիտություն», Երևան, 2000:
30. Հակոբյան Հ.Մ., Տեստեր վիճակագրությունից, Երևան, «Տնտեսագետ», 2004:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Երկու խոսք 3

Հեղինակի կողմից 5

ԳԼՈՒԽ I. ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՐՊԵՍ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ 7
1.1. Վիճակագրության ծագումը և զարգացումը 7
1.2. Վիճակագրության առարկան, դրա հիմնական գծերը և բնութագրերը 9
1.3. Վիճակագրության մեթոդը և խնդիրները 11
1.4. Վիճակագրության ընդհանուր տեսությունը որպես վիճակագրական գիտության ճյուղ 14

ԳԼՈՒԽ II. ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ 17
2.1. «Վիճակագրական դիտարկում» հասկացությունը և անցկացման փուլերը 17
2.2. Վիճակագրական դիտարկման ծրագրամեթոդաբանական և կազմակերպական հարցերը 18
2.3. Վիճակագրական դիտարկումների ձևերը, տեսակները և եղանակները 21

ԳԼՈՒԽ III. ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԴԻՏԱՐԿՄԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ԱՄՓՈՓՈՒՄ ԵՎ ԽՄԲԱՎՈՐՈՒՄ 26
3.1. Վիճակագրական տվյալների ամփոփում 26
3.2. Վիճակագրական տվյալների խմբավորում 27
3.3. Վիճակագրական տվյալների ներկայացման աղյուսակային եղանակները 35
3.4. Վիճակագրական գծապատկերների կառուցման սկզբունքները 38

ԳԼՈՒԽ IV. ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՑՈՒՑԱՆԻՇՆԵՐ 47
4.1. «Վիճակագրական ցուցանիշներ» հասկացությունը, արտահայտման ձևերը և տեսակները 47
4.2. Բացարձակ մեծություններ 49
4.3. Հարաբերական մեծություններ 51
4.4. Միջին մեծություններ 58
Միջին թվաբանականը, դրա հատկությունները 60
Կշռված միջին թվաբանականը 62
Միջին թվաբանականի հատկությունները 68
4.5. Միջին հարմոնիկը (ներդաշնակ), միջինների այլ տեսակները 70

4.6. Միջինների հաշվարկման եղանակները ... 74

ԳԼՈՒԽ V. ՏԱՏԱՆՄԱՆ ՑՈՒՑԱՆԻՇՆԵՐԸ ԵՎ ՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԲԱՇԽՄԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ... 77

5.1. Բաշխման կենտրոնի ցուցանիշները ... 77
5.2. Տատանման ցուցանիշները և դրանց հաշվարկման մեթոդները ... 83
Դիսպերսիայի մաթեմատիկական հատկությունները ... 88
Տատանման հարաբերական ցուցանիշները ... 95
5.3. Այլընտրանքային (ալտերնատիվ) հատկանիշի դիսպերսիան ... 97
5.4. Դիսպերսիայի տեսակները, դրանց գումարման կանոնը ... 100
Հատկանիշի մասերի դիսպերսիաների գումարման կանոնը ... 104
5.5. Վարիացիոն բաշխման շարքի կառուցվածքային բնութագրերը ... 106
5.6. Բաշխման մոմենտները ... 112
5.7. Բաշխման ձևի ուսումնասիրությունը ... 115
5.8. Տեսական բաշխվածությունը վարիացիայի շարքերի վերլուծությունում ... 121
Բաշխման շարքերի հավասարեցումը (տեսական բաշխվածության կառուցումը) ... 122
Համաձայնության հայտանիշներ ... 123

ԳԼՈՒԽ VI. ԸՆՏՐԱՆՔԱՅԻՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ ... 128

6.1. Ընտրանքային դիտարկման տեսական հիմունքները և նշանակությունը ... 128
6.2. Բուն-պատահական ընտրանք ... 133
6.3. Մեխանիկական ընտրանք ... 138
6.4. Տիպական ընտրանք ... 140
6.5. Սերիական ընտրանք ... 145
6.6. Փոքր ընտրանք ... 148

ԳԼՈՒԽ VII. ԿՈՌԵԼՅԱՑԻԱ-ՌԵԳՐԵՍԻԱՅԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ ... 150

7.1. Պատճառ, ռեգրեսիա, կոռելյացիա ... 150
7.2. Կոռելյացիա-ռեգրեսիայի վերլուծության հիմնական խնդիրները ... 155
7.3. Զույգային ռեգրեսիա ... 157
Պարաբոլի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը ... 161

Հիպերբոլի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը ... 163
7.4. Բազմակի (բազմագործոն) ռեգրեսիա ... 164
7.5. Կապի նշանակալիության գնահատումը: Ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա որոշումների ընդունում ... 171
7.6. Կոռելյացիոն կապի ուսումնասիրման պարամետրական մեթոդները ... 177
7.7. Սոցիալական երևույթների կապի ուսումնասիրման մեթոդները ... 191
7.8. Կապի ոչ պարամետրական ցուցանիշներ ... 197
Կապի ռանգային գործակիցները ... 198

ԳԼՈՒԽ VIII. ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՇԱՐՔԵՐ ... 208

8.1. Դինամիկայի շարքերի հասկացությունը և դասակարգումը ... 208
8.2. Դինամիկայի վերլուծության ցուցանիշները ... 209
8.3. Դինամիկայի շարքի միջին ցուցանիշները ... 211
8.4. Դինամիկայի շարքի բաղադրիչները ... 214
8.5. Տրենդ: Տրենդի վերլուծության մեթոդները դինամիկայի շարքերում ... 215
8.6. Սեզոնային տատանումներ ... 221
8.7. Ավտոկոռելյացիա: Դարբին – Ուոթսոնի հայտանիշը ... 222
8.8. Դինամիկայի շարքերի կոռելյացիան ... 225
8.9. Կանխատեսման և ինտերպոլյացիայի տարրերը ... 227

ԳԼՈՒԽ IX. ԻՆԴԵՔՍՆԵՐ ... 230

9.1. Տնտեսական ինդեքսների դասակարգումը ... 230
9.2. Անհատական և ընդհանուր ինդեքսներ ... 233
9.3. Ագրեգատային ինդեքսները՝ որպես ինդեքսների նախնական ձև ... 236
9.4. Միջին ինդեքսներ ... 244
9.5. Ինդեքսների բազայի և կշռի ընտրությունը ... 246
9.6. Կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսներ ... 249
9.7. Տարածքային համադրման ինդեքսներ ... 253
9.8. Տնտեսական ինդեքսների փոխադարձ կապերը ... 255
9.9. Լասպեյրեսի և Պաաշեի ինդեքսների հատկությունները ... 260
9.10. Ֆիշերի կատարյալ ինդեքսը ... 263
9.11. Ինդեքս - դեֆլյատոր ... 264

Հավելվածներ ... 266

Օգտագործված գրականության ցանկ ... 277

ԱԼԵՔՍԱՆ ՆԱՊԱԼԻ ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՁԵՌՆԱՐԿ

ПЕТРОСЯН АЛЕКСАН НАПАЛОВИЧ

Общая теория статистики.

Учебное пособие.

Խմբագիր՝ Սիրանուշ Մանուկյան
Սրբագիր՝ Զուլիանա Մակունց
Համակարգչային ձևավորումը՝ Հայկ Պետրոսյան
Գեղարվեստական խմբագիր՝ Արտակ Պետրոսյան

Չափս՝ 60x84 1/16:
Ծավալը՝ 17.75 մամուլ:
Տպաքանակ՝ 200:

ԷԴԻԹ ՊՐԻՆՏ
Երևան, Թումանյան 12
հեռ.՝ (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am

EDIT PRINT
12 Toumanyan str., Yerevan
Tel.: (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am