S13.2
L-15

Տ.Պ. Ղազանչյան Ն.Խ. Մեսրոպյան

Հավանականությունների տեսություն

Խնդրագիրք
(Մաս երկրորդ)

Երևանի Պետական Համալսարան

Հավանականությունների տեսության
և մաթեմատիկական վիճակագրության
ամբիոն

Տ.Պ. Ղազանչյան, Ն.Խ. Մեսրոպյան

Հավանականությունների տեսություն

Խնդրագիրք

(Մաս երկրորդ)

«Փյունիկ» հրատարակչություն

ԵՐԵՎԱՆ • 1997

Պատահական մեծություն և նրա բաշխման ֆունկցիան

Դիցուք տրված է $<\Omega,\Im,P>$ հավանականային տարածությունը: Ω-ի վրա որոշված, իրական արժեքներ ընդունող, չափելի $\xi=\xi(\omega)$ ֆունկցիան անվանում են պատահական մեծություն: Այսինքն՝ $\xi:\Omega\to R^1, \xi^{-1}(B)=\{\omega:\xi(\omega)\in B\}\in\Im,\ \forall B\in\mathcal{B}(R^1)$:

$P\{\omega:\xi(\omega)\in B\}$ հավանականությունը, որպես ֆունկցիա B-ից, $B\in\mathcal{B}(R^1)$, կոչվում է ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխում կամ ξ պատահական մեծության բաշխում և նշանակվում է $\mathcal{P}_\xi(B)$-ով՝

$$\mathcal{P}_\xi(B)=\ P\{\omega:\xi(\omega)\in B\}\ ,\ B\in\mathcal{B}(R^1)\ :$$

Մասնավոր դեպքում, երբ $B=(-\infty,x)$, $P\{\omega:\xi(\omega)\in(-\infty,x)\}=P\{\omega:\xi(\omega)<x\}$ հավանականությունը, որպես ֆունկցիա x-ից, $x\in R^1$, անվանում են ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիա և նշանակում են $\mathcal{F}_\xi(x)$-ով՝

$$\mathcal{F}_\xi(x)=P\{\omega:\xi(\omega)<x\}=P\{\xi<x\}:$$

Բաշխման ֆունկցիան օժտված է հետևյալ հատկություններով՝

1. $\mathcal{F}_\xi(x_1)\le\mathcal{F}_\xi(x_2)$, երբ $x_1<x_2$,
2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathcal{F}_\xi(x)=\mathcal{F}_\xi(-\infty)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathcal{F}_\xi(x)=\mathcal{F}_\xi(+\infty)=1$,
3. $\mathcal{F}_\xi(x-0)=\mathcal{F}_\xi(x)$:

Նշենք նաև $\mathcal{F}_\xi(x)$-ի մյուս կարևոր հատկությունները , որոնք բխում են 1.-3. հիմնական հատկություններից՝

ա) $0\le\mathcal{F}_\xi(x)\le1$, բ) $P\{a\le\xi<b\}=\mathcal{F}_\xi(b)-\mathcal{F}_\xi(a)$,

գ) $P\{\xi=x\}=\mathcal{F}_\xi(x+0)-\mathcal{F}_\xi(x)$, դ) $\mathcal{F}_\xi(x)$ -ը կարող է ունենալ ոչ ավելի քան հաշվելի թվով խզման կետեր:

1.-3. պայմաններին բավարարող ցանկացած $\mathcal{F}(x)$, $x\in R^1$, ֆունկցիա հանդիսանում է որևէ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիա՝ $\mathcal{F}_\xi(x)=\mathcal{F}(x)$:

ξ պատահական մեծությունը ունի դիսկրետ բաշխում, եթե այն ընդունում է վերջավոր կամ հաշվելի թվով արժեքներ՝ $x_1,\ x_2,...,x_k,...$, համապատասխանաբար $p_k=P\{\xi=x_k\}$, $k=1,2,...$, հավանականություններով, $\sum\limits_k p_k=1$: Դիսկրետ ξ պատահական մեծությունը բնութագրվում է հետևյալ աղյուսակով՝

ξ	x_1	x_2	...	x_k	...
P	p_1	p_2	...	p_k	...

$$p_k\ge0,\ k=1,2,...,\sum_k p_k=1,$$

որը կոչվում է ξ-ի բաշխման օրենք:

Այս դեպքում $\mathcal{F}_\xi(x)$-ը աստիճանաձև է, նրա խզման կետերն են $x_1,\ x_2,...,x_k,...$, իսկ յուրաքանչյուր x_k, $k=1,2,...$, խզման կետում խզման մեծությունը հավասար է

$$\mathcal{F}_\xi(x_k+0)-\mathcal{F}_\xi(x_k)=p_k\ :$$

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\mathcal{F}_\xi(x) = \sum_{k:x_k<x} p_k \ :$$

ξ պատահական մեծությունը ունի բացարձակ անընդհատ բաշխում, եթե գոյություն ունի ոչ բացասական բորելյան $p_\xi(x)$ ֆունկցիա, այնպիսին, որ ցանկացած B բորելյան բազմության համար՝ $\mathrm{B} \in \mathcal{B}(R^1)$,

$$\mathcal{P}_\xi(\mathrm{B}) = \mathrm{P}\{\xi \in \mathrm{B}\} = \int_{\mathrm{B}} p_\xi(x)dx \text{ , որտեղ } \int_{R^1} p_\xi(x)dx = 1 :$$

$p_\xi(x)$-ը անվանում են ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտության ֆունկցիա կամ ξ պատահական մեծության խտություն:

Մասնավոր դեպքում, երբ $\mathrm{B} = (-\infty, x)$,

$$\mathcal{F}_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} p_\xi(u)du \ , \quad \text{որտեղ} \quad \int_{-\infty}^{\infty} p_\xi(x)dx = 1 \ :$$

Ցանկացած $p(x)$, $x \in R^1$, ֆունկցիա, որը օժտված է հետևյալ հատկություններով՝

1. $p(x) \ge 0$,
2. $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$

հանդիսանում է որևէ ξ պատահական մեծության խտություն՝ $p_\xi(x) = p(x)$:

Բերենք մի քանի հայտնի բաշխումների օրինակներ:

Դիսկրետ բաշխումներ.

1. Բինոմական բաշխում p, n պարամետրերով (n-ը բնական թիվ է, $0 \le p \le 1$)՝
   $\mathrm{P}\{\xi = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, $k = 0,1,2,..n$:
2. Պուասոնի բաշխում λ, $\lambda > 0$, պարամետրով ($\xi \sim \Pi(\lambda)$)՝
   $$\mathrm{P}\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0,1,2,\dots \ :$$
3. Երկրաչափական բաշխում p պարամետրով ($0 \le p \le 1$)՝
   $\mathrm{P}\{\xi = k\} = (1-p)^{k-1} p, k = 1,2,\dots$:
4. Հիպերերկրաչափական բաշխում $n, \mathrm{M}, \mathrm{N}$ պարամետրերով (n-ը, M-ը, N-ը բնական թվեր են)՝
   $$\mathrm{P}\{\xi = k\} = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}, k = \max(0, n - \mathrm{N} + \mathrm{M}), \dots, \min(\mathrm{M}, n) \ :$$

Բացարձակ անընդհատ բաշխումներ.

1. Հավասարաչափ բաշխում $[a, b]$ միջակայքում՝

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & , \ x \in (a,b) \\ 0 & , \ x \notin (a,b) \end{cases}$$

2. Ցուցչային բաշխում λ, $\lambda > 0$, պարամետրով՝

$$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0\end{cases} \quad :$$

3. Նորմալ (Գաուսի) բաշխում (a,σ), $-\infty < a < +\infty$, $\sigma > 0$, պարամետրերով ($\xi \sim \mathrm{N}(a,\sigma)$)՝

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad -\infty < x < +\infty \quad :$$

$\xi \sim \mathrm{N}(0,1)$ պատահական մեծությունը անվանում են ստանդարտ նորմալ պատահական մեծություն:

4. Կոշիի բաշխում՝

$$p(x)=\frac{1}{\pi\left(1+x^2\right)} \quad , \quad -\infty < x < \infty \quad :$$

5. Գամմա բաշխում (α,λ), $\alpha > 0, \lambda > 0$, պարամետրերով $\left(\xi \sim \Gamma(\alpha,\lambda)\right)$՝

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{\alpha^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)}x^{\lambda-1}e^{-\alpha x} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0\end{cases} \quad , \text{որտեղ} \quad \Gamma(\lambda)=\int_0^{\infty} x^{\lambda-1}e^{-x}\,dx$$

284. Դիցուք ξ-ն և η-ն միևնույն $<\Omega, \Im, P>$ հավանականային տարածության վրա որոշված պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $A=\{\omega;\xi(\omega)<\eta(\omega)\}$, $B=\{\omega;\xi(\omega)=\eta(\omega)\}$, $C=\{\omega;\xi(\omega)\leq\eta(\omega)\}$-ն պատահույթներ են:

285. ξ և η պատահական մեծությունները որոշված են միևնույն $<\Omega, \Im, P>$ հավանականային տարածության վրա: Ապացուցել, որ ա/ $\xi+\eta$, բ/ $\xi-\eta$, գ/ $\xi\cdot\eta$, դ/ $\max(\xi,\eta)$, ե/ $\min(\xi,\eta)$ պատահական մեծություններ են:

286. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n,\ldots$ պատահական մեծությունները որոշված են միևնույն $<\Omega, \Im, P>$ հավանականային տարածության վրա: Ապացուցել, որ $\inf\limits_n \xi_n$, $\sup\limits_n \xi_n$, $\underline{\lim}_{n\to\infty}\xi_n$, $\overline{\lim}_{n\to\infty}\xi_n$ պատահական մեծություններ են:

287. Դիցուք ξ-ն պատահական մեծություն է, իսկ $f(x)$-ը բորելյան ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ $\eta=f(\xi)$-ն պատահական մեծություն է:

288. Մետաղադրամը նետվում է երկու անգամ: Կառուցել գերբի հանդես գալու թվի բաշխման օրենքը:

289. 10 մանրակներից 8-ը ստանդարտ են: Պատահականորեն ընտրում են երկու մանրակ: Կազմել ընտրած մանրակների մեջ ստանդարտ մանրակների թվի բաշխման օրենքը:

290. Արտադրանքի 10% խոտան է: Պատահականորեն ընտրում են չորս մանրակ: Գտնել դրանց մեջ խոտան մանրակների թվի բաշխման օրենքը:

291.Հինգ սարքերի հուսալիությունը ստուգելու համար կատարում են հաջորդական անկախ փորձարկումներ: Յուրաքանչյուր հաջորդ սարքը ստուգման է ենթարկվում միայն այն դեպքում, երբ նախորդը հուսալի է: Կազմել ստուգված սարքերի թվի բաշխման օրենքը, եթե փորձարկումը անցնելու հավանականությունը նրանցից յուրաքանչյուրի համար հավասար է 0,9-ի:

292.Մետաղադրամը նետում են մինչև գերբի առաջին անգամ երևալը: Դիցուք ξ-ն նետումների թիվն է: Կազմել ξ պատահական մեծության բաշխման օրենքը, որոշել $P\{\xi>1\}$:

293.Հրաձիգի մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի: Հրաձիգը կրակում է մինչև առաջին վրիպումը: Կազմել կրակոցների թվի բաշխման օրենքը:

294.Երկու բասկետբոլիստ հաջորդաբար նետում են գնդակը դեպի զամբյուղ մինչև առաջին հաջողությունը: Կառուցել նետումների թվի բաշխման օրենքը յուրաքանչյուր բասկետբոլիստի համար, եթե հաջողության հավանականությունը առաջին բասկետբոլիստի համար հավասար է 0,4-ի, իսկ երկրորդի համար՝ 0,6-ի:

295.Կատարված փորձերի ξ թիվը պատահական մեծություն է, ըստ որում $P\{\xi=k\}=$ $=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k=0,1,2,\ldots$: Յուրաքանչյուր փորձ p հավանականությամբ կարող է լինել հաջող և $(1-p)$ հավանականությամբ՝ անհաջող: Կառուցել հաջող փորձերի թվի բաշխման օրենքը:

296.Դիցուք $\mathcal{F}(x)$-ը բաշխման ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ հետևյալ ֆունկցիաները՝

$$G_1(x)=\frac{1}{h}\int_x^{x+h}\mathcal{F}(u)\,du \quad , \quad G_2(x)=\frac{1}{2h}\int_{x-h}^{x+h}\mathcal{F}(u)\,du$$

ցանկացած $h>0$ դեպքում հանդիսանում են բաշխման ֆունկցիաներ:

297.Դիցուք $\mathcal{F}(x)$-ը բաշխման ֆունկցիա է, ըստ որում $\mathcal{F}(0)=0$: Ապացուցել, որ

$$G(x)=\begin{cases}\mathcal{F}(x)-\mathcal{F}\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x\ge 1\\ 0 & , \quad x<1\end{cases}$$

ֆունկցիան հանդիսանում է բաշխման ֆունկցիա:

298.Դիցուք $\mathcal{F}(x)$-ը անընդհատ բաշխման ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{F}(x)d\mathcal{F}(x)=\frac{1}{2}:$$

299.Ապացուցել, որ ցանկացած անընդհատ $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիայի համար և ցանկացած բնական n և k թվերի համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{F}^k(x)\,d\mathcal{F}^n(x)=\frac{n}{n+k}:$$

300.Ապացուցել, որ եթե բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է ուղղի յուրաքանչյուր կետում, ապա այն հավասարաչափ անընդհատ է ամբողջ ուղղի վրա:

301.Ապացուցել, որ ցանկացած բաշխման ֆունկցիա կարող է ունենալ ոչ ավելի քան հաշվելի թվով խզման կետեր:

302.Կարո՞ղ է արդյոք բաշխման ֆունկցիայի խզման կետերի բազմությունը լինել ամենուրեք խիտ ուղղի վրա:

303. ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան հավասար է

$$\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0\ , & x\le 0\ ,\\ x^2\ , & 0<x\le 1\ ,\\ 1\ , & x>1\ :\end{cases}$$

Գտնել չորս անկախ փորձերից երեքում ξ պատահական մեծության ընդունած արժեքների $[0{,}25;\,0{,}75]$ միջակայքում գտնվելու հավանականությունը:

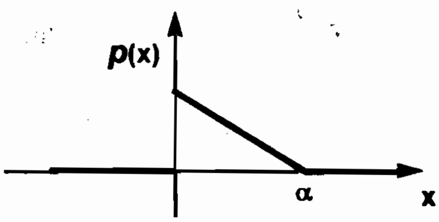
304. Հնարավո՞ր է արդյոք ընտրել c հաստատունն այնպես, որ cx^{-3} ֆունկցիան ներկայացնի հավանականությունների բաշխման խտություն ա / $[1,\infty)$ ճառագայթի, բ/$[0,\infty)$ ճառագայթի , գ / $[-2,-1]$ հատվածի վրա:

305. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $p(x)=\dfrac{a}{1+x^2}$: Գտնել ա/ a գործակիցը , բ/ $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիան, գ / $\mathrm{P}\{-1\le\xi<1\}$ հավանականությունը:

306. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $p(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$: Հաշվել ա/ $\mathrm{P}\{\xi\ge 1\}$, բ/ $\mathrm{P}\{|\xi|\ge 1\}$:

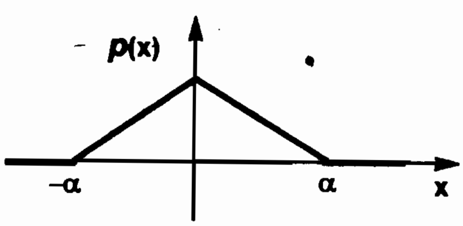
307. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $p(x)=\dfrac{a}{e^{-x}+e^{x}}$: Գտնել a գործակիցը և երկու անկախ փորձերում ξ պատահական մեծության մեկից փոքր արժեք ընդունելու հավանականությունը:

308. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է ,,ուղղանկյուն եռանկյան օրենքով,, $[0,a]$ միջակայքում (գծ.1) : Գտնել ա / հավանականությունների բաշխման $p(x)$ խտությունը, բ/ $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիան, գ/ $\mathrm{P}\{a/2\le\xi\le a\}$ հավանականությունը:



գծ. 1

309. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Սիմպսոնի օրենքով՝ ,,հավասարասրուն եռանկյան օրենքով ,, $[-a,a]$ միջակայքում (գծ.2) : Գտնել ա / $p(x)$ հավանականությունների բաշխման խտությունը , բ / $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիան գ/ $\mathrm{P}\{a/2\le\xi<a\}$ հավանականությունը :



գծ. 2

310. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ամբողջ ոչ բացասական արժեքներ: Ապացուցել հետևյալ պնդումների համարժեքությունը՝ ա / ξ-ն ունի հավանականությունների երկրաչափական բաշխում, բ) $P\{\xi = n+k / \xi \geq k\} = P\{\xi = n\}, k = 0,1,2,...,$ $n = 0,1,2,...$:

311. ξ պատահական մեծությունը ունի հավանականությունների ցուցչային բաշխում $\lambda = \frac{1}{3}$ պարամետրով: Գտնել ա/ $P\{\xi > 3\}$, բ/ $P\{\xi > 6 / \xi > 3\}$, գ / $P\{\xi > t+3 / \xi > t\}$:

312. Դիցուք ξ-ն ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական մեծություն է, իսկ t-ն, $t > 0$, իրական թիվ է: Գտնել $(\xi - t)$-ի բաշխման ֆունկցիան այն պայմանով, որ $\xi \geq t$:

313. Դիսկրետ ξ պատահական մեծությունը ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Գտնել ա) $\eta_1 = \xi^2 + 1$, բ) $\eta_2 = |\xi|$ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքնե-րը:

314. ξ պատահական մեծության $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է 0 կետում: Ինչպե՞ս է բաշխված

$$\eta = \begin{cases} \frac{\xi}{|\xi|}, & \text{եթե} \quad \xi \neq 0 \\ 1, & \text{եթե} \quad \xi = 0 \end{cases}$$

պատահական մեծությունը:

315. ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան $\mathcal{F}(x)$-ն է: Գտնել $\frac{1}{2}(\xi + |\xi|)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

316. ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան հավասար է $\mathcal{F}(x)$-ին: Գտնել $\eta = a\xi + b$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

317. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը ունի անընդհատ $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիա: Գտնել $\eta = \mathcal{F}(\xi)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

318. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0,1]$-ում: Գտնել ա) $\eta = \xi^2$, բ) $\eta = \frac{1}{\xi}$, գ) $\eta = e^{\xi}$ պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

319. ξ պատահական մեծությունը ունի հավասարաչափ բաշխում $[0,1]$-ում: Գտնել ա) $\eta = \ln \xi^{-1}$, բ/ $\eta = \ln \frac{\xi}{1-\xi}$, գ) $\eta = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-\xi)$ պատահական մեծությունների բաշխման ֆունկցիաները և խտությունները:

320. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $\left[-\pi/2, \pi/2\right]$-ում: Գտնել ա) $\eta = \sin\xi$, բ/ $\eta = |\sin\xi|$ պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

321. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[-1,1]$-ում: Գտնել $\eta = |\xi|$

պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան :

322. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0,2]$ միջակայքում: Գտնել $\eta=|\xi-1|$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան :

323. Շրջանի շառավիղը չափված է մոտավորապես: Համարելով նրա մեծությունը հավասարաչափ բաշխված $[a,b]$ միջակայքում, գտնել շրջանի մակերեսի բաշխման ֆունկցիան :

324. Ապացուցել, որ նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծությունից գծային ֆունկցիան ևս նորմալ է:

325. ξ պատահական մեծությունը ունի նորմալ բաշխում (a,σ) պարամետրերով: Գտնել $sign\,\xi$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան :

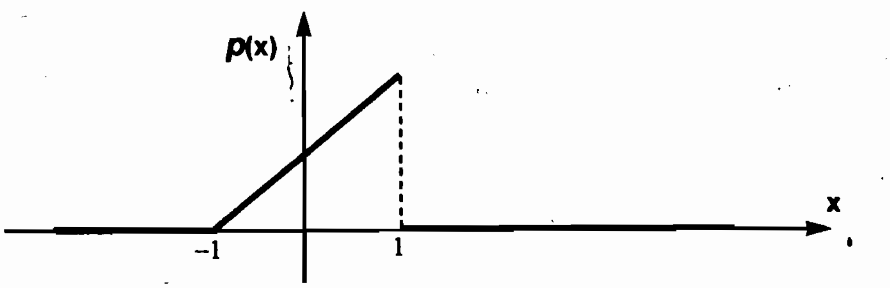
326. Դիցուք $\xi \sim N(0,1)$ ստանդարտ նորմալ պատահական մեծություն է: Գտնել $\eta=\xi^2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

327. ξ պատահական մեծությունը ունի նորմալ բաշխում (a,σ) պարամետրերով: Գտնել ա $/\eta=\xi^2$, բ $/\eta=\xi^3$ պատահական մեծությունների հավանականություն–ների բաշխման խտությունները:

328. ξ պատահական մեծությունը ունի Կոշիի բաշխում՝ $p(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$, $(-\infty<x<\infty)$: Գտնել $\eta=\dfrac{1}{\xi}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

329. ξ պատահական մեծությունը ունի ցուցչային բաշխում $\lambda=1$ պարամետրով: Գտնել $\eta=e^{-\xi}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

330. ξ պատահական մեծությունը ունի հավանականությունների $p(x)$ բաշխման խտությունը (գծ.3): Գտնել $\eta=1-\xi^2$ պատահական մեծության հավահականությունների բաշխման խտությունը:



գծ. 3

331. l երկարություն ունեցող ձողը պատահական կետով բաժանված է երկու մասի: Գտնել այն ուղղանկյան մակերեսի բաշխման ֆունկցիան, որի համար կողմեր են հանդիսանում ձողից ստացված մասերը:

332. $[0,a]$ հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ՝ այսինքն, այդ կետերի աբսցիսները հավասարաչափ են բաշխված $[0,a]$-ում: Գտնել այդ կետերի միջև եղած հեռավորության բաշխման ֆունկցիան և հավանականությունների բաշխման խտությունը:

333. $[0,a]$ հատվածի վրա պատահականորեն նշում են n կետ: Գտնել ձախից k-րդ կետի աբսցիսի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

334. $(0,a)$ կետից $0y$ առանցքին φ անկյան տակ տարված է ուղիղ գիծ: Գտնել այդ ուղղի $0x$ առանցքի հետ հատման կետի աբսցիսի բաշխման ֆունկցիան և բաշխման խտությունը, երբ φ անկյունը հավասարաչափ է բաշխված ա/ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ միջակայքում, բ/ $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ միջակայքում:

335. Օրդինատների առանցքի $(0,0)$ և $(0,R)$ կետերի միջև պատահականորեն նշված է մի կետ: Այդ կետով ուղղահայաց $0y$ առանցքին տարված է $x^2+y^2=R^2$ շրջանագծի լար: Գտնել լարի երկարության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

336. R շառավիղով և $(0,0)$ կենտրոնով շրջանագծի վրա պատահականորեն նշում են մի կետ՝ կետի բևեռային անկյունը հավասարաչափ է բաշխված $[-\pi,\pi]$-ում: Գտնել նշված կետի աբսցիսի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

Բազմաչափ պատահական մեծություն և նրա բաշխման ֆունկցիան

Միևնույն $<\Omega,\Im,P>$ հավանականային տարածության վրա որոշված $\xi_1(\omega)$, $\xi_2(\omega),\dots,\xi_n(\omega)$ պատահական մեծությունների համախմբությունը՝ $\xi(\omega)=(\xi_1(\omega),\xi_2(\omega),\dots,\xi_n(\omega))$, կոչվում է n-չափանի պատահական մեծություն կամ պատահական վեկտոր: $\mathcal{P}_\xi(B)=P\{\omega:\xi(\omega)\in B\}=P\{\omega:(\xi_1(\omega),\xi_2(\omega),\dots,\xi_n(\omega))\in B\}$-ն, $B\in\mathcal{B}(R^n)$, անվանում են $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ պատահական վեկտորի բաշխում: Մասնավոր դեպքում, երբ

$B=(-\infty,x_1)\times(-\infty,x_2)\times\dots\times(-\infty,x_n)$, $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)=$

$=P\{\omega:\xi_1(\omega)<x_1,\xi_2(\omega)<x_2,\dots,\xi_n(\omega)<x_n\}=P\{\xi_1<x_1,\xi_2<x_2,\dots,\xi_n<x_n\}$-ը, $x_k\in R^1$,

$k=1,2,\dots,n$, անվանում են $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիա կամ $\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n$ պատահական մեծությունների համատեղ բաշխման ֆունկցիա:

Բազմաչափ բաշխման ֆունկցիան օժտված է հետևյալ հատկություններով՝

1. $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_{k-1},x_k,x_{k+1},\dots,x_n)\le$
$\le\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_{k-1},x_k',x_{k+1},\dots,x_n)$,

   երբ $x_k<x_k'$, $k=1,2,\dots n$:

2. $\lim\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)=0$, երբ x_i -ից գոնե մեկը $\to-\infty$,

$$\lim_{\substack{x_1\to+\infty\\ x_2\to+\infty\\ \dots\dots\\ x_n\to+\infty}}\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)=1$$

3. $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},x_k-0,x_{k+1},\ldots,x_n)=$

$=\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},x_k,x_{k+1},\ldots,x_n), k=1,2,\ldots n:$

4. $\forall\ a,b$ համար՝ $a=(a_1,a_2,\ldots,a_n), b=(b_1,b_2,\ldots,b_n), a_k\le b_k,\ k=1,2,\ldots n,$

$\Delta a_1b_1\ldots\Delta a_nb_n\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)\ge 0,$ որտեղ

$\Delta a_kb_k\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},x_k,x_{k+1},\ldots,x_n)=$

$=\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},b_k,x_{k+1},\ldots,x_n)-$

$-\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},a_k,x_{k+1},\ldots,x_n)$

կոչվում է տարբերական օպերատոր:

Նշենք նաև $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$-ի մյուս կարևոր հատկությունները՝

ա) $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_i,\ldots,\xi_j,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_i,\ldots,x_j,\ldots,x_n)=$

$=\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_j,\ldots,\xi_i,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_j,\ldots,x_i,\ldots,x_n),$ (համաչափության հատկություն),

բ) $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{n-1},\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{n-1},\infty)=\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{n-1}}(x_1,x_2,\ldots,x_{n-1})$ (համաձայնեցվածության հատկություն) :

1.-4. պայմաններին բավարարող ցանկացած $\mathcal{F}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ ֆունկցիան, $x_k\in R^1$, $k=1,2,\ldots,n$, հանդիսանում է որևէ $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիա՝

$$\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\mathcal{F}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$$

$\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկտորը դիսկրետ է, եթե $\forall\xi_k$ – ն, $k=1,2,\ldots,n,$ դիսկրետ պատահական մեծություն է:

Եթե $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$-ն դիսկրետ է, ապա $\forall B\in\mathcal{B}(R^n)$ համար $\mathcal{P}_\xi(\mathrm{B})=P\{\xi\in\mathrm{B}\}=$

$$=\sum_{\substack{i1,i2,\ldots,in:\\(k_{i1},k_{i2},\ldots,k_{in})\in\mathrm{B}}}p_{i1,i2,\ldots,in},\quad \text{որտեղ}\quad p_{i1,i2,\ldots,in}=P\{\xi_1=k_{i1},\xi_2=k_{i2},\ldots,\xi_n=k_{in}\},$$

իսկ $\forall k_{ij}$-ն ξ_j պատահական մեծության հնարավոր արժեքներից մեկն է:

$\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկտորը ունի բացարձակ անընդհատ բաշխում, եթե գոյություն ունի ոչ բացասական բորելյան $p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ ֆունկցիա, այնպիսին, որ $\forall B\in\mathcal{B}(R^n)$ համար $\mathcal{P}_\xi(\mathrm{B})=P\{\xi\in\mathrm{B}\}=\int_{\mathrm{B}}p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)dx_1dx_2\ldots dx_n$,

այստեղ $\int_{R^n}p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)dx_1dx_2\ldots dx_n=1$:

Մասնավոր դեպքում, երբ $B=(-\infty,x_1)\times(-\infty,x_2)\times\ldots\times(-\infty,x_n)$,

$$\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\int_{-\infty}^{x_1}\cdots\int_{-\infty}^{x_n}p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(u_1,u_2,\ldots,u_n)\,du_1\,du_2\ldots du_n,$$

այստեղ $\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(u_1,u_2,\ldots,u_n)\,du_1\,du_2\ldots du_n=1$:

$p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ n-չափանի պատահական մեծության խտություն:

Ցանկացած $p(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, $x_k\in R^1$, $k=1,2,\ldots,n$, ֆունկցիա, որը բավարարում է հետևյալ հատկություններին՝

1. $p(x_1,x_2,\ldots,x_n)\geq 0$,

2. $\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}p(x_1,x_2,\ldots,x_n)\,dx_1dx_2\ldots dx_n=1$

հանդիսանում է որևէ $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկտորի խտություն:

Նշենք, որ $p_{\xi_k}(x_k)=\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)\,dx_1\,dx_2\ldots dx_{k-1}\,dx_{k+1}\ldots dx_n$:

Բերենք հայտնի բազմաչափ բաշխման օրինակ.

Երկչափ նորմալ (Գաուսի) բաշխում $a_1,a_2,\sigma_1,\sigma_2,r(\sigma_1>0,\sigma_2>0,|r|<1)$ պարամետրերով՝

$$p_{\xi_1,\xi_2}(x_1,x_2)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\frac{(x_1-a_1)^2}{\sigma_1^2}-\frac{2r(x_1-a_1)(x_2-a_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{(x_2-a_2)^2}{\sigma_2^2}\right]\right\}$$

Պատահական մեծությունների անկախությունը

$\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունները կոչվում են անկախ, եթե $\forall B_1\in\mathcal{B}(R^1)$, $B_2\in\mathcal{B}(R^1)$, $,B_n\in\mathcal{B}(R^1)$ համար

$P\{\xi_1\in B_1,\xi_2\in B_2,\ldots,\xi_n\in B_n\}=P\{\xi_1\in B_1\}P\{\xi_2\in B_2\}\cdots P\{\xi_n\in B_n\}$:

$\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են այն և միայն այն դեպքում, երբ $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\mathcal{F}_{\xi_1}(x_1)\mathcal{F}_{\xi_2}(x_2)\cdots\mathcal{F}_{\xi_n}(x_n)$:

Դիսկրետ $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունների անկախության համար անհրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի

$$P\{\xi_1=k_{i1},\xi_2=k_{i2},\ldots,\xi_n=k_{in}\}=P\{\xi_1=k_{i1}\}P\{\xi_2=k_{i2}\}\ldots P\{\xi_n=k_{in}\}:$$

Բացարձակ անընդհատ $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունների անկախության համար անհրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի

$$p_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=p_{\xi_1}(x_1)p_{\xi_2}(x_2)\cdots p_{\xi_n}(x_n),\ x_k\in R^1,k=1,2,\ldots,n:$$

337. Ապացուցել, որ պատահական մեծությունը անկախ է ինքն իրենից այն և միայն այն դեպքում, երբ այն 1 հավանականությամբ հաստատուն է:

338. Դիցուք ξ-ն և η-ն միանման բաշխված անկախ պատահական մեծություններ են, $P\{\xi>0\}=P\{\eta>0\}\ge\frac{1}{2}$: Ճի՞շտ է արդյոք, որ $P\{\xi+\eta>0\}\ge\frac{1}{2}$:

339. Դիցուք ξ-ն և η-ն պատահական մեծություններ են, ընդ որում $P\{\xi>0\}=P\{\eta>0\}=\frac{3}{4}$: Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ չեն:

340. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունները 1 հավանականությամբ հավասար չեն հաստատուններին, ընդ որում $P\{\xi<\eta\}=1$: Կարո՞ղ են ξ-ն և η-ն լինել անկախ:

341. Դիցուք ξ, η, ζ պատահական մեծությունները այնպիսին են, որ ξ-ն անկախ է $(\eta+\zeta)$-ից: Անկա՞խ է արդյոք ξ-ն η-ից և ζ-ից:

342. Դիցուք ξ, η, ζ պատահական մեծությունները այնպիսին են, որ ξ-ն անկախ է η-ից և ζ-ից: Անկա՞խ է արդյոք ξ-ն $(\eta+\zeta)$-ից:

343. Գոյություն ունե՞ն արդյոք այնպիսի ξ և η պատահական մեծություններ, որ 1 հավանականությամբ ξ-ն և η-ն հաստատուններ չեն և ա) ξ-ն և $(\xi+\eta)$-ն անկախ են, բ) ξ-ն և $(\xi\cdot\eta)$-ն անկախ են, գ) ξ-ն, $(\xi+\eta)$-ն և $(\xi\cdot\eta)$-ն անկախ են ըստ համախմբության:

344. Դիցուք տրված է հետևյալ հավանականային տարածությունը՝ $\Omega=\{1,2,3,4\}$, Ֆ-ը Ω-ի բոլոր ենթաբազմությունների բազմությունն է, $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=\frac{1}{4}$: Կառուցել այդ տարածության վրա երկու անկախ պատահական մեծություններ, որոնք 1 հավանականությամբ հավասար չլինեն հաստատունների:

345. Դիցուք ξ-ն և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են, $f(x)$-ը և $g(x)$-ը բորելյան ֆունկցիաներ են: Ապացուցել, որ $f(\xi)$-ն և $g(\xi)$-ն անկախ են:

346. Դիցուք ξ,η,ζ պատահական մեծությունները անկախ են ըստ համախմբության: Անկա՞խ կլինեն արդյոք ξ և $(\eta+\zeta)$ պատահական մեծությունները: Կփոխվի՞ պատասխանը, եթե ξ,η,ζ լինեն զույգ առ զույգ անկախ:

347. ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն հավանականությունների միևնույն երկրաչափական բաշխում: Ապացուցել, որ

$$P\{\xi_1=k/\xi_1+\xi_2=n\}=\frac{1}{n+1}, k=0,1,2,\dots,n:$$

348. ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն հավանականությունների Պուասոնի բաշխում համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով: Ցույց տալ, որ $P\{\xi_1=k/\xi_1+\xi_2=n\}=C_n^k p^k q^{n-k}, k=0,1,\dots,n$, որտեղ $p=\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$, $q=1-p$:

349. Նետում են երկու զառ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Դիցուք $\xi(\omega)$-ն առաջին զառի վրա "6"-ի բացվելու թիվն է, $\eta(\omega)$-ն "6"-ի բացվելու թիվն է երկրորդ զառի վրա: Գտնել $\xi(\omega)$-ի և $\eta(\omega)$-ի համատեղ բաշխումը: Ապացուցել $\xi(\omega)$ և $\eta(\omega)$ պատահական մեծությունների անկախությունը:

350. Նետում են երկու զառ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Դիցուք $\xi(\omega)$-ն առաջին զառի վրա բացված միավորների թիվն է, $\eta(\omega)$-ն երկրորդ

զառի վրա բացված միավորների թիվն է: Գտնել $\left(\xi(\omega);\eta(\omega)\right)$-ի բաշխման օրենքը: Ապացուցել $\xi(\omega)$-ի և $\eta(\omega)$-ի անկախությունը:

351. (ξ,η) պատահական վեկտորի բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\frac{c}{(16+x^2)(25+y^2)}:$$

Գտնել c-ն և $\mathcal{F}(x,y)$ բաշխման ֆունկցիան:

352. (ξ,η) պատահական կետի բաշխման ֆունկցիան հավասար է

$$\mathcal{F}(x,y)=\begin{cases}1-2^{-x}-2^{-y}+2^{-x-y}, & x\geq 0,\ y\geq 0\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար}\end{cases}$$

1/ Գտնել (ξ,η) կետի $x=1$, $x=2$, $y=3$, $y=5$ ուղիղներով սահմանափակված ուղղանկյանը պատկանելու հավանականությունը:
2/ Գտնել երկչափ բաշխման $p(x,y)$ խտությունը:
3/ Գտնել (ξ,η) կետի $A(1;3), B(3;3), C(2;8)$ գագաթներով եռանկյանը պատկանելու հավանականությունը :

353. (ξ,η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\frac{a}{1+x^2+y^2+x^2y^2}:$$

Գտնել a գործակիցը: Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների մեկ չափանի բաշխման խտությունները: Անկախ են արդյոք ξ-ն և η-ն:

354. (ξ,η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\begin{cases}xe^{-x(1+y)}, & x>0,\ y>0\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար :}\end{cases}$$

Հաշվել ա/ ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, բ/ η պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

355. (ξ,η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\begin{cases}24xy(1-x)^2, & 0\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 1\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար :}\end{cases}$$

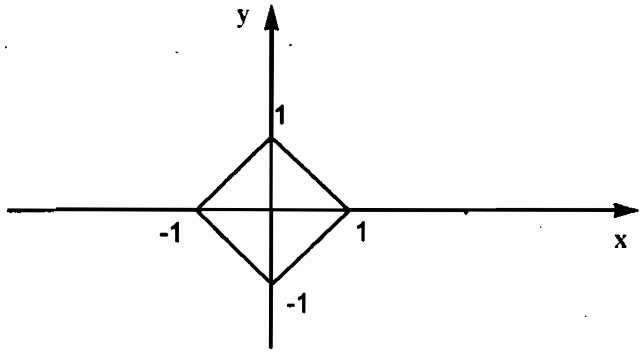
Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ են:

356. (ξ,η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\begin{cases}24x^2y(1-x), & 0<x<1,\ 0<y<1\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար :}\end{cases}$$

Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ են:

357. (ξ,η) պատահական վեկտորը հավասարաչափ բաշխված է գծ.4-ում պատկերված R քառակուսու ներսում: Գտնել $p_{\xi,\eta}(x,y)$, $p_{\xi}(x)$ և $p_{\eta}(x)$ խտությունները: Անկա՞խ են արդյոք ξ և η պատահական մեծությունները:



գծ. 4

358. (ξ,η,ζ) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված գլանում, որի բարձրությունը հավասար է $2H$-ի, հիմքի շառավիղը՝ R-ի, կենտրոնը գտնվում է կոորդինատների սկզբնակետում, իսկ ծնիչը զուգահեռ է $0Z$ առանցքին: Գտնել այդ վեկտորի յուրաքանչյուր պրոեկցիայի բաշխման խտությունը: Անկա՞խ են արդյոք պրոեկցիաները:

359. (ξ,η,ζ) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված r շառավիղով S գնդի մեջ: ա / Գտնել այդ վեկտորի յուրաքանչյուր կոմպոնենտի բաշխման խտությունը, բ / ինչպիսի՞ հավանականությամբ (ξ,η,ζ) պատահական կետը կգտնվի S-ի հետ համակենտրոն $r/2$ շառավիղով գնդի ներսում:

360. Ապացուցել, որ եթե $\mathcal{F}_{\xi}(x)$ և $\mathcal{F}_{\eta}(y)$ բաշխման ֆունկցիաները անընդհատ են համապատասխանաբար x_0 և y_0 կետերում, ապա երկչափ $\mathcal{F}_{\xi,\eta}(x,y)$ բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է (x_0,y_0) կետում:

361. Կառուցել այնպիսի երկչափ բաշխման ֆունկցիայի օրինակ, որը լինի անընդհատ (x_0,y_0)-ում, սակայն մեկ չափանի $\mathcal{F}_{\xi}(x)$ և $\mathcal{F}_{\eta}(y)$ բաշխման ֆունկցիաները լինեն խզվող համապատասխանաբար x_0 և y_0 կետերում:

362. Դիցուք ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան $\mathcal{F}(x)$-ն է: Գտնել ա / (ξ,ξ), բ / $(\xi,|\xi|)$ պատահական վեկտորի $\mathcal{F}(x,y)$ բաշխման ֆունկցիան:

Պատահական մեծություններից ֆունկցիայի բաշխումը

Դիցուք $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$-ն n-չափանի պատահական մեծություն է և $\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)$-ը նրա բաշխման ֆունկցիան է, իսկ $\eta=(\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_m)$-ն m-չափանի պատահական մեծություն է, որտեղ $\eta_k=f_k(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$, $k=1,2,\dots,m$, և $\Phi_{\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_m}(y_1,y_2,\dots,y_m)$-ն նրա բաշխման ֆունկցիան է: Այդ դեպքում

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_m}(y_1,y_2,\dots,y_m)=\int\limits_{(D)}\dots\int d\mathcal{F}_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)$$ որտեղ

$$D=\{(x_1,x_2,\dots,x_n): f_j(x_1,x_2,\dots,x_n)<y_j,\ j=1,2,\dots,m\}:$$

Եթե $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$-ն ունի $p_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1x_2,\dots,x_n)$ բաշխման խտություն, ապա

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_m}(y_1,y_2,\dots,y_m)=\int\limits_{(D)}\dots\int p_{\xi_1\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1,x_2,\dots,x_n)dx_1dx_2\dots dx_n :$$

Եթե $\xi=(\xi_1\xi_2,\dots,\xi_n)$-ն դիսկրետ է, ապա

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_m}(y_1,y_2,\dots,y_m)=\sum_{\substack{i1,i2,\dots,in,\\ f_j(k_{i1},k_{i2},\dots,k_{in})<y_j,\\ j=1,2,\dots,m}} P_{i1,i2,\dots,in},$$

որտեղ $p_{i1,i2,\dots,in}=\mathrm{P}\{\xi_1=k_{i1},\xi_2=k_{i2},\dots,\xi_n=k_{in}\}$:

363. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n$ անկախ պատահական մեծությունները ունեն միևնույն $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիա: Գտնել $\xi=\min(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ և $\eta=\max(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ պատահական մեծությունների բաշխման ֆունկցիաները:

364. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն ցուցչային բաշխում համապատասխանաբար $\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n$ պարամետրերով: Գտնել $\eta=\min(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

365. Անկախ ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները ունեն միևնույն երկրաչափական բաշխում: Դիցուք $\eta=\max(\xi_1,\xi_2)$: Գտնել η-ի բաշխումը և (η,ξ_1)-ի բաշխումը:

366. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n$ անկախ պատահական մեծությունները ունեն միևնույն $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիան: Նշանակենք $\xi=\min(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ և $\eta=\max(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$: Գտնել (ξ,η) պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիան:

367. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն հավանականությունների ցուցչային բաշխում համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով: Ապացուցել $\eta_1=\xi_1-\xi_2$ և $\eta_2=\min(\xi_1,\xi_2)$ պատահական մեծությունների անկախությունը:

368. (ξ_1,ξ_2) պատահական կետը ունի հավանականությունների հավասարաչափ բաշխում $\{(x,y);0\le x\le a,0\le y\le a\}$ քառակուսու մեջ: Ցույց տալ, որ $\xi_1-\xi_2$ և $\min(\xi_1,\xi_2)$ պատահական մեծությունները ունեն միևնույն բաշխում, այսինքն, ցանկացած t-ի համար $\mathrm{P}\{\xi_1-\xi_2<t\}=\mathrm{P}\{\min(\xi_1,\xi_2)<t\}$:

369. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \xi_1 + \xi_2$: Ապացուցել, որ

ա / $\mathcal{F}_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_{\xi_2}(x-u)\, d\mathcal{F}_{\xi_1}(u) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_{\xi_1}(x-v)\, d\mathcal{F}_{\xi_2}(v)$

բ / եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններից մեկը ունի հավանականությունների բաշխման խտություն, ապա

$$p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1}(x-v)\, d\mathcal{F}_{\xi_2}(v) \quad \text{կամ} \quad p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_2}(x-u)\, d\mathcal{F}_{\xi_1}(u)$$

գ / եթե ξ_1-ը և ξ_2-ը ունեն հավանականությունների բաշխման խտություններ,

ապա $p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1}(x-v) p_{\xi_2}(v)\, dv = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_2}(x-u) p_{\xi_1}(u)\, du$:

370. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \xi_1 - \xi_2$: Ապացուցել, որ

ա / $\mathcal{F}_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_{\xi_1}(x+v)\, d\mathcal{F}_{\xi_2}(v) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[1 - \mathcal{F}_{\xi_2}(u-x)\right] d\mathcal{F}_{\xi_1}(u)$

բ / եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններից մեկը ունի բշխման խտություն, ապա η-ն ունի խտություն և

$$p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1}(x+v)\, d\mathcal{F}_{\xi_2}(v) \quad \text{կամ} \quad p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_2}(u-x)\, d\mathcal{F}_{\xi_1}(u)$$

գ / եթե ξ_1-ը և ξ_2-ը ունեն բաշխման խտություններ, ապա

$$p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1}(x+v) p_{\xi_2}(v)\, dv = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_2}(u-x) p_{\xi_1}(u)\, du:$$

371. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$: Ապացուցել, որ

ա / $\mathcal{F}_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{0} \left[1 - \mathcal{F}_{\xi_2}\left(\frac{x}{u}\right)\right] d\mathcal{F}_{\xi_1}(u) + \int\limits_{0}^{\infty} \mathcal{F}_{\xi_2}\left(\frac{x}{u}\right) d\mathcal{F}_{\xi_1}(u),$

բ / եթե ξ_1, ξ_2-ից մեկը ունի հավանականությունների բաշխման խտություն, ապա η-ն ևս կունենա հավանականությունների բաշխման խտություն և

$$p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|v|} p_{\xi_1}\left(\frac{x}{v}\right) d\mathcal{F}_{\xi_2}(v) \quad \text{կամ} \quad p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|u|} p_{\xi_2}\left(\frac{x}{u}\right) d\mathcal{F}_{\xi_1}(u):$$

գ / եթե ξ_1-ը և ξ_2-ը ունեն հավանականությունների բաշխման խտություններ,

ապա $p_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|u|} p_{\xi_1}\left(\frac{x}{u}\right) p_{\xi_2}(u)\, du$:

372. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \dfrac{\xi_1}{\xi_2}$: Ապացուցել, որ

ա / $\mathcal{F}_{\eta}(x)=\int\limits_{-\infty}^{0}\left[1-\mathcal{F}_{\xi_1}(vx)\right]d\mathcal{F}_{\xi_2}(v)+\int\limits_{0}^{\infty}\mathcal{F}_{\xi_1}(vx)d\mathcal{F}_{\xi_2}(v)$,

բ / եթե ξ_1 -ը ունի հավանականությունների բաշխման խտություն, ապա η-ն ևս կունենա հավանականությունների բաշխման խտություն՝

$$p_{\eta}(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|v|\cdot p_{\xi_1}(vx)\,d\mathcal{F}_{\xi_2}(v)$$

գ / եթե ξ_1-ը և ξ_2-ը ունեն հավանականությունների բաշխման խտություններ, ապա $p_{\eta}(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|v|\cdot p_{\xi_1}(vx)p_{\xi_2}(v)\,dv$:

373. Դիցուք (ξ_1,ξ_2) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը $p_{\xi_1,\xi_2}(x,y)$-ն է: Ապացուցել, որ $\xi_1+\xi_2$ և $\xi_1-\xi_2$ պատահական մեծությունները ունեն հետևյալ հավանականությունների բաշխման խտությունները՝

ա / $p_{\xi_1+\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}(x,z-x)dx=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}(z-y,y)dy$,

բ / $p_{\xi_1-\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}(z+y,y)dy=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}(x,x-z)dx$:

374. Դիցուք (ξ_1,ξ_2) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $p_{\xi_1,\xi_2}(x,y)$-ի: Ապացուցել, որ $\xi_1\cdot\xi_2$ և $\dfrac{\xi_1}{\xi_2}$ պատահական մեծությունները ունեն հետևյալ հավանականությունների բաշխման խտությունները՝

ա / $p_{\xi_1\cdot\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}\left(\dfrac{z}{y},y\right)\dfrac{dy}{|y|}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}\left(x,\dfrac{z}{x}\right)\dfrac{dx}{|x|}$,

բ / $p_{\frac{\xi_1}{\xi_2}}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1,\xi_2}(zy,y)\cdot|y|dy$:

375. Դիցուք հայտնի են ξ և η անկախ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները՝

ξ	-1	0	1
P	0,2	0,3	0,5

η	0	1
P	0,4	0,6

Գտնել $\xi+\eta,\xi-\eta,\xi\cdot\eta$ պատահական մածությունների բաշխման օրենքները:

376. Դիցուք ξ և η անկախ պատահական մեծությունները ունեն հետևյալ բաշխման օրենքները՝

ξ	0	1	2
P	0,2	0,4	0,4

η	0	1	2
P	0,3	0,3	0,4

Գտնել $\xi+\eta,\xi-\eta,\xi\cdot\eta,\dfrac{\xi}{\eta}$ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները:

377. Դիցուք ξ և η անկախ պատահական մեծությունները ընդունում են $0,1,...n$ արժեքները, ընդ որում $P\{\xi = i\} = P\{\eta = i\} = \frac{1}{n+1}, i = 0,...,n$: Գտնել $(\xi + \eta)$-ի բաշխման օրենքը:

378. ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն Պուասոնի բաշխում համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով: Ապացուցել, որ $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծությունը ունի Պուասոնի բաշխում $\lambda_1 + \lambda_2$ պարամետրով:

379. Դիցուք ξ-ն և η-ն միանման բաշխված անկախ, ամբողջ արժեքներ ընդունող պատահական մեծություններ են, $p_i = P\{\xi = i\}, i = 0, \pm 1, \pm 2, ...$: Ապացուցել, որ

$$P\{\xi - \eta = 0\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_i^2 :$$

380. Դիցուք ξ և η անկախ պատահական մեծությունները ունեն միևնույն $p(x)$ բաշխման խտություն: Ապացուցել, որ

$$p_{\xi-\eta}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} p^2(x)dx :$$

381. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները ունեն հավասարաչափ բաշխում $[a,b]$ միջակայքում: Գտնել $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

17.7.85

382. Դիցուք ξ-ն և η-ն $\left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված անկախ պատահական մեծություններ են: Գտնել ա/ $\eta = \xi_1 + \xi_2$, բ/ $\eta = \xi_1 - \xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

383. ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն հավասարաչափ բաշխում $[0,1]$-ում: Գտնել ա/ $\eta = \xi_1 + \xi_2$, բ/ $\eta = \xi_1 - \xi_2$, գ/ $\eta = |\xi_1 - \xi_2|$, դ/ $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$, ե/ $\eta = \frac{\xi_1}{\xi_2}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

384. Գտնել ξ և η անկախ պատահական մեծությունների $(\xi + \eta)$ գումարի հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ-ն $[0,2]$ հատվածում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություն է, իսկ η-ն հավասարաչափ է բաշխված $[-1,1]$-ում:

385. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ, միանման բաշխված պատահական մեծություններ են, որոնց հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $p(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$: Գտնել $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

386. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են, ընդ որում ξ-ն ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով, իսկ η-ն հավասարաչափ է բաշխված $[0,a]$-ում: Գտնել $\xi + \eta$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

387. ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն նորմալ $N(a_1, \sigma_1)$ և $N(a_2, \sigma_2)$ բաշխումներ: Ապացուցել, որ $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծությունը ունի նորմալ

$N(a_1+a_2, \sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2})$ բաշխում:

388. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն Γ-բաշխում համապատասխանաբար (α_1,β) և (α_2,β) պարամետրերով: Ապացուցել, որ $\eta=\xi_1+\xi_2$ պատահական մեծությունը ունի Γ բաշխում $(\alpha_1+\alpha_2,\beta)$ պարամետրերով:

389. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն ցուցչային բաշխում λ պարամետրով: Որոշել ա / $\eta=\xi_1-\xi_2$, բ / $\eta=\dfrac{\xi_1}{\xi_2}$ պատահական մեծության բաշխման խտությունը:

390. ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են, ընդ որում $p_\xi(x)=12x^2(1-x)$, $x\in(0,1)$, իսկ $p_\eta(y)=2y$, $y\in(0,1)$: Գտնել $\xi\cdot\eta$-ի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

391. Դիցուք ξ-ն և η-ն անկախ, նորմալ $N(0,\sigma)$ բաշխում ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\zeta=\dfrac{\xi}{\eta}$ քանորդը բաշխված է Կոշիի օրենքով:

392. (ξ_1,ξ_2) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված $r=1$ շառավիղով K շրջանի մեջ: Գտնել $\eta=\dfrac{\xi_2^2}{\xi_1}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

393. ξ պատահական մեծությունը ունի Կոշիի բաշխում: Ապացուցել, որ ա) $\dfrac{1}{\xi}$, բ) $\dfrac{2\xi}{1-\xi^2}$, գ) $\dfrac{3\xi-\xi^3}{1-3\xi^2}$, պատահական մեծությունը ևս ունի Կոշիի բաշխում:

394. Գտնել $\eta=\dfrac{\xi_1+\xi_2}{\xi_1}$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն հավանականությունների ցուցչային բաշխում` $p(x)=e^{-x}$, $x\geq 0$:

395. Գտնել $\eta=\dfrac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն հավանականությունների ցուցչային բաշխում` $p(x)=e^{-x}$, $x\geq 0$:

396. Գտնել $\eta=\dfrac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են և հավասարաչափ բաշխված $[0,1]$ միջակայքում:

397. (ξ_1,ξ_2) պատահական վեկտորը ունի

$$p_{\xi_1,\xi_2}(x,y)=\begin{cases}x+y, 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 1\\ 0, \text{մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար}\end{cases}$$

հավանականությունների բաշխման խտությունը: Գտնել $\eta=\xi_1+\xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

398. (ξ,η) պատահական վեկտորը ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխման խտությունը՝

$$p(x,y)=\begin{cases}24xy(1-x)^2, & 0<x<1,\quad 0<y<1\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար}\end{cases}:$$

Գտնել $(\xi\cdot\eta)$-ի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

399. (ξ,η)-վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p(x,y)=\begin{cases}xe^{-x(1+y)}, & x>0, y>0\\ 0 & \text{, մնացած } x\text{-ի և } y\text{-ի համար}\end{cases}:$$

Որոշել $(\xi\cdot\eta)$-ի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

400. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ պատահական մեծություններ են, որոնք ունեն ստանդարտ նորմալ $N(0,1)$ բաշխում: Ապացուցել, որ $\xi_1-\xi_2$ և $\xi_1+\xi_2$ պատահական մեծությունները անկախ են:

401. ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն ցուցչային բաշխում $\lambda=1$ պարամետրով: Ապացուցել $(\xi+\eta)$ և $\dfrac{\xi}{\eta}$ պատահական մեծությունների անկախությունը:

402. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ և ստանդարտ նորմալ $N(0,1)$ բաշխում ունեցող պատահական մեծություններ են: Հաշվել $P\{\xi_1^2+\xi_2^2<R^2\}$:

403. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ պատահական մեծություններ են, ընդ որում ξ_1-ը և ξ_2-ը բաշխված են նորմալ՝ $N(0,1)$, իսկ θ-ն հավասարաչափ է բաշխված $[0,2\pi]$-ում: Գտնել $\xi_1 Cos\theta+\xi_2 Sin\theta$ պատահական մեծության բաշխումը:

404. Դիցուք $\xi_1,\ldots,\xi_n$ անկախ, միանման բաշխված պատահական մեծությունները ունեն ցուցչային բաշխում $\lambda>0$ պարամետրով: Ապացուցել, որ $S_n=\sum_{k=1}^{n}\xi_k$-ի հավանականությունների բաշխման խտությունը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$p_{S_n}(x)=\begin{cases}\dfrac{(\lambda x)^{n-1}}{(n-1)!}\lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0\\ 0 & , \quad x<0:\end{cases}$$

405. Դիցուք $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն նորմալ բաշխում՝ $N(0,1)$: Ապացուցել, որ $\chi^2=\sum_{k=1}^{n}\xi_k^2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p_{\chi^2}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{n/2}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}, & x\geq 0\\ 0, & x<0:\end{cases}$$

406. Դիցուք $\xi, \xi_1, \dots, \xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են և ունեն նորմալ $N(0,1)$ բաշխում: Ապացուցել, որ $\eta = \frac{\xi}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2}}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$p_\eta(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} (1 + x^2)^{-\frac{n+1}{2}}:$$

Պատահական մեծության թվային բնութագրիչները

$\xi = \xi(\omega)$ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասում կամ միջին արժեք անվանում են հետևյալ թիվը՝

$$M\xi = \int_\Omega \xi(\omega)\, P(d\omega),$$

եթե աջ մասում գրված Լեբեգի ինտեգրալը գոյություն ունի:

$\xi = \xi(\omega)$ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը կարելի է սահմանել և Ստիլտյեսի ինտեգրալի միջոցով՝

$$M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x\, d\mathcal{F}_\xi(x),$$

եթե ինտեգրալը բացարձակ զուգամետ է:

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը հավասար է

$$M\xi = \sum_k x_k p_k, \text{ եթե } \sum_k |x_k|\, p_k < \infty:$$

Բացարձակ անընդհատ ξ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը հավասար է

$$M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x\, p_\xi(x)\, dx, \text{ եթե } \int_{-\infty}^{\infty} |x|\, p_\xi(x)\, dx < \infty:$$

Եթե $g(x)$-ը անընդհատ ֆունկցիա է, ապա

$$M\, g(\xi) = \int_\Omega g(\xi(\omega))\, P\{d\omega\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\, d\mathcal{F}_\xi(x):$$

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության դեպքում

$$M\, g(\xi) = \sum_k g(x_k)\, p_k, \text{ եթե } \sum_k |g(x_k)|\, p_k < \infty:$$

Բացարձակ անընդհատ պատահական մեծության դեպքում

$$M\, g(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) p_\xi(x) dx, \text{ եթե } \int_{-\infty}^{\infty} |g(x)| p_\xi(x) dx < \infty:$$

ξ պատահական մեծության համար $\nu_k = M\xi^k$ թիվը անվանում են k-րդ կարգի սկզբնական մոմենտ, (k-ն իրական թիվ է), $\mu_k = M(\xi - M\xi)^k$ թիվը անվանում են k-րդ կարգի կենտրոնական մոմենտ, (k-ն իրական թիվ է): Երկրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը անվանում են դիսպերսիա և նշանակում են $D\xi = M(\xi - M\xi)^2$: $\sigma = \sqrt{D\xi}$-ն անվանում են միջին քառակուսային շեղում:

ξ և η պատահական մեծությունների կոռելյացիայի գործակից անվանում են հետևյալ թիվը՝

$$\rho(\xi,\eta) = \frac{M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)}{\sqrt{D\xi D\eta}}, \quad D\xi \neq 0, D\eta \neq 0 :$$

$M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)$ թիվը անվանում են ξ և η պատահական մեծությունների կովարացիա և նշանակում են $\operatorname{cov}(\xi,\eta) = M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)$:

Նշենք պատահական մեծության թվային բնութագրիչների հատկությունները:

1. $MC = C$, C-ն հաստատուն է:
2. $MC\xi = CM\xi$, C-ն հաստատուն է:
3. $M\xi \geq 0$, եթե $P\{\xi \geq 0\} = 1$:
4. Եթե $\xi \geq 0$ և $M\xi = 0$, ապա $P\{\xi = 0\} = 1$:
5. $M\xi \geq M\eta$, եթե $P\{\xi \geq \eta\} = 1$:
6. $MI_A(\omega) = P\{A\}$ որտեղ $I_A(\omega)$-ն A բազմության ինդիկատորն է:
7. $M(\xi \pm \eta) = M\xi \pm M\eta$, եթե գոյություն ունեն նշված երեք մաթ. սպասումներից գոնե երկուսը:
8. $M\xi\eta = M\xi M\eta$, եթե ξ-ն և η-ն անկախ են:
9. $DC = 0$, C-ն հաստատուն է:
10. Եթե $D\xi = 0$, ապա $P\{\xi = C\} = 1$, C-ն հաստատուն է:
11. $D(a\xi + b) = a^2 D\xi$, a-ն և b-ն հաստատուններ են:
12. $D(\xi \pm \eta) = D\xi + D\eta$, եթե ξ-ն և η-ն անկախ են:
13. $D\left(\sum_{k=1}^{n} \xi_k\right) = \sum_{k=1}^{n} D\xi_k + 2\sum_{k<j} \operatorname{cov}(\xi_k, \xi_j)$:
14. $|\rho(\xi,\eta)| \leq 1$:
15. $|\rho(\xi,\eta)| = 1$ այն և միայն այն դեպքում, երբ $P\{a\xi + b\eta = c\} = 1$, որտեղ a-ն, b-ն, c-ն հաստատուններ են:
16. $\rho(\xi,\eta) = 0$, եթե ξ-ն և η-ն անկախ են:

Պատահական վեկտորի բնութագրիչները

$\xi = (\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n)$ պատահական վեկտորի մաթեմատիկական սպասում անվանում են $M\xi = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ վեկտորը, որտեղ $a_k = M\xi_k, k = 1,2,\ldots,n$:

$\xi = (\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n)$ պատահական վեկտորի դիսպերսիոն մատրից կամ դիսպերսիա անվանում են B մատրիցը՝

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12}\cdots & b_{1n}\\ b_{21} & b_{22}\cdots & b_{2n}\\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots\\ b_{n1} & b_{n2}\cdots & b_{nn}\end{pmatrix}$$

որտեղ $b_{ij}=M(\xi_i-M\xi_i)(\xi_j-M\xi_j), i,j=1,2,\dots,n$:

Նշենք B մատրիցի հատկությունները՝

1. $b_{ij}=b_{ji}, i,j=1,2,\dots,n$

2. $b_{ii}=D\xi_i, i=1,2,\dots,n$

$k\le n$

3. Ցանկացած k-ի համար և ցանկացած $\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n$ իրական թվերի համար տեղի ունի

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} b_{ij}\alpha_i\alpha_j\ge 0:$$

Նշենք մի քանի կարևոր անհավասարություններ, որտեղ մասնակցում են պատահական մեծությունների մոմենտները:

Կոշիի-Բունյակովսկու անհավասարությունը՝ եթե ξ և η պատահական մեծություններն այնպիսին են, որ $M\xi^2<\infty$, $M\eta^2<\infty$, ապա

$$M|\xi\eta|\le\sqrt{M|\xi|^2}\sqrt{M|\eta|^2}:$$

Լյապունովի անհավասարությունը՝ $0<s<r$ դեպքում

$$\left(M|\xi|^s\right)^{\frac{1}{s}}\le\left(M|\xi|^r\right)^{\frac{1}{r}}:$$

Գյոլդերի անհավասարությունը՝ եթե $p>1$, $q>1$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$, $M|\xi|^p<\infty$

$M|\eta|^q<\infty$, ապա

$$M|\xi\eta|\le\left(M|\xi|^p\right)^{\frac{1}{p}}\left(M|\eta|^q\right)^{\frac{1}{q}}:$$

Մինկովսկու անհավասարությունը՝ եթե $M|\xi|^r<\infty$, $M|\eta|^r<\infty$, $r\ge1$, ապա

$$\left(M|\xi+\eta|^r\right)^{\frac{1}{r}}\le\left(M|\xi|^r\right)^{\frac{1}{r}}+\left(M|\eta|^r\right)^{\frac{1}{r}}:$$

407. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է $0,\pm1,\pm2,\dots,\pm n$ արժեքներ $P\{\xi=i\}=$ $=\frac{1}{2n+1}$ հավանականություններով: Գտնել $M\xi$-ն, $D\xi$-ն:

408. Նշանակետին կրակում են 20 անգամ: Մեկ կրակոցով դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0.7-ի: Գտնել դիպումների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

409. ξ պատահական մեծությունը ունի բինոմական բաշխում n,p պարամետրերով: Հայտնի է որ $M\xi=12, D\xi=4$: Գտնել n-ը և p-ն:

410. Խաղացողը շահում է 18ռ, եթե նետված երեք զառերից յուրաքանչյուրի վրա բացվում

է „6„-ը, շահում է 1ռ 40կոպ., եթե նրանցից երկուսի վրա բացվում է „6„-ը, և 20կոպ., եթե միայն մեկի վրա է բացվում „6„-ը: Ինչպիսի՞ն պետք է լինի կանխագումարը, որպեսզի խաղը լինի անվնաս:

411. 10 արտադրանքներից 3-ը խոտան են: Պատահականորեն վերցնում են երկու արտադրանք: Գտնել նրանց մեջ գտնվող խոտան արտադրանքների թվի միջինը և դիսպերսիան:

412. 2 սպիտակ և 3 սև գնդիկ պարունակող սափորից պատահականորեն հանում են 2 գնդիկ: Գտնել նրանց մեջ սպիտակ գնդիկների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

413. Սափորը պարունակում է N գնդիկ, որոնցից n-ը սպիտակ են: Հանել են m գնդիկ $(m \le n)$: Դիցուք ξ-ն հանված գնդիկների մեջ սպիտակ գնդիկների քանակն է: Գտնել ա / ξ պատահական մեծության բաշխումը (այն անվանում են հիպերերկրաչափական), բ / գտնել $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

414. 2 սպիտակ և 4 սև գնդիկ պարունակող սափորից հանում են 3 գնդիկ և տեղափոխում են երկրորդ սափոր, որտեղ կար 5 սպիտակ գնդիկ: Այնուհետև երկրորդ սափորից տեղափոխում են առաջին 4 գնդիկ: Որոշել երկու սափորներում սպիտակ գնդիկների ξ_1 և ξ_2 թվերի մաթ. սպասումները:

415. A պատահույթի ի հայտ գալու հավանականությունը n անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է p-ի: Գտնել պատահույթի ի հայտ գալու թվի և ի հայտ չգալու թվի տարբերության մաթ. սպասումը:

416. Դիցուք n անկախ փորձերում, որոնցից յուրաքանչյուրում $P\{A\} = p$-ի, A պատույթի ի հայտ գալու թիվը հավասար է μ-ի: ξ-ն պատահական մեծություն է, որը ընդունում է 0 կամ 1 արժեքները կախված μ-ի զույգ կամ կենտ լինելուց: Գտնել $M\xi$-ը:

417. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ, ընդ որում $M\xi < +\infty$: Ապացուցել, որ $M\xi = \sum_{i=1}^{\infty} P\{\xi \ge i\}$:

418. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ամբողջ ոչ բացասական $n \ge 0$ արժեքները $p_n = A\dfrac{k^n}{n!}$ հավանականություններով: Գտնել A-ն և k-ն, եթե հայտնի է, որ $M\xi = a$:

419. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ամբողջ ոչ բացասական արժեքներ $P\{\xi = n\} = \dfrac{a^n}{(1+a)^{n+1}}$, $a > 0$, հավանականություններով (Պասկալի բաշխում): Հաշվել $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

420. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ամբողջ դրական արժեքներ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող հավանականություններով: Գտնել այդ պրոգրեսիայի առաջին a անդամը և q հայտարարը այնպես, որ $M\xi = 10$:

421. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է $0,1,\dots,n,\dots$ արժեքները նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող հավանականություններով: ա / Գտնել $M\xi$-ի և $D\xi$-ի միջև եղած կախվածությունը: բ / Հայտնի է, որ $M\xi = a$, գտնել $P\{\xi = n\}, n = 0,1,\dots$:

422. Մետաղադրամը նետում են մինչև գերբի առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել նետումների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերիան:

423. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում A պատահույթի ի հայտ գալու հավանականությունը հավասար է p-ի ($0 < p < 1$): Փորձերը կատարում են մինչև A պատահույթի

առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել կատարվող փորձերի ξ թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

424. m սպիտակ և n սև գնդիկ պարունակող սափորից հանում են մեկական գնդիկ, վերադարձնելով այն ամեն անգամ սափոր, մինչև սպիտակ գնդիկի առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել հանված սև գնդիկների թվի մաթ. սպասումը:

425. Դիցուք ξ-ն Բեռնուլիի փորձերի հաջորդականության մեջ առաջին փորձում սկսված սերիայի (հաջողությունների կամ անհաջողությունների) երկարությունն է: Գտնել ξ-ի բաշխումը, $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

426. Հավասարաչափ բաշխված ξ պատահական մեծության մաթ. սպասումը հավասար է $M\xi = 4$, իսկ դիսպերսիան՝ $D\xi = 3$: Գտնել ξ պատահական մեծության բաշխման խտությունը:

427. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Լապլասի օրենքով՝ $p(x) = ae^{-\lambda|x|}, \lambda > 0$: Գտնել a-ն, $M\xi$-ը, $D\xi$-ն:

428. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Ռելեյի օրենքով՝

$$p(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 0 \\ Axe^{-\lambda^2 x^2} & , x > 0: \end{cases}$$

Գտնել A-ն, $M\xi$-ը, $D\xi$-ն:

429. ξ պատահական մեծությունը ունի հավանականությունների բաշխման խտություն՝

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x^n}{n!} e^{-x} & , x \ge 0 \\ 0 & , x < 0: \end{cases}$$

Գտնել $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

430. ξ պատահական մեծությունը ունի Γ-բաշխում (α,β) պարամետրերով, այսինքն ξ-ի բաշխման խտությունը հավասար է $p(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} & , x \ge 0 \\ 0 & , x < 0: \end{cases}$

Գտնել $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

431. ξ պատահական մեծությունը ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

Գտնել ա/ $\eta = |\xi|$-ի բաշխումը, բ/ $M\xi$-ը և $D\xi$-ն:

432. ξ պատահական մեծությունը ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-1	0	1	2
P	0.2	0.1	0.3	0.4

Գտնել $\eta = 2^\xi$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

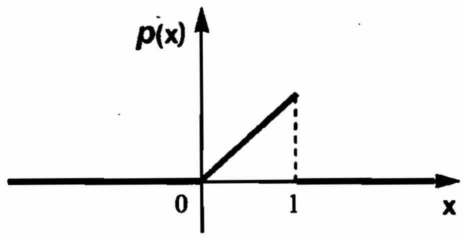
433. ξ պատահական մեծությունը ունի Պուասոնի բաշխում λ պարամետրով:

Հաշվել $M\dfrac{1}{1+\xi}$:

434. Դիցուք $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիա ունեցող ξ պատահական մեծությունը ունի մաթ. սպասում: Ապացուցել, որ $M|\xi| = \int_{-\infty}^{0}\mathcal{F}(x)dx + \int_{0}^{\infty}[1-\mathcal{F}(x)]dx$:

435. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը ունի $\mathcal{F}(x)$ բաշխման ֆունկցիա և գոյություն ունի նրա մաթ. սպասումը: Ապացուցել, որ տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝ $\lim\limits_{x\to+\infty} x(1-\mathcal{F}(x))=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathcal{F}(x)=0$:

436. ξ պատահական մեծությունը ունի գծագրի (գծ.5) վրա պատկերված բաշխման խտությունը: Գտնել $\eta=\xi^2$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:



գծ. 5

437. ա) Գտնել $M|\xi|$, եթե ξ պատահական մեծությունը նորմալ է $(0,\sigma)$ պարամետրերով,

բ) Գտնել $M|\xi-a|$, եթե ξ պատահական մեծությունը նորմալ է (a,σ) պարամետրերով:

438. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով: Գտնել $\eta=e^{-\xi}$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

439. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0,1]$-ում: Գտնել ա) $MSin^2\pi\xi$, բ) Me^{ξ}:

440. ξ պատահական մեծությունը ունի հետևյալ բաշխման խտությունը՝

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}Cosx, & x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]\\[2ex] 0, & x\notin\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]\end{cases}:$$

Գտնել ա) $\eta=Sin\xi$, բ) $\eta=|Sin\xi|$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

441. Դիցուք $M\xi=0$ և $M|\xi|=1$: Գտնել ա) $M\max(0,\xi)$, բ) $M\min(0,\xi)$:

442. Դիցուք ξ պատահական մեծության բաշխման խտությունը հավասար է $p(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$: Հաշվել $M\min(|\xi|,1)$:

443. l երկարություն ունեցող ձողը պատահականորեն կոտրել են 2 մասի: Գտնել փոքր մասի η երկարության բաշխման ֆունկցիան, $M\eta$-ն և $D\eta$-ն:

444. $[0,a]$ հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ: Դիցուք η-ն նրանց միջև եղած հեռավորությունն է: Որոշել $M\eta$-ն և $D\eta$-ն:

445. P կետը հավասարաչափ է բաշխված $(0,0)$ կենտրոնով և R շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ: Դիցուք P կետի հեռավորությունը շրջանի կենտրոնից հավասար է η-ի: Գտնել M η-ը և D η-ն:

446. P կետը հավասարաչափ է բաշխված $(0,0)$ կենտրոնով և R շառավիղով շրջանագծի վրա: P կետից շրջանագծին տարված է շոշափող: Գտնել շոշափողի այն հատվածի ξ երկարության բաշխման ֆունկցիան և խտությունը, որը միացնում է P կետը նրա ox առանցքի հետ հատման կետի հետ: Գոյություն ունի՞ արդյոք $M\xi$-ն:

447. R շառավիղ ունեցող շրջանագծի վրա պատահականորեն վերցնում են երկու կետ: Գտնել նրանց միջև եղած ξ հեռավորության բաշխման ֆունկցիան և հաշվել $M\xi$-ը:

448. Երկչափ պատահական (ξ,η) մեծությունը ունի հավանականությունների հետևյալ բաշխումը՝

η \ ξ	0	1
−1	0,1	0,2
0	0,2	0,3
1	0	0,2

Գտնել $\eta = 2\xi + \eta^2$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

449. Տրված է (ξ,η) երկչափ պատահական մեծության $P\{\xi = i, \eta = j\}$ հավանականությունների բաշխման հետևյալ աղյուսակը՝

η \ ξ	0	1	2	3	4	5
0	0,01	0,05	0,12	0,02	0	0,01
1	0,02	0	0,01	0,05	0,02	0,02
2	0	0,05	0,1	0	0,3	0,05
3	0,01	0	0,02	0,01	0,03	0,1

Գտնել՝

1. $P\{\xi = 2 / \eta = 3\}$, 3. $M\{\xi + \eta\}$, 5. $P\{\xi + \eta < 5 / \eta \le 2\}$,

2. $M\{\xi / \eta = 1\}$, 4. $M\{\xi^2 / \eta \le 1\}$, 6. $M\{\xi\eta / \eta \le 1\}$:

450. Դիցուք ξ-ն և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են, որոնք ընդունում են ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ, ընդ որում $M\xi < +\infty$: Ապացուցել, որ

$$M\min(\xi,\eta) = \sum_{i=1}^{\infty} P\{\xi \ge i\} P\{\eta \ge i\}:$$

451. ξ և η պատահական մեծությունները ունեն հավասարաչափ բաշխում $[0,1]$ հատվածում: Ապացուցել, որ ξ-ի և η-ի ցանկացած կախվածության դեպքում $M|\xi - \eta| \le \frac{1}{2}$: (Ցուցում՝ հաշվել $M\left|\xi - \frac{1}{2}\right|$ և $M\left|\eta - \frac{1}{2}\right|$ և օգտագործել $|x - y| \le |x| + |y|$ անհավասարությունը):

452. Դիցուք ξ-ն և η-ն միանման բաշխված պատահական մեծություններ են: Ճի՞շտ է արդյոք, որ $M\dfrac{\xi}{\xi+\eta} = M\dfrac{\eta}{\xi+\eta}$:

453. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են, միանման բաշխված և դրական: Ապացուցել, որ $M\left(\frac{\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_k}{\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_n}\right)=\frac{k}{n}$:

454. 1,2,3,…,29,30 թվերից առանց վերադարձի հավասարահնարավոր ննուշահանման սխեմայով նշում են տասը թիվ: Գտնել նշված թվերի գումարի մաթեմատիկական սպասումը: (Ցուցում՝ դիցուք ξ_k-ն, $k=1,2,\ldots,10$, k-րդ նշված թիվն է: Ապացուցել, որ ξ_k-րը միանման են բաշխված):

455. Գրված են n նամակներ, սակայն ծրարները հասցեագրված են պատահական կարգով: Դիցուք ξ_n-ը այն նամակների թիվն է, որոնք հասել են իրենց հասցեատերերին: Գտնել $M\eta_n$-ը և $D\eta_n$-ն:

456. Ապացուցել, որ $M\xi\eta=M\xi\, M\eta$ հավասարությունից ընդհանուր դեպքում չի բխում ξ-ի և η-ի անկախությունը:

457. Ապացուցել, որ $M\xi\eta=M\xi\, M\eta$ հավասարությունից բխում է ξ-ի և η-ի անկախությունը, եթե ξ-ն և η-ն ընդունում են յուրաքանչյուրը երկու արժեք:

458. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով, իսկ φ-ն հավասարաչափ է բաշխված $[0,2\pi]$-ում: Գտնել $\eta=Sin(\xi+\varphi)$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը, երբ ξ-ն և φ-ն անկախ են:

459. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները ունեն նորմալ բաշխում (a,σ) պարամետրերով: Ապացուցել, որ

$$M\max(\xi_1,\xi_2)=a+\frac{\sigma}{\sqrt{\pi}},\quad M\min(\xi_1,\xi_2)=a-\frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}:$$

460. Դիցուք (ξ,η) վեկտորը ունի նորմալ բաշխում, ընդ որում $M\xi=M\eta=0, M\xi^2=$ $=M\eta^2=1, M\xi\eta=\rho$: Ապացուցել,որ $M\max(\xi,\eta)=\sqrt{\frac{1-\rho}{\pi}}$:

461. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ վերջավոր մաթ. սպասումներ ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $M\max\{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n\}\geq\max\{M\xi_1,M\xi_2,\ldots,M\xi_n\}$, $M\min\{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n\}\leq\min\{M\xi_1,M\xi_2,\ldots,M\xi_n\}$:

462. ξ և η պատահական մեծությունները (հնարավոր է անկախության բացակայությունը) ունեն վերջավոր դիսպերսիաներ՝ $D\xi=\sigma_1^2, D\eta=\sigma_2^2$: Գտնել $D(\xi+\eta)$-ի փոփոխման միջակայքը:

463. Ապացուցել, որ եթե ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են, ապա

$$D\xi\eta=D\xi\, D\eta+(M\xi)^2 D\eta+(M\eta)^2 D\xi,\ \text{այսինքն}\ D\xi\eta\geq D\xi\, D\eta:$$

464. Գտնել ξ և η անկախ պատահական մեծությունների արտադրյալի մաթ. սպասումը, եթե հայտնի է, որ նրանցից յուրաքանչյուրը ունի հավանականությունների հավասարաչափ բաշխում՝ ξ-ն $[0,1]$ միջակայքում, η-ն՝ $[1,3]$-ում:

465. (ξ,η) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված $R=[0,1]\times[0,1]$ քառակուսու ներսում: Գտնել $\zeta=\xi\cdot\eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

466. (ξ,η) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված $(0,0)$ կենտրոնն և $r=1$ շառավիղ ունեցող շրջանի ներսում: Գտնել $\zeta=\xi\cdot\eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

467. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[a,b]$ միջակայքում: Գտնել a-ն և b-ն, եթե $M\xi^2=1$, $M\xi=-M\xi^3$:

468. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծությունները անկախ են, ունեն 0-ին հավասար մաթ. սպասումներ և վերջավոր երրորդ կարգի մոմենտներ: Ապացուցել, որ

$$M\left(\sum_{k=1}^{n}\xi_k\right)^3=\sum_{k=1}^{n}M\xi_k^3:$$

469. Հաշվել λ պարամետրով ցուցչային բաշխում ունեցող ξ պատահական մեծության սկզբնական մոմենտները:

470. Հաշվել (a,σ) պարամետրերով նորմալ բաշխված ξ պատահական մեծության կենտրոնական մոմենտները:

471. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը ընդունում է վերջավոր թվով ոչ բացասական արժեքներ՝ $x_1,x_2,\ldots,x_k$: Ապացուցել, որ

$$\lim_{n\to\infty}\frac{M\xi^{n+1}}{M\xi^n}=\max_{1\le i\le k}x_i$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{M\xi^n}=\max_{1\le i\le k}x_i:$$

472. Եթե $M\xi^2=M\xi^3=M\xi^4$, ապա ξ պատահական մեծությունը դիսկրետ է և կարող է ընդունել միայն երկու հնարավոր արժեքներ՝ 0-ն և 1-ը: Ապացուցել այդ:

473. Եթե $M\xi^{2n},M\xi^{2n+1},M\xi^{2n+2}$ թվերը հանդիսանում են թվաբանական պրոգրեսիայի հաջորդական անդամներ, ապա նրանք իրար հավասար են, իսկ ξ մեծությունը դիսկրետ է և կարող է ընդունել միայն 0 և 1 արժեքները: Ապացուցել այդ:

474. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է $\pm1,\pm2$ արժեքները յուրաքանչյուրը $\frac{1}{4}$ հավանականությամբ, իսկ $\eta=\xi^2$: ա) Գտնել ξ-ի և η-ի համատեղ բաշխումը: բ) Ապացուցել, որ $\rho(\xi,\eta)=0$: գ) Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ չեն:

475. (ξ,η) պատահական վեկտորը ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

η \ ξ	-1	0	1
0	1/12	1/12	1/12
1	0	1/4	1/4
2	1/8	0	1/8

Գտնել դիսպերսիոն մատրիցը:

476. Նետում են երկու զառ: Դիցուք ξ-ն բացված միավորների թիվն է առաջին զառի վրա, իսկ η-ն երկու բացված միավորներից մեծագույնն է: ա) Գտնել ξ-ի և η-ի համատեղ բաշխումը, բ) հաշվել $M\xi$-ը, $D\xi$-ն, $M\eta$-ը, $D\eta$-ն և $Cov(\xi,\eta)$-ն:

477. Գտնել $\zeta=2\xi-3\eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան, եթե

$$M\xi=0,\quad M\eta=2,\quad D\xi=2,\quad D\eta=1,\quad \rho(\xi,\eta)=-\frac{1}{\sqrt{2}}:$$

478. Նշանակենք երկու զառերի վրա բացված միավորների գումարը և տարբերությունը ξ-ով և η-ով համապատասխանաբար: Ապացուցել, որ ξ և η մեծությունները անկախ չեն:

479. ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են և նորմալ բաշխված միևնույն (a,σ) պարամետրերով: Գտնել $\nu_1 = \alpha\xi + \beta\eta$ և $\nu_2 = \alpha\xi - \beta\eta$ պատահական մեծությունների կոռելյացիայի գործակիցը:

480. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ, միանման բաշխված և վերջավոր դիսպերսիա ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2$ և $\eta_2 = \xi_1 - \xi_2$ պատահական մեծությունները չկոռելյացված են:

481. Երկու պատահական մեծությունների կոռելյացիայի գործակցի զրոյի հավասար լինելուց չի բխում այդ պատահական մեծությունների անկախությունը: Բերել օրինակ:

482. ξ և η պատահական մեծությունները անկախ են, $P\{\xi = 1\} = P\{\xi = -1\} = \frac{1}{2}$, $P\{\eta = 1\} = P\{\eta = -1\} = \frac{1}{4}$, $P\{\eta = 0\} = \frac{1}{2}$: Կլինե՞ն արդյոք $\xi \cdot \eta$ և η պատահական մեծությունները ա) անկախ, բ) չկոռելյացված:

483. (ξ, η)-ն հավասարաչափ է բաշխված $(0,0), (0,1), (1,0)$ գագաթներ ունեցող եռանկյան ներսում: Գտնել ξ-ի և η-ի կոռելյացիայի գործակիցը:

484. Դիցուք $\xi \sim N(0,\sigma)$: Գտնել ξ և ξ^3 պատահական մեծությունների դիսպերսիոն մատրիցը:

485. $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ պատահական մեծություններից ցանկացած երկուսի կոռելյացիայի գործակիցը հավասար է ρ-ի: Ապացուցել, որ $\rho \geq \frac{-1}{n-1}$:

486. $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+m}, (n \geq m)$ պատահական մեծությունները անկախ են, բաշխված են միանման և ունեն վերջավոր դիսպերսիա: Գտնել $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n$ և $\eta_2 = \xi_{m+1} + \xi_{m+2} + \ldots + \xi_{m+n}$ պատահական մեծությունների կոռելյացիայի գործակիցը:

487. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունների համատեղ բաշխումը նորմալ է, ընդ որում $M\xi = M\eta = 0$ և կոռելյացիայի գործակիցը հավասար է ρ-ի: Գտնել ξ^2 և η^2 պատահական մեծությունների կոռելյացիայի գործակիցը:

488. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունները ունեն $M\xi = M\eta = 0$, $D\xi = D\eta = 1$ և ρ կոռելյացիայի գործակից: Ապացուցել, որ $M\max\{\xi^2, \eta^2\} \leq 1 + \sqrt{1-\rho^2}$:

Հավելված

286. Օգտվել հետևյալ առնչություններից՝ $\{\omega; \inf_n \xi_n < x\} = \bigcup_{n=1}^{\infty}\{\omega; \xi_n(\omega) < x\}$, $\{\omega; \sup_n \xi_n < x\} = \bigcap_{n=1}^{\infty}\{\omega; \xi_n < x\}$, կամ $\sup_n \xi_n = -\inf_n(-\xi_n)$, $\overline{\lim_{n\to\infty}} \xi_n = \inf_{n\geq 1} \sup_{m \geq n} \xi_m$, $\underline{\lim_{n\to\infty}} \xi_n = \sup_{n\geq 1} \inf_{m\geq n} \xi_m$:

295. Դիցուք η-ն հաջող փորձերի թիվն է: $P\{\eta = m\} = \sum_{k=0}^{\infty} P\{\xi = k\} P\{\eta = m / \xi = k\} =$

$$=\sum_{k=m}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}C_k^m p^m(1-p)^{k-m}=p^m e^{-\lambda}\sum_{k=m}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{k!}{m!(k-m)!}(1-p)^{k-m}=$$

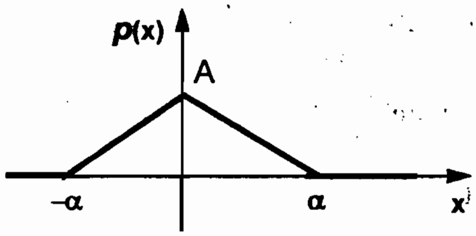
$$=p^m e^{-\lambda}\frac{1}{m!}\lambda^m\sum_{k=m}^{\infty}\frac{\lambda^{k-m}(1-p)^{k-m}}{(k-m)!}=\frac{(\lambda p)^m}{m!}e^{-\lambda}e^{\lambda(1-p)}=\frac{(\lambda p)^m}{m!}e^{-\lambda p}, m=0,1,2,\ldots,$$

այստեղ $P\{\eta=m/\xi=k\}=0$, երբ $k<m$:

298.Կատարել փոփոխականի փոխարինում՝ $y=\mathcal{F}(x)$,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{F}(x)d\mathcal{F}(x)=\int_0^1 ydy=\frac{y^2}{2}\Big|_0^1=\frac{1}{2}:$$

309.



գծ. 2

Օգտվելով հավանականությունների բաշխման խտության $\int_{-\infty}^{\infty}p(x)dx=1$ հատկությունից, գտնում ենք A կետի օրդինատը՝ $y_A=\frac{1}{a}$: Հիշելով երկու կետերով անցնող ուղղի հավասարումը, ստանում ենք

ա) $$p(x)=\begin{cases}\dfrac{a-|x|}{a^2}, & x\in(-a,a)\\[2mm] 0, & x\notin(-a,a),\end{cases}$$

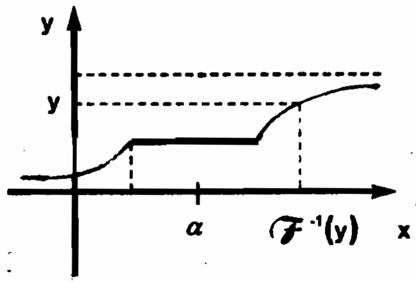
բ) քանի, որ $\mathcal{F}(x)=\int_{-\infty}^{x}p(u)du$, ապա ա)-ից հետևում է

$$\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0, & x\le -a\\[1mm] \dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{a}+\dfrac{x^2}{2a^2}, & -a<x\le 0\\[2mm] \dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{a}-\dfrac{x^2}{2a^2}, & 0<x\le a\\[2mm] 1, & x>a\end{cases}$$

գ) $P\left\{\frac{a}{2}\le\xi<a\right\}=\mathcal{F}(a)-\mathcal{F}\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{8}$:

317.Ակնհայտ է, որ η պատահական մեծությունը բաշխված է $[0,1]$-ում: Ուրեմն $\mathcal{F}_\eta(y)=0$, երբ $y\le 0$ և $\mathcal{F}_\eta(y)=1$ երբ $y>1$: Դիտարկենք $0<y\le 1$, $\mathcal{F}_\eta(y)=$ $=P\{\eta<y\}=P(\mathcal{F}(\xi)<y)=P\{\xi<\mathcal{F}^{-1}(y)\}=\mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(y))=y$, որտեղ $\mathcal{F}^{-1}(y)=$ $=\sup\{x:\mathcal{F}(x)<y\}$: Մնում է համոզվել, որ $0<y\le 1$ համար ճիշտ է

ա) $\mathcal{F}(a)<y\Leftrightarrow a<\mathcal{F}^{-1}(y)$, $a\in R^1$, և բ) $\mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(y))=y$:



գծ. 6

Ստուգենք ա)-ն: $\mathcal{F}(a)<y\Rightarrow a<\mathcal{F}^{-1}(y)$, քանի որ $a\in\{x,\mathcal{F}(x)<y\}$, և $a<\mathcal{F}^{-1}(y)\Rightarrow$ $\Rightarrow\mathcal{F}(a)<\mathcal{F}\left(\mathcal{F}^{-1}(y)\right)=y$: Ստուգենք բ)-ն: Գոյություն ունի $x_n\downarrow\mathcal{F}^{-1}(y)$, որի համար $\mathcal{F}(x_n)>y$: $\mathcal{F}(x)$-ի անընդհատությունից հետևում է, որ

$$\lim_{n\to\infty}\mathcal{F}(x_n)=\mathcal{F}\left(\mathcal{F}^{-1}(y)\right)\geq y,$$

մյուս կողմից, եթե $x_n\uparrow\mathcal{F}^{-1}(y)$ և $\mathcal{F}(x_n)<y$, ապա $\mathcal{F}\left(\mathcal{F}^{-1}(y)\right)\leq y$: Հետևաբար $\mathcal{F}\left(\mathcal{F}^{-1}(y)\right)=y$:

333.Դիցուք ξ_k-ն ձախից k-րդ կետի աբսցիսն է: Որոշենք $p_{\xi_k}(x)$-ը: Պարզ է, որ $p_{\xi_k}(x)=0$, երբ $x\leq0$, և $p_{\xi_k}(x)=1$, երբ $x\geq a$: Դիցուք $0<x<a$:

Քանի, որ $P\{x\leq\xi_k<x+\Delta x\}=\mathcal{F}_{\xi_k}(x+\Delta x)-\mathcal{F}_{\xi_k}(x)$, ապա

$$p_{\xi_k}(x)=\lim_{\Delta x\to0}\frac{\mathcal{F}_{\xi_k}(x+\Delta x)-\mathcal{F}_{\xi_k}(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to0}\frac{P\{x\leq\xi_k<x+\Delta x\}}{\Delta x}=$$

$$=\lim_{\Delta x\to0}\frac{1}{\Delta x}C_n^1\frac{\Delta x}{a}C_{n-1}^{k-1}\left(\frac{x}{a}\right)^{k-1}\left(\frac{a-x-\Delta x}{a}\right)^{n-k}=C_n^1C_{n-1}^{k-1}\frac{1}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{k-1}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{n-k},\ 0<x<a:$$

338.Ոչ: Օրինակ, ξ-ն և η-ն միանման բաշխված պատահական մեծություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը հավասար հավանականությամբ կարող է ընդունել -2 և 1 արժեքները: Այդ դեպքում $P\{\xi+\eta>0\}=P\{\xi=1\bigcap\eta=1\}=P\{\xi=1\}P\{\eta=1\}=\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$:

342.Ոչ: Օրինակ, դիտարկենք $\langle\Omega,\Im,P\rangle$ հավանականային տարածությունը, որտեղ $\Omega=\{1,2,3,4\}$, $\Im$-ը Ω-ի բոլոր ենթաբազմությունների բազմությունն է,

$P\{\{1\}\}=P\{\{2\}\}=P\{\{3\}\}=P\{\{4\}\}=\frac{1}{4}$: Դիցուք

$\xi(1)=\xi(3)=0,\quad \xi(2)=\xi(4)=1,\quad \eta(1)=\eta(2)=1,\quad \eta(3)=\eta(4)=0,$

$\zeta(1)=\zeta(4)=0, \zeta(2)=\zeta(3)=1$:

ξ-ն, η-ն, ζ-ն զույգ առ զույգ անկախ են:Սակայն ξ-ն և $(\eta+\zeta)$-ն կախյալ են, քանի որ

$P\{\xi=1\bigcap\eta+\zeta=2\}\neq P\{\xi=1\}P\{\eta+\zeta=2\}$, այստեղ $P\{\xi=1\bigcap\eta+\zeta=2\}=\frac{1}{4}$,

$P\{\xi=1\}=\frac{1}{2},\quad P\{\eta+\zeta=2\}=\frac{1}{4}$:

358.Քանի որ (ξ,η,ζ) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված D գլանում, ապա $p_{\xi,\eta,\zeta}(x,y,z)=\begin{cases}\dfrac{1}{2H\pi R^2}, & (x,y,z)\in D\\ 0, & (x,y,z)\notin D\end{cases}$

Գտնենք $p_\xi(x)$-ը, $p_\eta(y)$-ը, $p_\zeta(z)$-ը:

$$p_\xi(x)=\int_{-H}^{H}\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}p_{\xi,\eta,\zeta}(x,y,z)dydz=\frac{1}{2\pi R^2H}2\sqrt{R^2-x^2}\,2H=\frac{2\sqrt{R^2-x^2}}{\pi R^2},\quad |x|\le R,$$

$$p_\eta(y)=\int_{-H}^{H}\int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}}p_{\xi,\eta,\zeta}(x,y,z)dxdz=\frac{1}{2\pi R^2H}2\sqrt{R^2-y^2}\,2H=\frac{2\sqrt{R^2-y^2}}{\pi R^2},\quad |y|\le R,$$

$$p_\zeta(z)=\frac{1}{2\pi R^2H}\iint_{x^2+y^2\le R^2}dxdy=\frac{1}{2\pi R^2H}\pi R^2=\frac{1}{2H},\qquad |z|\le H\ :$$

Քանի որ $p_{\xi,\eta,\zeta}(x,y,z)\ne p_\xi(x)p_\eta(y)p_\zeta(z)$, ապա ξ-ն, η-ն և ζ-ն կախյալ են:

366. Դիցուք $x\ge y$: Այդ դեպքում

$$\mathcal{F}_{\xi,\eta}(x,y)=\mathrm{P}\{\xi<x,\eta<y\}=\mathrm{P}\{\xi_1<y,\xi_2<y,\ldots,\xi_n<y\}=\prod_{i=1}^{n}\mathrm{P}\{\xi_i<y\}=[\mathcal{F}(y)]^n:$$

Դիցուք $x<y$, այդ դեպքում

$$\mathcal{F}_{\xi,\eta}(x,y)=\mathrm{P}\{\xi<x,\eta<y\}=\sum_{k=1}^{n}C_n^k[\mathcal{F}(x)]^k[\mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(x)]^{n-k}=$$

$$\sum_{k=0}^{n}C_n^k[\mathcal{F}(x)]^k[\mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(x)]^{n-k}-[\mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(x)]^n=[\mathcal{F}(y)]^n-[\mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(x)]^n:$$

367. Քանի որ ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծությունները անկախ են, $\eta_1=\xi_1-\xi_2$-ի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է (նայիր խնդ. $N370$)

$$p_{\eta_1}(x)=\int_{-\infty}^{\infty}p_{\xi_1}(u)p_{\xi_2}(u-x)du=\int_{x}^{\infty}\lambda_1e^{-\lambda_1u}\lambda_2e^{-\lambda_2(u-x)}du=\lambda_1\lambda_2\int_{x}^{\infty}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)u}e^{\lambda_2x}du=$$

$$=\lambda_1\lambda_2e^{\lambda_2x}\left(-\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)u}\Big|_x^{\infty}\right)=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}e^{-\lambda_1x},\quad x>-\frac{\ln\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_2}}{\lambda_1}:$$

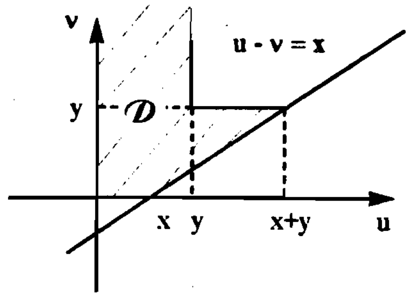
Հաշվենք $\eta_2=\min(\xi_1,\xi_2)$-ի բաշխման ֆունկցիան:

$$\mathcal{F}_{\eta_2}(x)=\mathrm{P}\{\min(\xi_1,\xi_2)<x\}=1-\mathrm{P}\{\min(\xi_1,\xi_2)\ge x\}=1-\mathrm{P}\{\xi_1\ge x,\xi_2\ge x\}=$$

$$=1-\mathrm{P}\{\xi_1\ge x\}\mathrm{P}\{\xi_2\ge x\}=$$

$$=1-(1-\mathcal{F}_{\xi_1}(x))(1-\mathcal{F}_{\xi_2}(x))=1-e^{-\lambda_1x}e^{-\lambda_2x}=1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x},\quad x\ge0,$$

որտեղից $p_{\eta_2}(x)=\begin{cases}(\lambda_1+\lambda_2)\,e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x}, & x\ge0\\ 0, & x<0\end{cases}$



գծ. 7

Գտնենք $\mathcal{F}_{\eta_1,\eta_2}(x,y)$ -ը, երբ $x<y$ (գծ. 7):

$$\mathcal{F}_{\eta_1,\eta_2}(x,y)=\mathrm{P}\{\xi_1-\xi_2<x\bigcap\min(\xi_1,\xi_2)<y\}=\iint\limits_{(D)}\lambda_1 e^{-\lambda_1 u}\lambda_2 e^{-\lambda_2 v}du dv=$$

$$=\lambda_1\lambda_2\left\{\int_0^x\left(\int_0^\infty e^{-\lambda_2 v}dv\right)e^{-\lambda_1 u}du+\int_x^y\left(\int_{u-x}^\infty e^{-\lambda_2 v}dv\right)e^{-\lambda_1 u}du+\int_y^{x+y}\left(\int_{u-x}^y e^{-\lambda_2 v}dv\right)e^{-\lambda_1 u}du\right\}=$$

$$=\lambda_1\lambda_2\left\{\int_0^x\left(-\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 v}\Big|_0^\infty\right)e^{-\lambda_1 u}du+\int_x^y\left(-\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 v}\Big|_{u-x}^\infty\right)e^{-\lambda_1 u}du+\int_y^{x+y}\left(-\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 v}\Big|_{u-x}^y\right)e^{-\lambda_1 u}du\right\}=$$

$$=\lambda_1\lambda_2\left\{\frac{1}{\lambda_2}\left(-\frac{1}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 u}\Big|_0^x\right)+\int_x^y\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2(u-x)}e^{-\lambda_1 u}du+\int_y^{x+y}\left[\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2(u-x)}-\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 y}\right]e^{-\lambda_1 u}du\right\}=$$

$$=\lambda_1\lambda_2\left\{\frac{1}{\lambda_1\lambda_2}\left(1-e^{-\lambda_1 x}\right)-\frac{1}{\lambda_2}e^{\lambda_2 x}\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)u}\Big|_x^y+\frac{1}{\lambda_2}\int_y^{x+y}e^{\lambda_2 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)u}du-\frac{1}{\lambda_2}\int_y^{x+y}e^{-\lambda_2 v}e^{-\lambda_1 u}du\right\}=$$

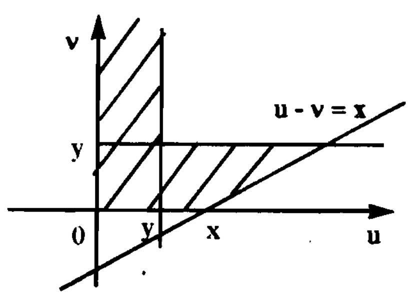
$$=1-e^{-\lambda_1 x}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}e^{\lambda_2 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x}-\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}e^{\lambda_2 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)y}+e^{-\lambda_1 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)y}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)y}:$$

$$\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial y}=\left[-\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}e^{\lambda_2 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x}+e^{-\lambda_1 x}-1\right]\left[-(\lambda_1+\lambda_2)e^{-(\lambda_1+\lambda_2)y}\right]$$

$$p_{\eta_1,\eta_2}(x,y)=\frac{\partial^2\mathcal{F}}{\partial x\,\partial y}=\lambda_1\lambda_2 e^{-\lambda_1 x}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)y}$$

$p_{\eta_1,\eta_2}(x,y)=p_{\eta_1}(x)p_{\eta_2}(y)$ այսինքն $\eta_1=\xi_1-\xi_2$ և $\eta_2=\min(\xi_1,\xi_2)$ անկախ են:

Նման ձևով դիտարկվում է $x>y$ դեպքի համար (գծ.8)



գծ. 8

378.Լրիվ հավանականության բանաձևի համաձայն

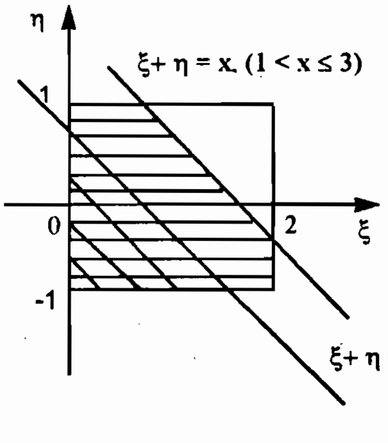
$$P\{\eta=m\}=P\{\xi_1+\xi_2=m\}=\sum_{k=0}^{m}P\{\xi_1=k,\xi_2=m-k\}=\sum_{k=0}^{m}P\{\xi_1=k\}P\{\xi_2=m-k\}=$$

$$=\sum_{k=0}^{m}\frac{\lambda_1^k}{k!}e^{-\lambda_1}\frac{\lambda_2^{m-k}}{(m-k)!}e^{-\lambda_2}=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}\frac{1}{m!}\sum_{k=0}^{m}\frac{m!}{k!(m-k)!}\lambda_1^k\lambda_2^{m-k}=\frac{(\lambda_1+\lambda_2)^m}{m!}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)},m=0,1,2,..$$

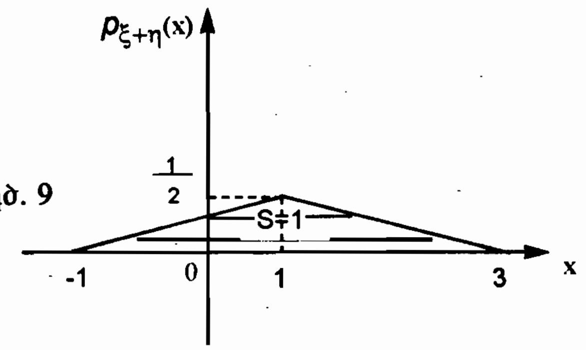
384.Որոնելի խտությունը կարելի է գտնել հայտնի բանաձևով (նայիր խնդ. N 369), սակայն հաշվարկները դառնում են անհամեմատ պարզ, եթե դիմենք երկրաչափական մեկնաբանությանը: Դիտարկելով ξ -ն և η-ն, որպես հարթության վրա պատահական (ξ,η) կետի կոորդինատներ, կնկատենք, որ $P(\xi+\eta<x)$ հավանականությունը, երբ $-1<x\leq 1$, գծ.9-ում կրկնակի ստվերագծած տիրույթի մեջ (ξ,η) կետի հայտնաբերելու հավանականությունն է, իսկ $-1<x\leq 3$ դեպքում՝ ամբողջ ստվերագծած տիրույթի մեջ ընկնելու հավանականությունն է:

Ուստի

$$\mathcal{F}_{\xi+\eta}(x)=P\{\xi+\eta<x\}=\begin{cases}0, & x\leq -1,\\ \dfrac{(x+1)^2}{8}, & -1<x\leq 1,\\ 1-\dfrac{(3-x)^2}{8}, & 1<x\leq 3,\\ 1, & x>3:\end{cases}$$



գծ. 9



գծ. 10

$$\text{որտեղից}\quad p_{\xi+\eta}(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{4}, & -1<x\leq 1,\\ \dfrac{3-x}{4}, & 1<x\leq 3,\\ 0, & x\notin(-1,3]:\end{cases}$$

392. I եղանակ. քանի, որ (ξ_1,ξ_2)-ը հավասարաչափ է բաշխված K -ում, ապա

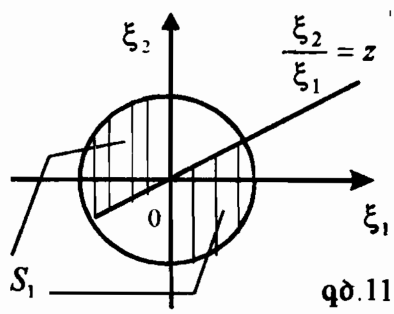
$$p_{\xi_1,\xi_2}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & (x,y)\in K\\ 0, & (x,y)\notin K\end{cases}$$

Համաձայն պատահական մեծությունների քանորդի հավանականությունների բաշխման խտության բանաձևի

$$p_\eta(z)=p_{\frac{\xi_2}{\xi_1}}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}|x|\,p_{\xi_1,\xi_2}(x,zx)dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{1}{\sqrt{1+z^2}}}xdx=\frac{1}{\pi(1+z^2)}$$

II եղանակ .

$$\mathcal{F}_\eta(z)=P\left\{\frac{\xi_2}{\xi_1}<z\right\}=\frac{S_1}{S_{շրջ}}=\frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+arctg\,z\right),$$



գծ.11

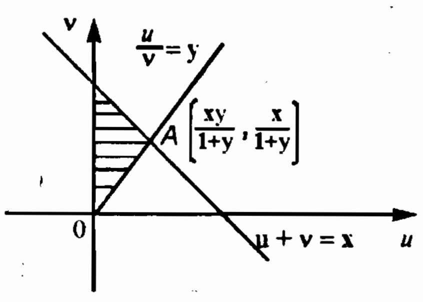
$S_1=\frac{\pi}{2}+arctg\,z$, քանի որ $r=1$:

$$p_\eta(z)=\mathcal{F}_\eta'(z)=\frac{1}{\pi(1+z^2)}$$

401. Նշանակենք $\zeta_1=\xi+\eta$, $\zeta_2=\frac{\xi}{\eta}$: Համաձայն պատահական մեծությունների գումարի և քանորդի հավանականությունների բաշխման խտությունների բանաձևերի, ունենք

$$p_{\zeta_1}(x)=p_{\xi+\eta}(x)=\int_{-\infty}^{\infty}p_\xi(x-z)p_\eta(z)dz=\int_0^x e^{-(x-z)}e^{-z}dz=e^{-x}\,z\Big|_0^x=x\,e^{-x},\quad x>0$$

$$p_{\zeta_2}(y)=p_{\frac{\xi}{\eta}}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}|z|\,p_\xi(yz)\,p_\eta(z)dz=\int_0^{\infty}z\,e^{-yz}\,e^{-z}dz=\frac{1}{(y+1)^2},\quad y>0$$



Գտնենք $p_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)=\dfrac{\partial^2\mathcal{F}_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)}{\partial x\partial y}$: Հաշվենք

$$\mathcal{F}_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)=P\left\{\xi+\eta<x,\frac{\xi}{\eta}<y\right\}=\iint\limits_{\substack{u+v<x\\ \frac{u}{v}<y,u>0,v>0}} e^{-u-v}dudv=\int_0^{\frac{xy}{1+y}}e^{-u}\left(\int_{\frac{u}{y}}^{x-u}e^{-v}dv\right)du=$$

$$=\int_0^{\frac{xy}{1+y}}e^{-u}\left(e^{-\frac{u}{y}}-e^{-(x-u)}\right)du=\int_0^{\frac{xy}{1+y}}e^{-u\left(1+\frac{1}{y}\right)}du-e^{-x}\frac{xy}{1+y}=$$

$$=-\frac{y}{1+y}e^{-u\left(1+\frac{1}{y}\right)}\Bigg|_0^{\frac{xy}{1+y}}-\frac{xy}{1+y}e^{-x}=\frac{y}{y+1}-\frac{y}{y+1}e^{-x}-\frac{xy}{1+y}e^{-x},\quad x>0,\quad y>0,$$

որտեղից

$$\frac{\partial\mathcal{F}_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)}{\partial x}=xe^{-x}\frac{y}{y+1},\ x>0,y>0.$$

$$\frac{\partial^2\mathcal{F}_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)}{\partial x\partial y}=xe^{-x}\frac{1}{(y+1)^2},\ x>0,y>0:$$

Քանի որ

$$p_{\zeta_1,\zeta_2}(x,y)=xe^{-x}\frac{1}{(y+1)^2}=p_{\zeta_1}(x)p_{\zeta_2}(y),$$ ζ_1 և ζ_2 անկախ են:

414.Հիշեցնենք, որ Բեռնուլիի փորձերի սխեմայում $Mm=np$, որտեղ m-ը A պատահույթի երևումների թիվն է n անկախ փորձերում, իսկ p-ն A-ի ի հայտ գալու հավանականությունն է յուրաքանչյուր կատարած փորձում: Նշանակենք η_1-ով I-ն սափորից II-րդ տեղափոխված սպիտակ գնդիկների թիվը: Համաձայն վերոնշյալ բանաձևի $M\eta_1=3\frac{2}{6}=1$: Երկրորդ սափորում ընդհանուր գնդիկների թիվը ստացվեց 8, որոնցից միջին հաշվով սպիտակ գնդիկների թիվը 6-է: Նշանակենք η_2-ով II-ից I-ին սափոր տեղափոխված սպիտակ գնդիկների թիվը: Նույն պատճառով $M\eta_2=4\frac{6}{8}=3$: Այդ երկու տեղափոխումների հետևանքով միջին հաշվով I-ին սափորում կլինի 4 սպիտակ գնդիկ՝ $M\xi_1=2-1+3=4$, II-ում՝ $M\xi_2=5+1-3=3$:

421.ա) Ըստ խնդրի պայմանի $p_n=P\{\xi=n\}=pq^n, n=0,1,2,\ldots$: Քանի, որ $\sum_{n=0}^{\infty}p_n=1$, կունենանք $\sum_{n=0}^{\infty}pq^n=1$, որտեղից $p\frac{1}{1-q}=1$ կամ $p=1-q$: Գտնենք $M\xi$-ը:

$$M\xi=\sum_{n=0}^{\infty}npq^n=pq\sum_{n=1}^{\infty}nq^{n-1}=pq\left(\sum_{n=1}^{\infty}q^n\right)'=pq\left(\frac{q}{1-q}\right)'=pq\frac{1}{(1-q)^2}=\frac{q}{p}=\frac{1-p}{p}$$

$$M\xi(\xi-1)=\sum_{n=1}^{\infty}n(n-1)pq^n=pq^2\sum_{n=2}^{\infty}n(n-1)q^{n-2}=pq^2\left(\sum_{n=1}^{\infty}q^n\right)''=pq^2\left(\frac{1}{(1-q)^2}\right)'=2\frac{q^2}{p^2}$$

$M\xi^2 = 2\frac{q^2}{p^2} + \frac{q}{p}$, որտեղից

$$D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = 2\frac{q^2}{p^2} + \frac{q}{p} - \frac{q^2}{p^2} = \frac{q^2}{p^2} + \frac{q}{p} = \frac{q}{p}\left(\frac{q}{p}+1\right) = M\xi(M\xi+1)$$

բ) $M\xi = \frac{q}{p} = a, \quad \frac{1-p}{p} = a$, որտեղից $p = \frac{1}{a+1}$

$$P\{\xi = n\} = pq^n = \frac{a^n}{(1+a)^{n+1}}, n = 0,1,2,\ldots \quad \text{(Պասկալի բաշխում):}$$

430. $M\xi = \int_0^\infty x\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x}dx = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty x^\alpha e^{-\beta x}dx$: Կատարելով փոփոխականի

փոխարինում՝ $u = \beta x, \quad \beta dx = du$, կստանանք

$$M\xi = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty \frac{u^\alpha}{\beta^\alpha}e^{-u}\frac{du}{\beta} = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\cdot\frac{1}{\beta^{\alpha+1}}\int_0^\infty u^\alpha e^{-u}du = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\beta\Gamma(\alpha)} = \frac{\alpha}{\beta},$$

քանի որ $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx$ և $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$

$$M\xi^2 = \int_0^\infty x^2\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x}dx = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty x^{\alpha+1}e^{-\beta x}dx = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty \frac{u^{\alpha+1}}{\beta^{\alpha+1}}e^{-u}\frac{du}{\beta} =$$

$$= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\cdot\frac{1}{\beta^{\alpha+2}}\int_0^\infty u^{\alpha+1}e^{-u}du = \frac{\Gamma(\alpha+2)}{\beta^2\Gamma(\alpha)} = \frac{(\alpha+1)\alpha}{\beta^2}, \text{ այստեղ}$$

$$\Gamma(\alpha+2) = (\alpha+1)\Gamma(\alpha+1) = (\alpha+1)\alpha\Gamma(\alpha), \quad D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\beta^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{\alpha}{\beta^2}:$$

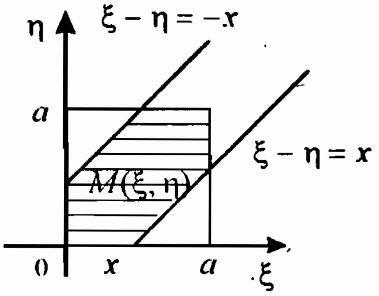
433. Քանի որ $\xi \sim \Pi(\lambda)$, ապա $M\frac{1}{1+\xi} = \sum_{k=0}^\infty \frac{1}{1+k}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} = e^{-\lambda}\sum_{k=0}^\infty \frac{\lambda^k}{(k+1)!} =$

$$= \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}\sum_{k=0}^\infty \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{e^{-\lambda}(e^{+\lambda}-1)}{\lambda} = \frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}:$$

442. $M\min(|\xi|,1) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty \min(|x|,1)\frac{1}{1+x^2}dx = \frac{2}{\pi}\left[\int_0^1 \frac{x}{1+x^2}dx + \int_1^\infty \frac{dx}{1+x^2}\right] = \frac{1}{\pi}\ln 2 + \frac{1}{2}:$

444. Նշանակելով նշված կետերի աբսցիսները համապատասխանաբար ξ-ով և η-ով, խնդիրը բերում ենք $M(\xi,\eta)$ կետի նետման $[0,a]\times[0,a]$ քառակուսու վրա: Քանի որ

$$\rho = |\xi-\eta|, \quad \mathcal{F}_\rho(x) = P\{|\xi-\eta| < x\} = \begin{cases} 0 & , x \le 0 \\ \dfrac{a^2-(a-x)^2}{a^2} & , 0 < x \le a \\ 1 & , x > a \end{cases}, \quad :$$



գծ.13

$$p_\rho(x)=\begin{cases}\dfrac{2(a-x)}{a^2}, & 0<x\le a,\\ 0, & x\notin(0,a]\,:\end{cases}$$

$$M\rho=\int_0^a x\frac{2(a-x)}{a^2}dx=\frac{a}{3};\quad M\rho^2=\frac{2}{a^2}\int_0^a x^2(a-x)dx=\frac{a^2}{6};\quad D\rho=\frac{a^2}{6}-\left(\frac{a}{3}\right)^2=\frac{a^2}{18}\,:$$

452. Ոչ: Դիտարկենք, օրինակ, $\langle\Omega,\mathfrak{I},\mathrm{P}\rangle$ հավանականային տարածությունը, որտեղ $\Omega=\{1,2,3\}$, $\mathfrak{I}$-ը Ω-ի բոլոր ենթաբազմությունների բազմությունն է,

$$\mathrm{P}\{\{1\}\}=\mathrm{P}\{\{2\}\}=\mathrm{P}\{\{3\}\}=\frac{1}{3}:$$

Դիցուք $\xi(1)=2,\ \xi(2)=1,\ \xi(3)=0,\ \eta(1)=0,\ \eta(2)=2,\ \eta(3)=1$: Քանի որ $\mathrm{P}\{\xi=2,\eta=0\}=\mathrm{P}\{1\}=\frac{1}{3}$; $\mathrm{P}\{\xi=1,\eta=2\}=\mathrm{P}\{2\}=\frac{1}{3}$; $\mathrm{P}\{\xi=0,\eta=1\}=\mathrm{P}\{3\}=\frac{1}{3}$, իսկ մնացած համատեղ հավանականությունները հավասար են 0-ի, ապա $M\frac{\xi-\eta}{\xi+\eta}=1\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}-1\cdot\frac{1}{3}=-\frac{1}{9}\neq0$, որտեղից $M\frac{\xi}{\xi+\eta}\neq M\frac{\eta}{\eta+\xi}$: Նկատենք, որ ξ-ն և η-ն կախյալ պատահական մեծություններ են՝

$$\mathrm{P}\{\xi=2,\eta=0\}=\frac{1}{3}\neq\mathrm{P}\{\xi=2\}\mathrm{P}\{\eta=0\}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}:$$

454. Նշանակենք k-րդ նշված թիվը ξ_k-ով $(k=1,2,\ldots,10)$: Լրիվ հավանականության բանաձևի օգնությամբ դժվար չէ նկատել, որ $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{10}$ պատահական մեծությունները միանման են բաշխված՝ $\mathrm{P}\{\xi_2=k\}=\sum_{m=1}^{30}\mathrm{P}\{\xi_1=m\}\mathrm{P}\{\xi_2=k/\xi_1=m\}=\frac{1}{30}$, այստեղ

$$\mathrm{P}\{\xi_2=k/\xi_1=m\}=\begin{cases}\dfrac{1}{29}, & k\neq m\\ 0, & k=m\,:\end{cases}$$

Քանի, որ $M\xi_1=\frac{1}{30}(1+2+\ldots+30)=15{,}5$, ապա

$$M\left(\sum_{k=1}^{10}\xi_k\right)=\sum_{k=1}^{10}M\xi_k=10M\xi_1=155:$$

457. Նկատենք, որ $M\xi\eta=M\xi\,M\eta$ հավասարությունը համարժեք է $M(\xi-a)(\eta-b)=$ $=M(\xi-a)M(\eta-b)$ հավասարությանը ցանկացած a-ի և b-ի համար: Ուստի բա-

վակաճ է դիտարկել այն դեպքը, երբ ξ և η պատահական մեծություններից յուրաքանչյուրը ընդունում է երկու 0 և 1 արժեք: Հաշվենք

ա) $P\{\xi=1,\eta=1\}=P\{\xi\eta=1\}=M\ \xi\eta=M\xi\ M\eta=P\{\xi=1\}\ P\{\eta=1\}$, այսինքն
$P\{\xi=1,\eta=1\}=P\{\xi=1\}\ P\{\eta=1\}$,

բ) $P\{\xi=1,\eta=0\}=P\{\xi=1\}-P\{\xi=1,\eta=1\}=P\{\xi=1\}-\ P\{\xi=1\}P\{\eta=1\}=$
$=P\{\xi=1\}(1-P\{\eta=1\})=P\{\xi=1\}P\{\eta=0\}$,

գ) $P\{\xi=0,\eta=1\}=P\{\eta=1\}-P\{\xi=1,\eta=1\}=P\{\eta=1\}(1-P\{\xi=1\})=$
$=P\{\eta=1\}P\{\xi=0\}$,

դ) $P\{\xi=0,\eta=0\}=P\{\xi=0\}-P\{\xi=0,\eta=1\}=P\{\xi=0\}-P\{\xi=0\}P\{\eta=1\}=$
$=P\{\xi=0\}P\{\eta=0\}$:

Այստեղից բխում է ξ և η պատահական մեծությունների անկախությունը:

484.Հայտնի է, որ $\xi\sim N(0,\sigma)$ պատահական մեծության համար

$$\nu_{2k+1}=M\xi^{2k+1}=0, k=0,1,2,\ldots,\nu_{2k}=M\xi^{2k}=\sigma^{2k}(2k-1)!!, k=1,2,\ldots$$

Այստեղից $M\xi=0$, $M\xi^3=0$, $M\xi^4=3\sigma^4$, $M\xi^6=15\sigma^6$.: Գտնենք (ξ,ξ^3) պատահական վեկտորի դիսպերսիոն B մատրիցը: $B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$, որտեղ $b_{11}=D\xi=\sigma^2$,

$b_{22}=D\xi^3=M\xi^6-(M\xi^3)^2=M\xi^6=15\sigma^6$, $b_{12}=b_{21}=M\xi\xi^3=M\xi^4=3\sigma^4$:

487.Քանի որ $M\xi=M\eta=0$, ապա $\rho(\xi^2,\eta^2)=\dfrac{M\xi^2\eta^2-M\xi^2M\eta^2}{\sqrt{D\xi^2D\eta^2}}$,

$M\xi^2=\sigma_1{}^2, M\eta^2=\sigma_2{}^2$: Գտնենք $M\xi^2\eta^2$:

$$M\xi^2\eta^2=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x^2y^2\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\exp\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[\frac{x^2}{\sigma_1{}^2}-2\rho\frac{xy}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{y^2}{\sigma_2{}^2}]\}dxdy=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2\sigma_2{}^2}}\{\int_{-\infty}^{\infty}x^2y^2\exp\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[\frac{x}{\sigma_1}-\rho\frac{y}{\sigma_2}]^2\}dx\}dy$$

Կատարելով փոփոխականների փոխարինում՝ $z=\dfrac{1}{\sqrt{1-\rho^2}}(\dfrac{x}{\sigma_1}-\rho\dfrac{y}{\sigma_2})$, $t=\dfrac{y}{\sigma_2}$,

կստանանք

$$x=\sigma_1z\sqrt{1-\rho^2}+\rho\sigma_1t,\quad y=t\sigma_2,\quad I=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial z} & \dfrac{\partial x}{\partial t}\\ \dfrac{\partial y}{\partial z} & \dfrac{\partial y}{\partial t}\end{vmatrix}=\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}:$$

Այսպիսով՝ $M\xi^2\eta^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}\,tz + \rho\sigma_1\sigma_2 t^2)^2 e^{-\frac{t^2}{2}} e^{-\frac{z^2}{2}}\,dtdz =$

$$= \frac{1}{2\pi}\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)\int_{-\infty}^{\infty} t^2 e^{-\frac{t^2}{2}}dt\int_{-\infty}^{\infty} z^2 e^{-\frac{z^2}{2}}dz +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2\int_{-\infty}^{\infty} t^4 e^{-\frac{t^2}{2}}dt\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz + \frac{1}{2\pi}2\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}\;\rho\sigma_1\sigma_2\int_{-\infty}^{\infty} t^3 e^{-\frac{t^2}{2}}dt\int_{-\infty}^{\infty} z e^{-\frac{z^2}{2}}dz =$$

$$= \sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2) + 3\rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2 = 2\rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2 :$$

Քանի որ $D\xi^2 = 2\sigma_1^4, D\eta^2 = 2\sigma_2^4$, ապա

$$\rho(\xi^2,\eta^2) = \frac{2\rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_1^2\sigma_2^2}{\sqrt{2\sigma_1^4 2\sigma_2^4}} = \rho^2 :$$

Պատասխաններ

288. ξ -ն զերբի հանդես գալու թիվն է ,

ξ	0	1	2
P	$1/4$	$1/2$	$1/4$

289. ξ -ն ստանդարտ մանրակների թիվն է ,

ξ	0	1	2
P	$1/45$	$16/45$	$28/45$

290. ξ -ն խոտան մանրակների թիվն է՝

ξ	0	1	2	3	4
P	0,6561	0,2916	0,0486	0,0036	0,0001

291. ξ -ն ստուգված սարքերի թիվն է՝

ξ	1	2	3	4	5
P	0,1	0,09	0,081	0,0729	0,6561

292. $\Omega = \{\,\Gamma, P\Gamma, PP\Gamma, \dots, \underbrace{PP\dots P}_{n-1}\Gamma, \dots\},$

ξ -ն նետումների թիվն է , $P\{\xi = n\} = \frac{1}{2^n}, n = 1,2,\ldots P\{\xi > 1\} = \frac{1}{2}$:

293. ξ -ն կատարած կրակոցների թիվն է , $P\{\xi = k\} = 0,8^{k-1}\,0,2\,, k = 1,2,\ldots$:

294. ξ_k -ն k -րդ բասկետբոլիստի կատարած նետումների թիվն է, $k = 1,2$:

$P\{\xi_1 = m\} = (0,6 \cdot 0,4)^{m-1}(0,4 + 0,6^2),\ m = 1,2,\ldots P\{\xi_2 = 0\} = 0,4,$

$P\{\xi_2 = m\} = 0,6(0,4 \cdot 0,6)^{m-1}(0,6 + 0,4^2),\ m = 1,2,\ldots$

295. η -ն հաջող փորձերի թիվն է , $P\{\eta = m\} = \frac{(\lambda p)^m}{m!} e^{-\lambda p}, m = 0,1,2,\ldots$:

302.Կարող է: 303. 0,25: 304. ա) Հնարավոր է, բ) ոչ, գ) հնարավոր է:

305. ա) $a = \frac{1}{\pi}$, բ) $\mathcal{F}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} arctg x$, գ) $P\{-1 \le \xi < 1\} = \frac{1}{2}$:

306.ա) $P\{\xi \ge 1\} = \frac{1}{4}$, բ) $P\{\xi \ge 1\} = \frac{1}{2}$: 307. $a = \frac{2}{\pi}$, $\frac{4}{\pi^2}(arctg e)^2$:

308. ա) $p(x) = \begin{cases} \frac{2}{a}\left(1 - \frac{x}{a}\right), & x \in (0,a)\ , \\ 0, & x \notin (0,a)\ , \end{cases}$

բ) $\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 0\ , \\ \frac{x}{a}\left(2 - \frac{x}{a}\right) & , 0 < x \le a\ , \\ 1 & , x > a\ , \end{cases}$ գ) $P\left\{\frac{a}{2} \le \xi < a\right\} = \frac{1}{4}$:

309. ա) $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}\left(1 - \frac{x}{a}\right), & x \in (-a,a), \\ 0 & , x \notin (-a,a), \end{cases}$ բ) $\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -a\ , \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{a} + \frac{x^2}{2a^2} & , -a < x \le 0, \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{a} - \frac{x^2}{2a^2} & , 0 < x \le a, \\ 1 & , x > a, \end{cases}$

գ) $P\left\{\frac{a}{2} \le \xi < a\right\} = \frac{1}{8}$:

311. ա) e^{-1}, բ) e^{-1}, գ) e^{-1}:

312. $P\{\xi - t < x / \xi \ge t\} = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, x \ge 0, \\ 0\ , x < 0: \end{cases}$

313.

η_1	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

,

η_2	0	1	2
P	0,3	0,5	0,2

:

314.

η	-1	1
P	$\mathcal{F}(0)$	$1-\mathcal{F}(0)$

:

315. $\eta=\frac{1}{2}(\xi+|\xi|),\ \mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}\mathcal{F}(x), x>0\\ 0, x\le 0:\end{cases}$

316. $$\mathcal{F}_\eta(y)=\begin{cases}\mathcal{F}\left(\frac{y-b}{a}\right) & , \quad a>0\ ,\\ 1-\mathcal{F}\left(\frac{y-b}{a}+0\right) & , \quad a<0\ ,\\ 0 & , \quad a=0,\ y\le b,\\ 1 & , \quad a=0,\ y>b:\end{cases}$$

317. $$\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}0 & , \quad x\le 0\ ,\\ x & , \quad 0<x\le 1,\\ 1 & , \quad x>1:\end{cases}$$

318. ա) $p_\eta(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}},\quad 0<x\le 1$, բ) $p_\eta(x)=\frac{1}{x^2},\quad x>1$, գ) $p_\eta(x)=\frac{1}{x},\quad 1<x<e$

319. ա) $\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}1-e^{-x} & , \quad x\ge 0\ ,\\ 0 & , \quad x<0\ ,\end{cases}\quad p_\eta(x)=\begin{cases}e^{-x} & , \quad x\ge 0\ ,\\ 0 & , \quad x<0\ ,\end{cases}$

բ) $\mathcal{F}_\eta(x)=\mathcal{F}_\xi\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)\quad , \quad p_\eta(x)=\frac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}\ ,$

գ) $\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & , \quad x\ge 0\ ,\\ 0 & , \quad x<0\ ,\end{cases}\quad p_\eta(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & , \quad x\ge 0\ ,\\ 0 & , \quad x<0\ :\end{cases}$

320. ա) $p_\eta(x)=\begin{cases}\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} & , x\in(-1,1)\ ,\\ 0 & , x\notin(-1,1)\ ,\end{cases}$ բ) $p_\eta(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}} & , x\in(0,1)\\ 0 & , x\notin(0,1)\end{cases}$,

321. $\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ x, 0<x\le 1,\\ 1, x>1:\end{cases}$ 322. $\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ x, 0<x\le 1,\\ 1, x>1:\end{cases}$

323. $\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0\,, x\le \pi a^2,\\ \dfrac{\sqrt{\dfrac{x}{\pi}}-a}{b-a}, \pi a^2<x\le \pi b^2,\\ 1\,, x>\pi b^2:\end{cases}$

325. $\mathrm{P}\{sign\xi=1\}=\mathrm{P}\{sign\xi=-1\}=\dfrac{1}{2}:$

326.

$$p_\eta(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi x}}e^{-\frac{x}{2}}, x>0,\\ 0\,, x\le 0:\end{cases}$$

327. ա)

$$p_\eta(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi x}}\left(e^{\frac{-(\sqrt{x}-a)^2}{2\sigma^2}}+e^{\frac{-(\sqrt{x}+a)^2}{2\sigma^2}}\right) & , x>0,\\ 0 & , x\le 0\,,\end{cases}$$

բ) $p_\eta(x)=\dfrac{1}{3\sigma\sqrt{2\pi}\sqrt[3]{x^2}}\,e^{\frac{-(\sqrt[3]{x}-a)^2}{2\sigma^2}},\quad x\ne 0:$

328. $p_\eta(x)=\dfrac{1}{\pi\left(1+x^2\right)}:$

329. $p_\eta(x)=\begin{cases}1 & , x\in(0,1)\,,\\ 0 & , x\notin(0,1)\,:\end{cases}$ 330. $P_\eta(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}} & , x\in(0,1)\,,\\ 0 & , x\notin(0,1)\,:\end{cases}$

331. $\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0 & , x\le 0\,,\\ 1-\sqrt{l^2-4x} & , 0<x\le\dfrac{l^2}{4}\,,\\ 1 & , x>\dfrac{l^2}{4}\,,\end{cases}$ $p(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{l\sqrt{l^2-4x}} & , x\in\left(0,\dfrac{l^2}{4}\right),\\ 0 & , x\notin\left(0,\dfrac{l^2}{4}\right):\end{cases}$

332. $\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0 & ,x\le 0 \ , \\ 1-\dfrac{(a-x)^2}{a^2} & ,0<x\le a, \\ 1 & ,x>a \ ,\end{cases}$ $\quad p(x)=\begin{cases}\dfrac{2(a-x)}{a^2} & ,x\in(0,a] \ , \\ 0 & ,x\notin(0,a] \ :\end{cases}$

333. Նշանակենք ձախից k-րդ կետի աբսցիսի խտությունը $p_{\xi_k}(x)$-ով ,

$$p_{\xi_k}(x)=\begin{cases}C_n^1C_{n-1}^{\kappa-1}\dfrac{1}{a}\left(\dfrac{x}{a}\right)^{\kappa-1}\left(1-\dfrac{x}{a}\right)^{n-\kappa} & ,x\in(0,a), \\ 0 & ,x\notin(0,a) \ :\end{cases}$$

334. ա) $p(x)=\begin{cases}\dfrac{2a}{\pi(a^2+x^2)} & , \ x>0 \ , \\ 0 & , \ x\le 0 \ :\end{cases}$ $\quad$ բ) $p(x)=\dfrac{a}{\pi(a^2+x^2)}$:

335. $p(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2R\sqrt{4R^2-x^2}} & ,x\in(0,2R) \ , \\ 0 & ,x\notin(0,2R) \ :\end{cases}$

336. $p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\sqrt{R^2-x^2}} & ,x\in(-R,R) \ , \\ 0 & ,x\notin(-R,R) \ :\end{cases}$

338. Ոչ: 340. Այո: 341. Ոչ: 342. Ոչ: 343. ա) Այո, բ) այո, գ) այո, օրինակ ՝ ξ-ն ընդունում է -1 և 1 արժեքները, իսկ $\eta=-\xi$: Այդ դեպքում $\xi+\eta=0$ և $\xi\eta=-1$:

346. Այո: Ընդհանրապես կփոխվի:

351. $c=\dfrac{20}{\pi^2}$, $\mathcal{F}(x,y)=\left(\dfrac{1}{\pi}arctg\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{1}{\pi}arctg\dfrac{y}{5}+\dfrac{1}{2}\right)$:

352. 1) $\dfrac{3}{128}$, 2) $p(x,y)=\begin{cases}(\ln^2 2)2^{-x-y} & ,x\ge 0, y\ge 0, \\ 0, & \text{մնացած x-ի և y-ի համար,}\end{cases}$

3) $135\cdot 2^{-12}$:

353. $a=\dfrac{1}{\pi^2}$; $p_\xi(x)=p_\eta(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$, ξ-ն և η-ն անկախ են:

354. ա) $p_\xi(x)=e^{-x}$ $,x\ge 0$, բ) $p_\eta(y)=\dfrac{1}{(1+y)^2}$, $y>0$:

357. $p_{\xi,\eta}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & , \ (x,y)\in R \ , \\ 0 & , \ (x,y)\notin R \ ,\end{cases}$ $\quad p_\xi(x)=p_\eta(x)=\begin{cases}1-|x| & , \ |x|\le 1 \ , \\ 0 & , \ |x|>1 \ ,\end{cases}$

ξ-ն և η-ն կախյալ են:

358. $$p_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{R^2-x^2}}{\pi R^2}, & |x|\le R,\\ 0, & |x|>R,\end{cases}\qquad p_\eta(y)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{R^2-y^2}}{\pi R^2}, & |y|\le R,\\ 0, & |y|>R,\end{cases}$$

$$p_\zeta(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{2H}, & |z|\le H,\\ 0, & |z|>H\ :\end{cases}$$

(ξ,η,ζ) վեկտորի պրոյեկցիաները կախյալ են։

359. ա) $p_\xi(x)=p_\eta(x)=p_\zeta(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{r^2-x^2}{r^3}, & |x|\le r,\\ 0, & |x|>r,\end{cases}$ բ) $\dfrac{1}{8}$:

362. ա) $\mathcal{F}(x,y)=\mathcal{F}(\min(x,y))$, բ) $\mathcal{F}(x,y)=\begin{cases}0, & x\le -y, \quad y\le 0,\\ \mathcal{F}(x)-\mathcal{F}(-y), & -y<x<y,\ y>0,\\ \mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(-y), & x\ge y, \quad y>0:\end{cases}$

363. $\mathcal{F}_\xi(x)=1-(1-\mathcal{F}(x))^n$, $\quad \mathcal{F}_\eta(x)=(\mathcal{F}(x))^n$:

364. $\mathcal{F}_\eta(x)=1-e^{-(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)x}$, $x\ge 0$:

365. $P\{\eta=i\}=2q^i p-q^{2i}p-q^{2i+1}p,$

$P\{\eta=i,\xi_1=j\}=q^{i+j}p^2, i>j, P\{\eta=i,\xi_1=i\}=(1-q^{i+1})q^i p, q=1-p$:

366. $\mathcal{F}(x,y)=\begin{cases}(\mathcal{F}(y))^n-(\mathcal{F}(y)-\mathcal{F}(x))^n, & x<y,\\ (\mathcal{F}(y))^n, & x\ge y:\end{cases}$

375.

$\xi+\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,06	0,15	0,32	0,27	0,2

$\xi-\eta$	-3	-2	-1	0	1
P	0,08	0,18	0,35	0,24	0,15

$\xi\eta$	-2	-1	0	1	2
P	0,08	0,06	0,51	0,15	0,2

:

376.

$\xi+\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,08	0,16	0,28	0,24	0,24

,

$\xi-\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,12	0,24	0,32	0,16	0,16

:

$\xi\eta$	-2	-1	0	1	2
P	0,16	0,16	0,2	0,24	0,24

,

ξ/η	-2	-1	0	1	2
P	0,16	0,16	0,2	0,24	0,24

:

377.

$$P\{\xi+\eta=k\}=\begin{cases}\dfrac{k+1}{(n+1)^2}, k=0,1,\dots,n,\\ \dfrac{2n+1-k}{(n+1)^2}, k=n+1,\dots,2n:\end{cases}$$

381.

$$p_\eta(x)=\begin{cases}0, x\le 2a, x>2b,\\ \dfrac{x-2a}{(b-a)^2}, 2a<x\le a+b,\\ \dfrac{2b-x}{(b-a)^2}, a+b<x\le 2b:\end{cases}$$

(Սիմպսոնի բաշխում):

382. ա) $p_\eta(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{a}\left(1-\dfrac{|x|}{a}\right), |x|\le a,\\ 0, |x|>a,\end{cases}$

բ) $p_\eta(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{a}\left(1-\dfrac{|x|}{a}\right), |x|\le a,\\ 0, |x|>a:\end{cases}$

383: ա) $p_\eta(x)=\begin{cases}0, x\le 0, x>2,\\ x, 0<x\le 1,\\ 2-x, 1<x\le 2,\end{cases}$

բ) $p_\eta(x)=\begin{cases}1-|x|, |x|\le 1,\\ 0, |x|>1,\end{cases}$

գ) $p_\eta(x)=\begin{cases}2(1-x), 0<x\le 1,\\ 0, x<0, x>1,\end{cases}$

դ) $p_\eta(x)=\begin{cases}-\ln x, 0<x<1,\\ 0, x<0, x\ge 1,\end{cases}$

ե) $p_\eta(x)=\begin{cases}0, x<0,\\ \dfrac{1}{2}, 0<x\le 1,\\ \dfrac{1}{2x^2}, x>1:\end{cases}$

384. $p_{\xi+\eta}(x)=\begin{cases}0, x\le -1, x>3,\\ \dfrac{x+1}{4}, -1<x\le 1,\\ \dfrac{3-x}{4}, 1<x\le 3:\end{cases}$

385. $p_\eta(x)=\frac{1+|x|}{4}e^{-|x|}$:

386. $p_{\xi+\eta}(x)=\begin{cases}0\ ,x<0,\\ \frac{1}{a}(1-e^{-\lambda x}),0\le x\le a,\\ \frac{1}{a}e^{-\lambda x}(e^{\lambda a}-1),x>a:\end{cases}$

389. ա) $p_\eta(x)=\begin{cases}\frac{\lambda}{2}e^{-\lambda x},x>-\frac{1}{\lambda}\ln 2,\\ 0,x<-\frac{1}{\lambda}\ln 2:\end{cases}$ բ) $p_\eta(x)=\begin{cases}\frac{1}{(1+x)^2},x>0,\\ 0\ ,x<0:\end{cases}$

390. $p_{\xi\eta}(x)=12x(1-x)^2,x\in(0,1)$:

392. $p_\eta(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$:

394. $\mathcal{F}_\eta(x)=\begin{cases}1-\frac{1}{x}\ ,x>1,\\ 0\ ,x\le 1:\end{cases}$

395. $p_\eta(x)=\begin{cases}1,x\in(0,1),\\ 0,x\notin(0,1):\end{cases}$

396. $p_\eta(x)=\begin{cases}0\ ,x\notin(0,1],\\ \frac{1}{2(1-x)^2},0<x\le\frac{1}{2},\\ \frac{1}{2x^2},\frac{1}{2}<x\le 1:\end{cases}$

397 $p_\eta(x)=\begin{cases}0\ ,x\le 0,x>2,\\ x^2\ ,0<x\le 1,\\ x(2-x),1<x\le 2:\end{cases}$

398. $p_{\xi\eta}(x)=12x(4x-x^2-2\ln x-3),x\in(0,1)$:

399. $p_{\xi\eta}(x)=e^{-x},x>0$:

402. $1-e^{-\frac{R^2}{2}}$:

403. $\eta\sim N(0,1)$:

407. $M\xi=0,\quad D\xi=\frac{n(n+1)}{3}$

408. ξ -ն դիպումների թիվն է: $M\xi=14, D\xi=4{,}2$:

409. $p=\frac{2}{3},\ n=18$:

410. 25 կոպ.:

411. ξ -ն վերցրած արտադրանքների մեջ գտնվող խոտան արտադրանքների թիվն է, $M\xi=\frac{3}{5},\quad D\xi=\frac{28}{75}$:

412. ξ -ն հանված գնդիկների մեջ սպիտակ գնդիկների թիվն է, $M\xi=0{,}8$, $D\xi=0{,}36$:

413. ա) $P(\xi=k)=\frac{C_n^kC_{N-n}^{m-k}}{C_N^m},k=0,1,\dots,m$, բ) $M\xi=\frac{mn}{N},\quad D\xi=\frac{mn(N-n)(N-m)}{N^2(N-1)}$:

414. $M\xi_1=4,\ M\xi_2=3$:

415. $n(2p-1)$:

416. $M\xi=\frac{1-(2p-1)^n}{2}$:

418. $k=a,\quad A=e^{-a}$:

419. $M\xi=a,\quad D\xi=a(a+1)$:

420. $a=\frac{1}{10};\ q=\frac{9}{10}$:

421. ա) $D\xi = M\xi(M\xi+1)$, բ) $P(\xi = n) = \frac{a^n}{(1+a)^{n+1}}$, $n = 0,1,\ldots$, (Պասկալի բաշխում):

422. ξ -ն նետումների թիվն է, $M\xi = 2$, $D\xi = 2$:

423. $M\xi = \frac{1}{p}$, $D\xi = \frac{1-p}{p^2}$:

424. ξ -ն հանված սև գնդիկների թիվն է, $M\xi = \frac{n}{m}$:

425. $P(\xi = k) = q^k p + p^k q$, $k = 1,2,\ldots$, p-ն մեկ փորձում հաջողության հավանականությունն է, $q = 1-p$: $M\xi = \frac{p}{q} + \frac{q}{p}$, $D\xi = \frac{p}{q^2} + \frac{q}{p^2} - 2$:

426. $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & ,x \in (1,7), \\ 0 & ,x \notin (1,7): \end{cases}$

427. $a = \frac{\lambda}{2}$, $M\xi = 0$, $D\xi = \frac{2}{\lambda^2}$: , 428. $A = 2h^2$, $M\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2h}$, $D\xi = \frac{4-\pi}{4h^2}$:

429. $M\xi = n+1$, $D\xi = n+1$, 430 $M\xi = \frac{\alpha}{\beta}$, $D\xi = \frac{\alpha}{\beta^2}$:

431. ա)

η	0	1
P	1/3	2/3

, բ) $M\eta = \frac{2}{3}$, $D\eta = \frac{2}{9}$

432. $M\eta = 2,4$, $D\eta = 1,99$:

433. $\frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}$: 436. $M\eta = \frac{1}{2}$, $D\eta = \frac{1}{12}$: 437. ա) $\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}}$,բ) $\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}}$:

438. $M\eta = \frac{\lambda}{1+\lambda}$, $D\eta = \frac{\lambda}{(2+\lambda)(1+\lambda)^2}$: 439. ա) $\frac{1}{2}$, բ) $e-1$:

440. ա) $M\eta = 0$, $D\eta = \frac{1}{3}$, բ) $M\eta = \frac{1}{2}$, $D\eta = \frac{1}{12}$: 441. ա) $\frac{1}{2}$, բ) $-\frac{1}{2}$:

442. $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\ln 2$: 443. $\mathcal{F}_\eta(x) = \begin{cases} 0 & ,x \le 0, \\ \frac{2x}{l} & ,0 < x \le \frac{l}{2}, \\ 1 & ,x > \frac{l}{2}, \end{cases}$ $M\eta = \frac{l}{4}$, $D\eta = \frac{l^2}{48}$:

444. $M\rho = \frac{a}{3}$, $D\rho = \frac{a^2}{18}$: 445. $M\eta = \frac{2}{3}R$, $D\eta = \frac{R^2}{18}$:

446. $\mathcal{F}_\xi(x)=\begin{cases}0 & ,x\le 0,\\ \frac{2}{\pi}arctg\frac{x}{R} & ,x>0,\end{cases}$ $p_\xi(x)=\frac{2R}{\pi(R^2+x^2)}$, $x\ge 0$, $M\xi$ -ն գոյություն չունի:

447. $\mathcal{F}_\xi(x)=\begin{cases}0 & ,x\le 0\\ \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{x}{2R}, & 0<x\le 2R,\\ 1 & ,x>2R\end{cases}$, $M\xi=\frac{4R}{\pi}$:

448. $M\zeta=1{,}9$, $D\zeta=1{,}29$:

449.1) $\frac{2}{17}$, 2) $\frac{35}{12}$ 3) 4,87, 4) $\frac{227}{33}$, 5) $\frac{43}{83}$, 6) $\frac{35}{33}$: 452. Ոչ: 454. 155:

455. $M\xi_n=1$, $D\xi_n=1$: 458. $M\eta=0$: 462. $(\sigma_1-\sigma_2)^2\le D(\xi+\eta)\le(\sigma_1+\sigma_2)^2$:

464. $M\xi\eta=1$, $D\xi\eta=\frac{4}{9}$:

465. $M\zeta=\frac{1}{4}, D\zeta=\frac{7}{144}$: 466. $M\zeta=0$, $D\zeta=\frac{1}{24}$: 467. $a=-\sqrt{3}, b=\sqrt{3}$: 469. $M\xi^k=\frac{k!}{\lambda^k}$

470. $\mu_{2k+1}=0$, $\mu_{2k}=(2k-1)!!\sigma^{2k}$

η \ ξ	−2	−1	1	2
1	0	1/4	1/4	0
4	1/4	0	0	1/4

475. $B=\begin{pmatrix}\frac{29}{48} & 0\\ 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$:

476. բ) $M\xi=\frac{7}{2}$, $M\eta=\frac{161}{36}$, $D\xi=\frac{35}{12}$, $D\eta=\frac{2555}{1296}$, $\operatorname{cov}(\xi,\eta)=\frac{105}{72}$:

477. $M\zeta=-6$, $D\zeta=29$: 479. $\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}$: 482. ա) Ոչ, բ) այո: 483. $-\frac{1}{2}$:

484. $B=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 3\sigma^4\\ 3\sigma^4 & 15\sigma^6\end{pmatrix}$: 486. $\frac{n-m}{n}$: 487. ρ^2: