Ն.Խ. ՄԵՍՐՈՊՅԱՆ, Տ.Պ. ՂԱԶԱՆՋՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

ՄԱՍ I

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական
վիճակագրության ամբիոն

Ն.Խ. ՄԵՍՐՈՊՅԱՆ, Տ. Գ. ՂԱԶԱՆՉՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

Մաս առաջին

ԵՐԵՎԱՆԻ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ - 1986

Գրախոս՝ ֆիզ.մաթ. գիտ.թեկնածու,դոցենտ
Ռ.Գ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

Խնդրագիրքն ընդգրկում է հավանականությունների տեսության սկզբնական դասընթացի բոլոր բաժինները: Յուրաքանչյուր թեմայի սկզբում տրվում ,են անհրաժեշտ բանաձևեր: Խնդիրների մեծ մասը կազմելու ժամանակ հաշվի են առնվել ռուսերեն և անգլերեն գոյություն ունեցող բազմաթիվ խնդրագրքեր և մենագրություններ:

Նախատեսվում է կիրառական մաթեմատիկայի մեխանիկամաթեմատիկական,ռադիոֆիզիկայի և ֆիզիկայի ֆակուլտետների I, III, IV կուրսերի ուսանողների համար:

Месропян Наира Хореновна
Казанчян Татевик Парсамовна

ЗАДАЧНИК ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
часть I
(На армянском языке)

Издательство Ереванского университета
Ереван - 1986

Հավանականությունների տեսության մեջ դիտարկվում են պատահական /ստոխաստիկ/ փորձեր, որոնք կարող են կրկնվել ցանկացած թվով և որոնց ելքը նախատեսել անհնար է: Յուրաքանչյուր այդպիսի փորձի հետ կարելի է կապել տարրական պատահույթների Ω տարածություն՝ փորձի հնարավոր իրար բացառող բոլոր ելքերի համախմբությունը: Տվյալ փորձի հետ կապված պատահույթները Ω տարրական պատահույթների տարածության ենթաբազմություններ են: Պատահույթները նշանակում են A, B, C,... տառերով: Պատահույթը, որը տվյալ փորձում անհրաժեշտությամբ է հանդես գալիս, անվանում են հավաստի և նշանակում Ω-ով: Պատահույթը, որը տվյալ փորձում չի կարող հանդես գալ, անվանում են անհնար և նշանակում $\varnothing$-ով: A պատահույթը կոչվում է B պատահույթի մասնավոր դեպք /$A \subset B$/, եթե A պատահույթի հանդես գալուց հետևում է B պատահույթի հանդես գալը: A և B պատահույթները համընկնում են, եթե $A \subset B$ և $B \subset A$: A և B պատահույթների $A \cup B$ գումարը այնպիսի պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ հանդես է գալիս A և B պատահույթներից գոնե մեկը: A և B պատահույթների $A \cap B$ արտադրյալը պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ և A-ն, և B-ն հանդես են գալիս համատեղ: A և B պատահույթների $A \setminus B$ տարբերությունը պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ տեղի է ունենում A-ն, բայց տեղի չի ունենում B-ն: A և B պատահույթների $A \Delta B$ սիմետրիկ տարբերությունը սահմանվում է որպես $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$: A և B պատահույթները կոչվում են անհամատեղելի, եթե $A \cap B = \varnothing$: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ, եթե $A_i \cap A_j = \varnothing, i \neq j$ և $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$: A և $\bar{A}$ կոչվում են հակադիր պատահույթներ, եթե $A \cup \bar{A} = \Omega$, $A \cap \bar{A} = \varnothing$:

Ω-ի ենթաբազմությունների $\mathcal{F}$ համակարգը անվանում են σ հանրահաշիվ, եթե բավարարված են հետևյալ պայմանները՝

1/ $\Omega \in \mathcal{F}$,

2/ եթե $A \in \mathcal{F}$, ապա $\bar{A} \in \mathcal{F}$,

3/ եթե $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$ ապա $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$.

$\mathcal{F}$-ի և միայն $\mathcal{F}$-ի տարրերը կանվանենք պատահույթներ:

A պատահույթի $P\{A\}$ հավանականությունը թվային ֆունկցիա է, որը որոշված է $\mathcal{F}$ σ հանրահաշվի վրա և բավարարում է հետևյալ աքսիոմներին՝

1/ $P\{A\}\geq 0$,

2/ $P\{\Omega\}=1$,

3/ եթե $A_1,A_2,\dots,A_n,\dots$ պատահույթները զույգ առ զույգ անհամատեղելի են՝ $A_i\cap A_j=\emptyset,\ i\neq j$, ապա $P\{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\}=\sum_{i=1}^{\infty} P\{A_i\}$:

$\langle\Omega,\mathcal{F},P\rangle$ -ն անվանում են հավանականային տարածություն:

1. Մետաղադրամը նետվում է երկու անգամ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝
A - գոնե մեկ անգամ կերևա գերբը, B - գերբը կերևա երկրորդ նետման ժամանակ:

2. Զառը նետում են երկու անգամ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝
A - երևացող միավորների գումարը հավասար է ,,8,,-ի,
B - գոնե մեկ անգամ կերևա ,,6,,-ը:

3. Մետաղադրամը նետվում է այնքան անգամ, մինչև երևա գերբը: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը:

4. Մետաղադրամը նետվում է այնքան անգամ, մինչև նույն կողմը իրար ետևից երևա երկու անգամ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը:

5. Խանութը աշխատում է ժամը 9-ից մինչև 18-ը: Պատահական գնորդը մտնում է խանութ ժամանակի x պահին և հեռանում է խանութից ժամանակի y պահին: Նկարագրել (x,y) տարրական պատահույթների տարածությունը: x-ի և y-ի տերմիններով նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝

ա/ գնորդը գտնվում է խանութում մեկ ժամից ոչ ավելի,

բ/ ժամանակի z պահին գնորդը գտնվում է խանութում:

6. $1,2,\dots n$ թվերից պատահականորեն վերցրած է մի թիվ: Դիցուք A պատահույթ - ընտրած թիվը բաժանվում է 3-ի, B պատահույթ - ընտրած թիվը զույգ է: Ի՞նչ են նշանակում $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$ պատահույթները:

7. $1,2,\dots,n$ թվերից պատահականորեն ընտրած է մի թիվ: Դիցուք A պատահույթ - ընտրած թիվը բաժանվում է 5-ի, B պատահույթ- թիվը ավարտվում է զրոյով: Ի՞նչ են նշանակում $A\setminus B$ և $A\cap\overline{B}$ պատահույթները:

8. Նետում են երկու զառ: Դիցուք A պատահույթը՝ երևացող միավորների գումարը կենտ է, B-ն՝ առնվազն մեկ զառի վրա կերևա ,,1,,-ը: Նկարագրել $A\cap B$, $A\cup B$ պատահույթները:

9. Ապացուցել, որ $B\subset A$ դեպքում տեղի կունենան՝

ա/ $\bar{A}\subset\bar{B}$, բ/ $A\cap B=B$, գ/ $A\cup B=A$:

10. Ապացուցել հավասարությունները՝

ա/ $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i}=\bigcap_{i\in I}\bar{A}_i$

բ/ $\overline{\bigcap_{i\in I} A_i}=\bigcup_{i\in I}\bar{A}_i$

որտեղ I - կամայական բազմություն է:

11. Գտնել x պատահույթը $\overline{(x\cup A)}\cup\overline{(x\cup\bar{A})}=B$ հավասարումից:

12. Ապացուցել, որ $A,\ \bar{A}\cap B,\ \overline{A\cup B}$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ:

13. Բերել օրինակներ՝

1/ երեք պատահույթների, որոնք, լինելով հավասարահնարավոր և անհամատեղելի, չեն կազմում պատահույթների լրիվ խումբ,

2/ չորս պատահույթների, որոնք, չլինելով հավասարահնարավոր, կազմում են լրիվ խումբ:

14. Երկու պատահույթների $A\cup B$ գումարը արտահայտել անհամատեղելի պատահույթների գումարի միջոցով:

Երեք պատահույթների $A\cup B\cup C$ գումարը արտահայտել անհամատեղելի պատահույթների գումարի միջոցով:

15. Նշել հետևյալ պատահույթների հակադիրները՝

ա/ A - մետաղադրամի երկու նետումների դեպքում կերևա գերբը,

բ/ B - երեք կրակոցների դեպքում նշանին կդիպչեն երեք անգամ,

գ/ C - երեք կրակոցների դեպքում նշանին կդիպչեն գոնե մեկ անգամ:

16. Թիրախին կրակում են երեք անգամ: Դիցուք $A_i\ (i=1,2,3)$-ն այն պատահույթն է, երբ i-րդ կրակոցը դիպուկ է: Արտահայտել A_i պատահույթներով հետևյալ պատահույթները:

ա/ A - Թիրախին կդիպչեն երեք անգամ,

բ/ B - Թիրախին ոչ մի անգամ չեն դիպչի,

գ/ C - Թիրախին կդիպչեն միայն մեկ անգամ,

դ/ D - Թիրախին կդիպչեն առնվազն երկու անգամ:

17. Սարքը բաղկացած է առաջին տիպի երկու և երկրորդ տիպի երեք մասերից: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝ $A_k\ (k=1,2)$ առաջին տիպի k-րդ մասը և $B_j\ (j=1,2,3)$- երկրորդ տիպի j-րդ մասը

աշխատունակ է: Սարքը անխափան է, եթե աշխատունակ են առաջին տիպի մասերից գոնե մեկը և երկրորդ տիպի մասերից գոնե երկուսը: Նկարագրել A_k և B_j պատահույթների միջոցով սարքի անխափան լինելու C պատահույթը:

18. Դիցուք $\Omega=R^2$, $A=\{(x,y):\ x+y<1\}$, $B=\{(x,y): y<2x+2\}$: Նկարագրել $A\cap B, A\cup B, A\setminus B, \bar{A}, \bar{B}, \bar{A}\cap\bar{B}$ պատահույթները:

19. Դիցուք $A_n=(\frac{1}{2n}, \frac{1}{n})$: Նկարագրել $A=\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$, $B=\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ պատահույթները:

20. Դիցուք $A_n\in\mathcal{F}, n=1,2,\ldots$: Ապացուցել, որ $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n=\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$, որտեղ $B_1=A_1$, $B_n=A_n\setminus\bigcup_{k=1}^{n-1} A_k$ և B_i պատահույթները անհամատեղելի են:

21. Ապացուցել, որ

ա/ $A\triangle B=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$,

բ/ $A\triangle(B\triangle C)=(A\triangle B)\triangle C$,

գ/ $A\triangle\varnothing=A$, $A\triangle\Omega=\bar{A}$,

դ/ $A\triangle A=\varnothing$ $A\triangle\bar{A}=\Omega$:

22. Դիցուք $A_n\in\mathcal{F}, n=1,2,\ldots$, A^*-ը այն և միայն այն ω տարրերի բազմությունն է, որոնք պատկանում են անվերջ թվով A_n պատահույթներին: A_* այն և միայն այն ω տարրերի բազմությունն է, որոնք պատկանում են բոլոր պատահույթներին, վերջավոր թվով պատահույթների բացառությամբ: Ապացուցել, որ

ա/ $A_*\subset A^*$ բ/ $A_*=\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty} A_m$, գ/ $A^*=\bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{m=n}^{\infty} A_m$:

<u>Դիտողություն.</u>

$$A^*=\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n=\lim_{n\to\infty}\sup A_n$$

$$A_*=\underline{\lim}_{n\to\infty} A_n=\lim_{n\to\infty}\inf A_n :$$

23. Դիցուք $\chi_A(\omega)=\begin{cases}0, & \omega\overline{\in} A\\ 1, & \omega\in A :\end{cases}$

Ապացուցել, որ

ա/ $\chi_{A\cap B}(\omega)=\chi_A(\omega)\cdot\chi_B(\omega)$,

բ/ $\chi_{A\cup B}(\omega)=\chi_A(\omega)+\chi_B(\omega)-\chi_A(\omega)\cdot\chi_B(\omega)$,

գ/ $\chi_{\bar{A}}(\omega)=1-\chi_A(\omega)$,

դ/ $\chi_{A\setminus B}(\omega)=\chi_A[1-\chi_B(\omega)]$;

ե/ $\chi_{A\triangle B}(\omega) = |\chi_A(\omega) - \chi_B(\omega)|$,

զ/ $\chi_{A\triangle B}(\omega) = \chi_A(\omega) + \chi_B(\omega) \pmod{2}$:

24. Դիցուք $$A_n = \begin{cases} A, & \text{եթե } n\text{-ը զույգ է} \\ B, & \text{եթե } n\text{-ը կենտ է:} \end{cases}$$

Ապացուցել, որ $$\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = A\cup B, \quad \underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = A\cap B:$$

25. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$ և բոլոր n-ի համար $A_n \subseteq A_{n+1}$: Ապացուցել, որ $$\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n:$$

26. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$ և բոլոր n-ի համար $A_n \supset A_{n+1}$: Ապացուցել, որ $$\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n:$$

Հ Ա Մ Ա Կ Ց Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

/ԿՈՄԲԻՆԱՏՈՐԻԿԱ/

1. Համակցության հիմնական սկզբունքը /բազմապատկման սկզբունքը/

Դիցուք անհրաժեշտ է հաջորդաբար կատարել K գործողություն: Եթե առաջին գործողությունը կարելի է կատարել n_1 տարբեր ձևերով, այնուհետև երկրորդը՝ n_2, իսկ երրորդը՝ n_3 ձևերով և այլն, մինչև K-րդ գործողությունը, որը կարելի է կատարել n_K տարբեր ձևերով, ապա բոլոր K գործողությունները կարելի է կատարել $n_1 \cdot n_2 \cdots n_K$ տարբեր ձևերով:

Դիցուք ունենք n տարրերից բաղկացած համախմբություն:

2. Տեղադրություններ n-ից K-ական՝ այնպիսի միացություններն են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է n տարրերից վերցված K տարր և որոնք տարբերվում են միմյանցից կամ գոնե մեկ տարրով կամ նրանց դասավորությամբ, ընդ որում առանձին միացություններում յուրաքանչյուր տարր մասնակցում է ոչ ավելի, քան մեկ անգամ: n-ից K-ական տեղադրությունների թիվը նշանակվում է A_n^K-ով և հավասար է
$$A_n^K = n(n-1)\cdots[n-(K-1)] = \frac{n!}{(n-K)!}:$$

3. n տարրից տեղափոխություններ այնպիսի միացություններն են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է n տարր, որոնք միմյանցից տարբերվում են միայն տարրերի դասավորությամբ: n տարրից տեղափոխությունների թիվը նշանակվում է P_n-ով և հավասար է:
$$P_n = A_n^n = n!$$

4. Զուգորդություններ n-ից k-ական այնպիսի միացություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է տվյալ n տարրերից վերցրած k տարր և որոնք տարբերվում են միմյանցից գոնե մեկ տարրով, ընդ որում, տվյալ միացություններում յուրաքանչյուր տարր մասնակցում է ոչ ավելի քան մեկ անգամ։ n-ից k-ական զուգորդությունների թիվը նշանակվում է C_n^k-ով և հավասար է $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

27. Սարի գագաթին կարելի է հասնել 7 ուղիով։ Քանի՞ տարբեր ձևերով լեռնագնացը կարող է բարձրանալ և իջնել սարից։ Տալ նույն հարցի պատասխանը, եթե վերելքը և վայրէջքը կատարվում է տարբեր ուղիներով։

28. Դասարանում անցնում են 10 առարկա։ Երկուշաբթի օրը 6 դաս է, ընդ որում, բոլոր դասերը տարբեր են։ Քանի՞ տարբեր ձևերով կարելի է կազմել դասացուցակը երկուշաբթի օրվա համար։

29. Ուսանողը պետք է 8 օրվա ընթացքում հանձնի 4 քննություն։ Քանի՞ տարբեր ձևերով կարելի է դա իրականացնել։

30. Քանի՞ անկյունագիծ ունի ուռուցիկ n անկյունը։

31. Որոշել ուռուցիկ n-անկյան անկյունագծերի հատման կետերի քանակը, եթե նրանցից յուրաքանչյուր երեքը չեն հատվում նույն կետում։

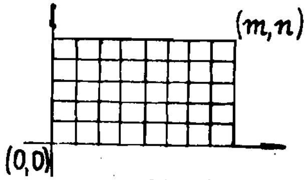
32. Հանձնաժողովը բաղկացած է 11 հոգուց։ Փաստաթղթերը, որոնցով պետք է զբաղվի հանձնաժողովը, պահվում են պահարանում։ Քանի՞ փական պետք է ունենա պահարանը և քանի բանալի պետք է տանի հանձնաժողովի յուրաքանչյուր անդամ, որպեսզի հնարավոր լինի բացել պահարանը այն և միայն այն դեպքում, երբ ներկա կլինի հանձնաժողովի անդամների մեծամասնությունը։

33. Քանի՞ ձևով կարելի է դասավորել շախմատի տախտակի վրա 8 նավակ, որպեսզի նրանք չկարողանան հարվածել միմյանց։

34. Գտնել n տարրերից այնպիսի տեղափոխությունների թիվը, որտեղ տվյալ 2 տարրը չեն գտնվում իրար մոտ։

35. Դիտարկենք քառակուսիների ուղղանկյունային ցանցը, որը կազմված է $m \times n$ ուղղանկյունային քառակուսիներից /,,շախմատային քաղաք,,, որը բաժանված է $(n-1)$,,հորիզոնական,, և $(m-1)$,,ուղղաձիգ,, փողոցներով /նկ. 1/։ Գտնել ներքին ձախ անկյունից / $(0,0)$ կետը/.

ղեպի աջ վերին անկյունը /(m,n) կետը/ տանող ամենակարճ ճանապարհների թիվը։



Նկ. 1

36. Օգտվելով նախորդ խնդրից, երկրաչափորեն ապացուցել հետևյալ հավասարությունները՝

ա/ $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$,

բ/ $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$,

գ/ $C_n^m C_k^0 + C_{n-1}^{m-1} C_{k+1}^1 + \dots + C_{n-n}^0 C_{k+m}^m = C_{k+n+1}^m$

դ/ $C_{n-1}^{r-1} + C_{n-2}^{r-1} + \dots + C_{r-1}^{r-1} = C_n^r$:

+37. n միանման գնդիկները տեղավորում են N արկղերի մեջ։ Ապացուցել, որ

ա/ տարբեր տեղավորումների թիվը հավասար է $C_{N+n-1}^n = C_{N+n-1}^{N-1}$

բ/ տեղավորումների թիվը, երբ յուրաքանչյուր արկղը կպարունակի առնվազն մեկ գնդիկ, հավասար է C_{n-1}^{N-1}

+38. Քանի տարբեր ձևերով կարելի է բաշխել N երեխաների միջև n միանման նվեր։ Գտնել այն եղանակների թիվը, երբ յուրաքանչյուր երեխա կստանա առնվազն մեկ նվեր։

+39. Քանի՞ տարբեր ձևերով հնարավոր է ընտրել 6 միանման կամ տարբեր կարկանդակ, եթե հրուշակարանում կա 11 տարբեր տեսակի կարկանդակներ։

+ 40. ա/ Քանի՞ ամբողջ ոչ բացասական լուծում ունի

$$x_1 + x_2 + \dots + x_N = n$$

հավասարումը։

բ/ Քանի՞ ամբողջ դրական լուծում ունի

$$x_1 + x_2 + \dots + x_N = n$$

հավասարումը։

41. Դիցուք ունենք N փոփոխականներից $f(x_1,x_2,\dots,x_N)$ վերլուծական ֆունկցիան: Քանի՞ տարբեր n-րդ մասնակի ածանցյալներ ունի այդ ֆունկցիան:

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱԿԱՆ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄԸ

Դիցուք Ω տարածությունը բաղկացած է n հավասարահնարավոր տարրական պատահույթներից՝ $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\dots,\omega_n\}$: Ցանկացած $A\subset\Omega$ $A=\{\omega_{i_1},\omega_{i_2},\dots,\omega_{i_k}\}$, $k\le n$ պատահույթի հավանականությունը հավասար է

$$P\{A\}=\frac{k}{n}$$

42. Մետաղյա դրամը նետվում է երկու անգամ: Ինչպիսի՞ն է գերբի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը:

43. Նետում են երկու զառ: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ զառերի վրա կերևան միևնույն քանակի միավորներ, բ/զառերի վրա կերևան տարբեր քանակի միավորներ:

44. K մասնիկները պատահականորեն բաշխվում են n բջիջների մեջ / $K\le n$ /: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ որոշակի K բջիջներում կհայտնաբերվեն մեկական մասնիկ,

բ/ K բջիջներում կհայտնաբերվեն մեկական մասնիկ:

Խնդիրը լուծել հետևյալ դեպքերում՝

1/ մասնիկները տարբերվում են, մեկ բջիջում ընկած մասնիկների թիվը չի սահմանափակվում,

2/ մասնիկները չեն տարբերվում, մեկ բջիջի մեջ ընկած մասնիկների թիվը չի սահմանափակվում,

3/ մասնիկները տարբերվում են, յուրաքանչյուր բջիջի մեջ կարող է ընկնել մեկից ոչ ավելի մասնիկ,

4/ մասնիկները չեն տարբերվում, յուրաքանչյուր բջիջի մեջ կարող է ընկնել մեկից ոչ ավելի մասնիկ:

45. Հեռախոսահամարը բաղկացած է 6 թվանշանից: Գտնել բոլոր թվանշանների տարբեր լինելու հավանականությունը:

46. Ութ հարկանի շենքի վերելակն են մտնում առաջին հարկում 5 հոգի: Ենթադրենք, որ նրանցից յուրաքանչյուրը հավասար հավանականությամբ կարող է դուրս գալ ցանկացած հարկում, սկսած երկրորդ հարկից: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ բոլորը դուրս կգան միևնույն հարկում,

բ/ բոլորը դուրս կգան տարբեր հարկերում:

47. K հրանոթից բաղկացած մարտկոցը կրակ է բացել ℓ ինքնաթիռներից բաղկացած խմբի վրա /$K \leq \ell$/: Հրանոթներից յուրաքանչյուրն իր նպատակակետի ընտրությունը կատարում է պատահականորեն, անկախ մյուսներից: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ բոլոր K հրանոթները ընտրել են միևնույն նպատակակետը,

բ/ հրանոթները ընտրել են տարբեր նպատակակետեր:

48. 1,2,3,4,5 թվերը գրված են 5 քարտերի վրա: Պատահականորեն հաջորդաբար հանում են երեք քարտ և հանված թվերը դասավորում են ձախից աջ: Ինչպիսի՞ն է ստացված եռանիշ թվի ա/ զույգ, բ/ կենտ լինելու հավանականությունը:

49. Առանձին քարտերի վրա գրված են 1,2,3,..., 9 թվերը: Բոլոր քարտերը խառնելուց հետո պատահականորեն հաջորդաբար հանում են նրանցից չորսը և դասավորում մեկը մյուսի ետևից: Ինչպիսի՞ն է ստացված թվի ա/ զույգ, բ/ 1 2 3 4 լինելու հավանականությունը:

50. Արկղը պարունակում է 15 դետալ, որոնցից 10-ը ներկված են: Բանվորը պատահական վերցնում է նրանցից 3-ը: Գտնել բոլոր վերցրած դետալների ներկված լինելու հավանականությունը:

51. Սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Սափորից միանգամից հանում են երկու գնդիկ: Որոշել այդ երկու գնդիկների սպիտակ լինելու հավանականությունը:

52. N դետալներից բաղկացած խմբաքանակը գտնվում է հսկիչի մոտ, որը պատահականորեն ընտրում է m և ստուգում դրանց որակը: Եթե ընտրած դետալներից ոչ մեկը խոտանված չէ, ապա ամբողջ խմբաքանակը ընդունվում է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ հսկիչը կընդունի K խոտանված դետալ պարունակող խմբաքանակը:

53. 20 ուսանողներից բաղկացած խմբում կա 6 գերազանցիկ: Գտնել

պատահականորեն ընտրած 9 ուսանողներից 4-ի գերազանցիկ լինելու հավանականությունը։

54. Շախմատի մրցմանը մասնակցում են 20 հոգի, որոնք վիճակահանությամբ բաժանվում են 10 հոգուց բաղկացած երկու խմբի։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ երկու ամենաուժեղ խաղացողները կբաշխվեն տարբեր խմբերի մեջ,

բ/ չորս ամենաուժեղ խաղացողները կբաշխվեն երկուական տարբեր խմբերի մեջ։

55. Խաղաթղթերի կապուկը պատահականորեն բաժանվում է երկու հավասար մասերի։ Որոշել յուրաքանչյուր կեսում երկուական մեկանոց լինելու հավանականությունը։

56. N արտադրանքներից բաղկացած խմբաքանակը պարունակում է M խոտանված արտադրանք։ Այդ խմբաքանակից պատահականորեն վերցնում են n $(n \leq N)$ արտադրանք։ Ինչի՞ է հավասար նրանց մեջ m $(m \leq M)$ խոտանված արտադրանքներ լինելու հավանականությունը։

57. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ,,Սպորտլոտո-6,, վիճակախաղի մասնակիցը ճիշտ կկանխագուշակի սպորտի 1/վեց, 2/ հինգ, 3/չորս, 4/երեք ձևերը։ Ինչպիսի՞ն է նրա շահելու հավանականությունը։

58. Խաղարկվում են վիճակախաղի n տոմս, որոնցից m-ը շահող են։ Ինչպիսի՞ն է շահելու հավանականությունը r $(r \leq m)$ տոմս ձեռք բերողի համար։

59. Մեքենաների 12 կանգառները դասավորված են մեկ շարքով։ Ոմն նկատեց, որ կանգառներից ութը զբաղեցված են, իսկ չորս ազատ տեղերը հետևում են մեկը մյուսին /կազմում են սերիա/։ Կարելի՞ է արդյոք համարել անպատահելի ավտոմեքենաների այդպիսի դասավորությունը։

60. Կանգառին մոտեցող մեքենան զբաղեցնում է շարքի N տեղերից մեկը /ոչ ծայրամասային/։ Վերադառնալիս մեքենայի տերը նկատում է, որ N տեղերից r-ը դեռ զբաղեցված է։ Գտնել երկու հարևան տեղերի ազատ լինելու հավանականությունը։

61. Նետված է 10 զառ։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանա-

կանությունները՝ ա/ ոչ մի զառի վրա չի բացվել ,,6,, , բ/ ,,6,, բացվել է ճիշտ 3 զառի վրա։

62. 1,2,3..., 29,30 թվերից պատահական նշվում են 10 տարբեր թվեր։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ բոլոր ընտրած թվերը կենտ են,

բ/ ընտրած թվերից ուղիղ 5-ը բաժանվում են 3-ի,

գ/ ընտրած թվերից 5-ը զույգ են, 5-ը կենտ, ընդ որում, նրանցից ուղիղ մեկը բաժանվում է 10-ի։

63. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն վերցրած ավտոմեքենայի քառանիշ համարի՝

ա/ բոլոր թվերը կլինեն տարբեր,

բ/ թվերից միայն երկուսը կհամընկնեն,

գ/ թվերը կկազմեն համընկնող թվերից բաղկացած երկու զույգ,

դ/ թվերից երեքը կհամընկնեն,

ե/ բոլոր թվերը կհամընկնեն։

64. 0,1,2 թվերից բաղկացած n երկարություն ունեցող բոլոր հաջորդականությունների բազմությունից պատահականորեն ընտրվում է մեկը։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ հաջորդականությունը սկսվում է զրոյով,

բ/ հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ $m+2$ զրոներ, ընդ որում, նրանցից երկուսը գտնվում են հաջորդականության ծայրերում,

գ/ հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ m միավոր,

դ/ հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ m_0 զրոներ, m_1 միավոր, m_2 երկու։

65. 15 դասագիրք պատահական կարգով դասավորված են դարակի վրա, ընդ որում, նրանցից 5-ը կազմով են։ Աշակերտը պատահականորեն վերցնում է նրանցից 3-ը։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ վերցրած գրքերից գոնե մեկը կազմով է։

66. Նետում են 3 զառ։ Գտնել ,,6,,-ի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը։

67. Արկղը պարունակում է 8 կարմիր, 10 կանաչ, 12 կապույտ գնդիկներ։ Պատահականորեն հանում են նրանցից երեքը։ Գտնել հանված գնդիկներից գոնե երկուսի նույն գույնի լինելու հավանականությունը։

68. 9 ուղևոր նստում են 3 վագոնից բաղկացած գնացքը: Յուրաքանչյուր ուղևոր պատահական ընտրում է վագոններից մեկը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ բոլորը կընտրեն առաջին վագոնը,
բ/ բոլորը կընտրեն միևնույն վագոնը,
գ/ ուղևորներից գոնե մեկը կընտրի առաջին վագոնը,
դ/ յուրաքանչյուր վագոն կբարձրանան 3 ուղևոր:

69. Գտնել 12 անձերի ծննդյան օրերի տարվա տարբեր ամիսներում լինելու հավանականությունը:

70. Քառակուսին հորիզոնական գծերով բաժանված է n միանման շերտերի: Նրանցից յուրաքանչյուրի վրա պատահականորեն նշվում է մի կետ, որի դիրքը հավասարահավանական է շերտի ցանկացած տեղում: Այնուհետև այդ քառակուսին բաժանվում է $n-1$ ուղղաձիգ գծերով: Գտնել յուրաքանչյուր ուղղաձիգ շերտում մեկական կետ գտնվելու հավանականությունը:

71. Սափորից, որը պարունակում է 2 սպիտակ և 4 սև գնդիկներ, իրար հետևից հանում են բոլոր գնդիկները: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ առաջին հանված գնդիկը սպիտակ է,
բ/ երկրորդ հանված գնդիկը սպիտակ է,
գ/ վերջին հանված գնդիկը սպիտակ է:

72. Վիճակախաղի 7 տոմսերից երկուսը շահող են: 7 հոգի հաջորդաբար վերցնում են մեկական տոմս: Կախված կլինի՞ արդյոք շահելու հավանականությունը հերթի համարից:

73. n ընկերներ պատահականորեն նստում են կլոր սեղանի շուրջը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ որոշակի երկուսը՝ A-ն և B-ն, նստած են կողք-կողքի,
ա^1/ A-ն նստած է B-ից ձախ,
բ/ որոշակի երեքը՝ A, B և C-ն, նստած են կողք-կողքի,
բ^1/ A-ն նստած է B-ից աջ, իսկ C-ն՝ B-ից ձախ:

74. Գտնել նախորդ խնդրի պատահույթների հավանականությունները, եթե ընկերները նստած են շարքով մի նստարանին:

— 75. n ուսանող, որոնց թվում են A-ն և B-ն, պատահականորեն շարքի են կանգնում։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ A-ի և B-ի միջև կանգնած կլինեն ճիշտ r ուսանող։ Ցույց տալ, որ եթե n ուսանողներ շրջան կազմեն, ապա այդ հավանականությունը կլինի r-ից անկախ և հավասար կլինի $\frac{2}{n-1}$-ի։

76. Դարակում պատահական հերթականությամբ դասավորված են 40 գիրք, որոնց թվում նաև Ա. Ջորյանի երեք հատորները։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ Ա. Ջորյանի հատորները դասավորված են իրար մոտ,

ա^1/Ա. Ջորյանի հատորները դասավորված են իրար մոտ համարների աճման կարգով,

ա / Ա. Ջորյանի հատորները դասավորված են համարների աճման կարգով /պարտադիր չէ, որ իրար մոտ/,

բ/ հատորների զբաղեցրած տեղերը կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, որի տարբերությունը հավասար է 7-ի։

77. Ենթադրենք դուք մոռացել եք Ձեզ հարկավոր հեռախոսի համարի մեկ թվանշանը և հավաքում եք այն պատահականորեն։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ դուք ստիպված կլինեք անել ոչ ավելի քան երկու կանչ։

78. Խաղաթղթերի կապուկից /52 հատ/ պատահականորեն վերցնում են 6 խաղաթուղթ։ Գտնել վերցրած խաղաթղթերի մեջ բոլոր տեսակի խաղաթղթերից լինելու հավանականությունը։

79. ,,Սպորտլոտո-6,, վիճակախաղի մասնակիցը առաջին քարտի վրա նշել է /4,12,20,31,32,33/ համարները, իսկ երկրորդի վրա՝ /4,12,20,41,42,43/։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ մասնակիցը կստանա ուղիղ երկու նվազագույն շահում։

80. 10 ձեռագրեր դասավորված են 30 թղթապանակների մեջ, յուրաքանչյուր ձեռագրի համար նախատեսված է 3 թղթապանակ։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն վերցրած 6 թղթապանակների մեջ չի գտնվի ամբողջական ձեռագիր։

81. Տոմսարկղի մոտ հերթի են կանգնած $n+m$ մարդ, որոնցից n-ը ունեն 50-ական կոպ., իսկ մյուսները՝ 1-ական ռուբ.։ Տոմսի գինը 50 կոպ. է։ Վաճառքից առաջ տոմսարկղում դրամ չկար։ Ինչպիսի՞ հավանականա-

նությամբ գնորդներից ոչ մեկը ստիպված չի լինի սպասել մնացորդ մանր դրամին:

82. Արկղից, որը պարունակում է m սպիտակ և n սև գնդիկներ /$m>n$/, պատահականորեն հանում են իրար հետևից բոլոր գնդիկները: Ի՞նչ հավանականությամբ կգա այնպիսի պահ, երբ հանված սև գնդիկների քանակը կհավասարվի հանված սպիտակ գնդիկների քանակին:

83. 20 երեխա /10 տղա և 10 աղջիկ/ պատահականորեն խմբավորվում են զույգերով: Գտնել 10 զույգերից յուրաքանչյուրի տարբեր սեռի երեխաներից բաղկացած լինելու հավանականությունը:

84. 5 տղամարդիկ և 10 կին համախմբվում են երեքական: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ստացված 5 խմբերից յուրաքանչյուրում կլինի մեկ տղամարդ:

85. n փայտիկներից յուրաքանչյուրը բաժանվում է երկու մասի՝ երկար և կարճ: Ստացված $2n$ կտորները միավորում են n զույգերի, որոնցից յուրաքանչյուրը կազմում է նոր ,,փայտիկ,,: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ բոլոր կտորները կմիանան սկզբնական կարգով,

բ/ բոլոր երկար կտորները կմիանան կարճ կտորների հետ:

86. Դիտարկենք $ax^2+bx+c=0$ քառակուսի հավասարումը, որտեղ a, b, c-ն որոշվում են, համապատասխանաբար, որպես զառի երեք հաջորդական նետումների արդյունքներ: Գտնել՝

ա/ հավասարման արմատների իրական լինելու,

բ/ հավասարման արմատների ռացիոնալ լինելու հավանականությունները:

87. $n+1$ մարդկանցից մեկը, որին կանվանենք ,,նախածնող,, , երկու նամակ է գրում պատահականորեն ընտրած հասցեատերերին, որոնք կազմում են ,,առաջին սերունդը,, , նրանք իրենց հերթին անում են նույնը՝ առաջացնելով ,,երկրորդ սերունդը,,: Եվ ,, r-րդ սերունդ,, կազմող մարդկանցից յուրաքանչյուրը ուղարկում է երկու նամակ պատահականորեն ընտրած հասցեատերերին: Գտնել ,,նախածնողի,, 1,2,...,r համարներով ,,սերունդներից,, ոչ մեկին չպատկանելու հավանականությունը:

88. $n+1$ բնակիչ ունեցող քաղաքում ոմն նորություն է իմանում: Նա հաղորդում է այն առաջին հանդիպածին, դա էլ մեկ ուրիշին և այդ-

դեպ շարունակ։Յուրաքանչյուր քայլում առաջին անգամ նորությունն իմացո-ղը հավասար հավանականությամբ կարող է հաղորդել այդ մարդկանցից յուրա-քանչյուրին։Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ժամանակի r միավորների ընթաց-քում

ա/ նորությունը կրկին չի հասնի այն մարդուն, որն առաջինն է իմա-ցել դա,

բ/ մարդկանցից ոչ մեկը չի կրկնի նորությունը։

Լուծել նույն խնդիրը այն ենթադրությամբ, որ յուրաքանչյուր քայ-լում նորությունը հաղորդվում է պատահականորեն ընտրած N մարդկանցից բաղկացած խմբին։

89. $1,2,\ldots,N$ բազմությունից պատահական վերցնում են a թիվը։ Գտնել $\lim\limits_{N\to\infty} \rho_N$, որտեղ ρ_N-ը (a^2-1) թվի 10-ի բաժանվելու հավանականությունն է։

90. Ինչի՞ է հավասար $1,2,\ldots,N$ բազմությունից պատահական վերցված ընտրված թվի ֆիքսած ընտրված K թվի բաժանվելու ρ_N հավանականությունը։

Գտնել $\lim\limits_{N\to\infty} \rho_N$։

91. $1,2,\ldots,N$ թվերի բազմությունից պատահականորեն վերցնում են /վերադարձով/ x և y թվերը։ Ի՞նչն է մեծ.

$$\rho_2 = P\{x^2-y^2 \text{ բաժանվում է 2-ի}\},$$

թե

$$\rho_3 = P\{x^2-y^2 \text{ բաժանվում է 3-ի}\}։$$

92. $1,2,\ldots,n$ բազմության բոլոր իր մեջ կատարվող արտապատկերում-ներից պատահականորեն վերցնում են մեկը։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ ընտրած արտապատկերումը n տարրերից յուրաքանչյուրը տանում է 1-ի,

բ/ i տարրն ունի ուղիղ K նախապատկեր,

գ/ i տարրն արտապատկերվում է j տարրի վրա,

դ/ $i_1, i_2, \ldots, i_K$ տարրերը $/1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_K \le n)$ համապատասխանաբար արտապատկերվում են $j_1, j_2, \ldots, j_K$-ի վրա։

93. $1,2,\ldots,n$ բազմության փոխմիարժեք արտապատկերումը իր վրա անվանում են n աստիճանի տեղադրություն։ Բոլոր n աստիճանի տեղադրություն-ներից պատահականորեն վերցնում են մեկը։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ ընտրված է նույնական տեղադրում $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ 1 & 2 & \ldots & n \end{pmatrix}$

բ/ ընտրած տեղադրությունը՝ $i_1, i_2, \ldots, i_K$ $(i_1 < i_2 < \ldots < i_K)$ տարրերը տեղա-փոխում է համապատասխանաբար $j_1, j_2, \ldots, j_K$ տարրերին,

գ/ i տարրը տեղափոխում է i-ին, այսինքն՝ $i \to i$։

94. n մասնիկները բաշխվում են N բջիջների մեջ։ Նշանակենք

$\mu_r = \mu(n, N)$ այն բջիջների քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրը բաշխելուց հետո կպարունակվի ուղիղ r մասնիկ: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

1) $\mu_0(n, N)>0$, երբ $n=N$,
2) $\mu_0(n, N)=0$, երբ $n=N+1$,
3) $\mu_0(n, N)=1$, երբ $n=N+1$.

ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Դիցուք Ω-ն n-չափանի էվկլիդյան R^n տարածության վերջավոր լեբեգյան չափ ունեցող ենթաբազմություն է: $\mathcal{F}$-ը Ω-ի բոլոր Լեբեգի չափելի ենթաբազմությունների σ հանրահաշիվ է: $m(\cdot)$-ն Լեբեգի չափն է R^n-ում: Ցանկացած $A \in \mathcal{F}$ համար $P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}$:

95. Ուղիղ գծի յուրաքանչյուր 15 մ-ի վրա տեղավորված են հակատանկային ականներ, 3 մ լայնություն ունեցող տանկն ընթանում է ուղղահայաց այդ գծին: Ինչպիսի՞ն է նրա պայթելու հավանականությունը:

96. Հարթությունը բաժանված է իրարից $2a$ հեռավորության վրա գտնվող զուգահեռ ուղիղներով: Հարթության վրա պատահականորեն նետվում է r $(r<a)$ շառավղով մետաղադրամը: Ինչպիսի՞ն է նրա ոչ մի ուղղի հետ չհատվելու հավանականությունը:

97. Անվերջ շախմատի տախտակի վրա, որի կողմերի երկարությունը a է, պատահականորեն նետվում է $2r<a$ տրամագծով մետաղադրամը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ դրամը ամբողջովին ընկած կլինի մեկ քառակուսու մեջ,

բ/ դրամը կհատի քառակուսու մեկ կողմից ոչ ավելի:

98. Կետը պատահականորեն նշվում է R շառավղով շրջանի ներսը: Գտնել այդ կետի շրջանին ներգծված. ա/քառակուսու, բ/կանոնավոր եռանկյան ներսում գտնվելու հավանականությունը:

99. l երկարություն ունեցող OA հատվածի վրա պատահականորեն նշվում են երկու B և C կետեր, ընդ որում, հայտնի է, որ $OB<OC$. Գտնել BC հատվածը OB հատվածից կարճ լինելու հավանականությունը:

100. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $x^2+ax+b=0$ քառակուսի հավասարման արմատները. ա/իրական են, բ/ դրական են, եթե a և b

գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $0<a<1, 0\le b<1$ քառակուսու ներսում:

101. Գտնել $x^2+2ax+b=0$ հավասարման արմատների ա/իրական, բ/ դրական լինելու հավանականությունը, եթե a և b գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $|a|<1, |b|<1$ քառակուսու ներսում:

102. l երկարություն ունեցող հատվածի վրա պատահականորեն ընտրված են երկու կետ: Գտնել նրանց միջև եղած հեռավորության kl-ից $(0<k<1)$ փոքր լինելու հավանականությունը:

103. Երկու նավ պետք է կառանվեն նույն նավամատույցին: Նավերի ժամանելու պահերը անկախ են և հավասարահնարավոր օրվա ընթացքում: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նավերից մեկը ստիպված կլինի սպասել նավամատույցի ազատմանը, եթե առաջին նավի կանգ առնելու ժամանակը մեկ ժամ է, իսկ երկրորդինը՝ երկու ժամ:

104. /0,0/,/0,1/,/1,0/,/1,1/ գագաթներ ունեցող քառակուսու ներսը նշված է $M(\xi,\eta)$ կետը:

1. Ապացուցել, որ $0<x,y<1$-ի համար

$$P\{\xi<x,\eta<y\}=P\{\xi<x\}\cdot P\{\eta<y\}=x\cdot y:$$

2. Գտնել $0<z<1$-ի համար

ա/ $P\{|\xi-\eta|<z\}$, դ/ $P\{\max(\xi,\eta)<z\}$,

բ/ $P\{\xi\eta<z\}$, ե/ $P\{\frac{1}{2}(\xi+\eta)<z\}$:

գ/ $P\{\min(\xi,\eta)<z\}$,

105. Ուղևորը կարող է օգտվել T_1 և T_2 ընդմիջումներով հաջորդող երկու երթուղիների տրամվայներից: Ուղևորի կանգառին մոտենալու պահը որոշում է $[0,T_1]$ և $[0,T_2]$ միջակայքերում երկու u և v կետերը, որոնք համապատասխանաբար ցույց են տալիս այն ժամանակը, որի ընթացքում ուղևորը պետք է սպասի մինչև տվյալ երթուղու հաջորդ տրամվայի գալը: Ենթադրելով, որ u և v արժեքները հավասարահնարավոր են համապատասխանաբար $[0,T_1]$ և $[0,T_2]$ միջակայքերում, գտնել կանգառին մոտեցող ուղևորի ոչ ավելի, քան $(0<t<\min(T_1,T_2))$

ժամանակ սպասելու հավանականությունը։

106. Պատահականորեն վերցված են երկու դրական x և y թվեր, որոնցից յուրաքանչյուրը մեծ չէ 2-ից։ Գտնել այդ թվերի xy արտադրյալի 1-ից մեծ չլինելու և $\frac{y}{x}$ քանորդի 2-ին չգերազանցելու հավանականությունը։

107. Պատահականորեն վերցնում են երկու դրական x և y թվեր, որոնցից յուրաքանչյուրը մեծ չէ մեկից։ Գտնել այդ թվերի գումարի մեկին չգերազանցելու, իսկ xy արտադրյալի 0,09-ից պակաս չլինելու հավանականությունը։

108. Բյուֆոնի խնդիրը։ Հարթությունը բաժանված է իրարից $2a$ հեռավորության վրա գտնվող զուգահեռ ուղիղներով։ Հարթության վրա պատահականորեն գցում են $2l$ $(l<a)$ երկարություն ունեցող ասեղը։ Գտնել նրա որևէ ուղիղի հետ հատվելու հավանականությունը։

109. Բերտրանի պարադոքսը։ Շրջանի մեջ պատահականորեն վերցնում են մի լար։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նրա երկարությունը կգերազանցի շրջանին ներգծված կանոնավոր եռանկյան կողմի երկարությանը։ Արդյունքը կախված է նրանից, թե ինչպես արտահայտել ,,պատահականորեն,, բառը։

110. l երկարություն ունեցող հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ։ Ինչի՞ է հավասար ա/ստացված երեք հատվածներից եռանկյուն կառուցելու հավանականությունը, բ/փոքրագույն մասի երկարության $l/3$-ին չգերազանցելու հավանականությունը։

111. R շառավիղ ունեցող շրջանագծի վրա պատահականորեն նշվում են A և B կետերը։ Գտնել ABC եռանկյան ա/սուրանկյուն, բ/հավասարասրուն լինելու հավանականությունը։

112. Գտնել յուրաքանչյուրը a-ին չգերազանցող երկարություն ունեցող երեք պատահականորեն վերցրած հատվածներից եռանկյուն կառուցելու հավանականությունը։

113. Հավասարաչափ արագությամբ պտտվող սկավառակի վրա գտնվում է $2h$ երկարություն ունեցող հատվածը, որը դասավորված է սկավառակի

հետ միևնույն հարթության վրա այնպես, որ միջնակետը սկավառակի կենտրոնի հետ միացնող ուղիղը ուղղահայաց է հատվածին: Ժամանակի պատահական պահին շրջանագծից շոշափողի ուղղությամբ թռչում է մի մասնիկ: Գտնել մասնիկի հատվածի վրա ընկնելու հավանականությունը, եթե հատվածի հեռավորությունը սկավառակի կենտրոնից հավասար է ℓ-ի:

114. r շառավիղ ունեցող գնդաձև մասնիկը պատահականորեն ուղղաձիգ կերպով ընկնում է քառակուսի բջիջներ ունեցող թեք մետաղալար ցանցի վրա: Հորիզոնի հետ ցանցի կազմված անկյունը հավասար է φ-ի, մետաղալարի տրամագիծը հավասար է d-ի, մետաղալարերի առանցքային գծերի միջև հեռավորությունը՝ ℓ-ի: Գտնել մասնիկի ցանցի միջով անցնելու հավանականությունը:

115. Գտնել նավի պայթեցման հավանականությունը ականափակոցի մարտանցելու դեպքում, եթե ականները դասավորված են շարքով իրարից L հեռավորության վրա, իսկ նավի ուղղությունը ականների գծի հետ կազմում է α անկյուն: Նավի ուղղության հատումը ականների գծի հետ հավասարահնարավոր է ցանկացած կետում: Նավի լայնությունը հավասար է b-ի, իսկ ականի տրամագիծը՝ d-ի:

116. Սուզանավը v արագությամբ շարժվում է L լայնություն ունեցող նեղուցի երկարությամբ: Պահականավը կատարում է մշտական պահնում, շարժվելով նեղուցի լայնքով v արագությամբ: Նավի վրա տեղադրված հայտնաբերման գործիքի գործողության հեռավորությունը հավասար է r-ի ($r < L$): Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պահականավը կհայտնաբերի սուզանավը, եթե սուզանավի և նավի ուղղությունների հատումը հավասարահնարավոր է նեղուցի ցանկացած կետում:

117. Ինչպիսի՞ հաստություն պետք է ունենա մետաղադրամը, որպեսզի կողի վրա ընկնելու հավանականությունը հավասար լինի 1/8:

118. Ավտոբուսի կանգառին մոտենում է յուրաքանչյուր չորս րոպե A գծի ավտոբուսը և յուրաքանչյուր վեց րոպե B գծի ավտոբուսը: A գծի ավտոբուսի և B գծի ամենամոտ ավտոբուսի կանգառին մոտենալու պահերի միջև ժամանակահատվածը հավասարահնարավոր է 0-ից մինչև 4 րոպե: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝ ա/ առաջին մոտեցող ավտոբուսը A գծի է, բ/ երկու րոպեի ընթացքում կմոտենա որևէ գծի ավտոբուս:

119. Գտնել $ax^2+bx+c=0$ քառակուսի հավասարման արմատների իրական լինելու հավանականությունը, եթե a,b,c գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $0<a<1,\ 0<b<1,\ 0<c<1$ տիրույթում:

ՊԱՅՄԱՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ: ՊԱՏԱՀՈՒՅԹՆԵՐԻ ԵՎ ՓՈՐՁԵՐԻ ԱՆԿԱԽՈՒԹՅՈՒՆԸ

Դիցուք $\langle\Omega,\mathcal{F},P\rangle$-ն հավանականային տարածություն է և $P(B)>0$: A պատահույթի պայմանական հավանականությունը B պատահույթի իրականացման պայմանում որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}.$$

Այդ հավասարությունը կարելի է գրել ,,բազմապատկման թեորեմի,, տեսքով՝

$$P(A\cap B)=P(B)\cdot P(A/B):$$

Վերջին բանաձևի ընդհանրացումն է՝

$$P(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1\cap A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n/A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_{n-1})$$

բանաձևը:

A և B պատահույթները անվանում են անկախ, եթե

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B):$$

$A_1,A_2,\ldots,A_n$ պատահույթները անկախ են ըստ համախմբության, եթե $P(A_{i_1}\cap A_{i_2}\cap\ldots\cap A_{i_k})=P(A_{i_1})\cdot P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$ ցանկացած $k=\overline{2,n}$-ի համար և $1\le i_1\le i_2\le\ldots\le i_k\le n$:

Ցանկացած A և B պատահույթների համար տեղի ունի ,,գումարման թեորեմը,,

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B):$$

Ընդհանուր դեպքում՝ ցանկացած $A_1,A_2,\ldots,A_n$ պատահույթների համար

$$P\Big(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\Big)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{i>j}P(A_i\cap A_j)+\sum_{i>j>k}P(A_i\cap A_j\cap A_k)-\ldots+(-1)^{n+1}P\Big(\bigcap_{i=1}^{n}A_i\Big):$$

Ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր ելք ստացվում է առանձին փորձի ընթացքում: Եթե առանձին փորձին վերաբերող ցանկացած պատահույթ անկախ է մյուս փորձերին վերաբերող ցանկացած պատահույթից, ապա կասենք, որ ունենք անկախ փորձերի հաջորդականություն:

Դիտարկենք երկու կամայական G_1 և G_2 փորձեր և նշանակենք $\langle \Omega_1, \mathcal{F}_1, P_1 \rangle$ և $\langle \Omega_2, \mathcal{F}_2, P_2 \rangle$ նրանց համապատասխանող հավանականային տարածությունները: Դիտարկենք նաև ,,բարդ,, G փորձ $\langle \Omega, \mathcal{F}, P \rangle$ հավանականային տարածությամբ, որտեղ $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$-ն Ω_1-ի և Ω_2-ի ուղիղ արտադրյալն է, իսկ $\mathcal{F}$ σ-հանրահաշիվը ծնված է $\mathcal{F}_1 \times \mathcal{F}_2$ ուղիղ արտադրյալով /այսինքն $B = B_1 \cap B_2$ պատահույթներով, $B_1 \in \mathcal{F}_1$, $B_2 \in \mathcal{F}_2$/:

Ասում են, որ G_1 և G_2 փորձերը անկախ են, եթե ցանկացած $B_1 \in \mathcal{F}_1$, $B_2 \in \mathcal{F}_2$, $B = B_1 \cap B_2$ համար տեղի ունի

$$P\{B\} = P_1\{B_1\} \cdot P_2\{B_2\} = P\{B_1 \cap \Omega_2\} \cdot P\{B_2 \cap \Omega_1\}:$$

$G_1, G_2, \ldots, G_n$ փորձերի անկախությունը սահմանվում է նման ձևով հետևյալ հավասարության միջոցով՝

$$P\{B\} = P_1\{B_1\} \cdot P_2\{B_2\} \cdot \ldots \cdot P_n\{B_n\},$$

որտեղ $B = B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_n$, $B_k \in \mathcal{F}_k$, $\langle \Omega_k, \mathcal{F}_k, P_k \rangle$-ն G_k, $k = 1, 2, \ldots, n$ փորձին համապատասխանող հավանական տարածությունն է:

120. Նետում են երկու զառ: Գտնել երկուսի վրա էլ ,,5,, բացվելու պայմանական հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ բացված միավորների գումարը բաժանվում է 5-ի:

121. Նետում են երկու զառ: Գտնել առնվազն մեկ անգամ ,,6,, բացվելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ բացված միավորների գումարը հավասար է 8-ի:

122. Նետում են երեք զառ: Ինչպիսի՞ն է նրանցից առնվազն մեկի վրա ,,6,, բացվելու հավանականությունը, եթե զառերի վրա բացվել են տարբեր նիստեր:

123. 00,01... 98,99 թվերով 100 քարտերից պատահականորեն ընտրում են մեկը: Դիցուք ξ և η համապատասխանաբար ընտրված քարտի թվանշանների գումարն է և արտադրյալը: Գտնել $P\{\xi = i / \eta = 0\}$:

124. Գրասեղանում նամակի գտնվելու հավանականությունը հավասար է p-ի, ընդ որում, հավասար հավանականությամբ այն կարող է լինել սեղանի ութ զզրոցներից ցանկացածում: Ստուգված յոթ զզրոցներում նամակը չի հայտնաբերվել: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն կգտնվի 8-րդ զզրոցում:

125. Ապացուցել, որ եթե $P\{A/B\} > P\{A\}$, ապա $P\{B/A\} > P\{B\}$:

126. Ապացուցել, որ $P\{B/A\} \geq 1-\dfrac{P(\bar{B})}{P(A)}$, որտեղ $P(A)\neq 0$:

127. Ապացուցել, որ եթե A և B պատահույթները անհամատեղելի են և $P(A\cup B)\neq 0$, ապա $P\{A/A\cup B\}=\dfrac{P(A)}{P(A)+P(B)}$:

128. Դիցուք A և B պատահույթները անկախ են և $A\subset B$: Ապացուցել, որ $P(A)=0$ կամ $P(B)=1$:

129. Եթե A պատահույթն անկախ է իրենից, ապա $P(A)=0$ կամ $P(A)=1$: Ապացուցել:

130. Դիցուք $P\{B/\bar{A}\}=P\{B/A\}$: Ապացուցել, որ A-ն և B-ն անկախ են:

131. A և B պատահույթները անհամատեղելի են, $P(A)\neq 0$, $P(B)\neq 0$: Կախյա՞լ են արդյոք այդ պատահույթները:

132. A և B պատահույթները անկախ են: Կախյա՞լ են արդյոք հետևյալ պատահույթները՝ ա/ A և $\bar{B}$, բ/ $\bar{A}$ և $\bar{B}$:

133. Եթե A պատահույթը անկախ է երկու B_1 և B_2 անհամատեղելի պատահույթներից, ապա A և $B_1\cup B_2$ անկախ են: Ապացուցել:

134. Եթե A,B,C պատահույթներն անկախ են ըստ համախմբության, ապա ա/ A և $B\cup C$ բ/ A և $B\setminus C$ անկախ են: Ապացուցել:

135. Բերել օրինակ, որը ցույց է տալիս, որ $P\{A\cap B\cap C\}=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$ և $P(C)>0$ պայմաններից չի բխում $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$:

136. Նետված է երկու զառ: Նշանակենք

A_ℓ = {առաջին զառի վրա երևացող միավորների թիվը բաժանվում է ℓ-ի},

B_ℓ = {երկրորդ զառի վրա երևացող միավորների թիվը բաժանվում է ℓ-ի},

C_ℓ = {երկու զառերի վրա երևացող միավորների գումարը բաժանվում է ℓ-ի}:

Անկախ են արդյոք հետևյալ պատահույթների զույգերը ա/ A_ℓ, B_k ցանկացած ℓ-ի և K-ի դեպքում, բ/ A_2, C_2, գ/ A_4, C_4:

137. Նետում են երկու զառ: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝

$A_1=\{$առաջին զառի վրա կբացվեն զույգ թվով միավորներ$\}$,

$A_2=\{$երկրորդ զառի վրա կբացվեն կենտ թվով միավորներ$\}$,

$A_3=\{$բացված միավորների գումարը կենտ է$\}$:

Ապացուցել, որ A_1, A_2, A_3 -ը զույգ առ զույգ անկախ են, բայց ըստ համախմբության անկախ չեն:

138. Նետում են երկու զառ X_i-ն i-րդ զառի վրա երևացող միավորների թիվն է $(i=1,2)$: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝

$A_1=\{X_1$-ը բաժանվում է 2-ի, X_2-ը բաժանվում է 3-ի$\}$,

$A_2=\{X_1$-ը բաժանվում է 3-ի, X_2-ը բաժանվում է 2-ի$\}$,

$A_3=\{X_1$-ը բաժանվում է X_2-ի$\}$, $A_4=\{X_2$-ը բաժանվում է X_1-ի$\}$,

$A_5=\{X_1+X_2$-ը բաժանվում է 2-ի$\}$, $A_6=\{X_1+X_2$-ը բաժանվում է 3-ի$\}$:

Գտնել անկախ պատահույթների բոլոր զույգերը և եռյակները:

139. /0,0/, /0,1/, /1,0/, /1,1/ գագաթներ ունեցող քառակուսու մեջ պատահականորեն նշվում է M կետը: Դիցուք (ξ_1, ξ_2)-ը այդ կետի կոորդինատներն են: τ-ի ո՞ր արժեքների դեպքում $A_\tau=\{|\xi_1-\xi_2|>\tau\}$ և $B_\tau=\{\xi_1+\xi_2\le 3\tau\}$ պատահույթները կլինեն անկախ:

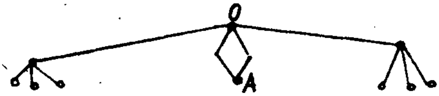
140. Ըստ նախորդ խնդրի պայմանների, դիցուք $A_1=\{\xi_1\le\frac{1}{2}\}$, $A_2=\{\xi_2\le\frac{1}{2}\}$, $A_3=\{(\xi_1-\frac{1}{2})(\xi_2-\frac{1}{2})<0\}$: Ցույց տալ, որ A_1, A_2, A_3 պատահույթները զույգ առ զույգ անկախ են, բայց ըստ համախմբության անկախ չեն:

141. Ընդհանրացնելով խնդ. 140-ը, ցույց տալ, որ ցանկացած ամբողջ $n\ge 4$ համար գոյություն ունի պատահույթների $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ համախմբություն, որն ունի հետևյալ հատկությունները՝

ա/ $A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները խմբովին անկախ չեն,

բ/ $A_1, A_2, \ldots, A_n$ համախմբությունից ցանկացած պատահույթ հեռացնելուց հետո մնացած պատահույթները ըստ համախմբության կլինեն անկախ:

142. Ճանապարհորդը դուրս է գալիս O կետից և յուրաքանչյուր խաչմերուկում պատահականորեն ընտրում է հնարավոր ուղիներից մեկը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ճանապարհորդը կհասնի A կետին:



143. Առաջին սափորը պարունակում է 5 սպիտակ, 11 սև և 8 կարմիր գնդիկներ, իսկ երկրորդը՝ համապատասխանաբար,10,8 և 6։ Յուրաքանչյուր սափորից հանում են մեկական գնդիկ։ Գտնել հանված գնդիկների միևնույն գույնի լինելու հավանականությունը։

144. Սափորը պարունակում է 2 սպիտակ, 3 սև, և 5 կարմիր գնդիկներ։ Պատահականորեն հանում են 3 գնդիկ։ Գտնել դրանցից գոնե երկուսի տարբեր գույնի լինելու հավանականությունը։

145. Առաջին սափորը պարունակում է 2 սպիտակ և 3 սև գնդիկներ, երկրորդը՝ 2 սպիտակ և 2 սև, երրորդը՝ 3 սպիտակ և 1 սև գնդիկ։Առաջին սափորից երկրորդը տեղափոխվում է պատահականորեն վերցրած մեկ գնդիկ, երկրորդից վերցրած գնդիկը՝ երրորդ, ապա երրորդից՝ առաջին սափոր։ ա/ Որոշել առաջին սափորի ամենահավանական պարունակությունը, բ/ ինչպիսի՞ հավանականությամբ բոլոր սափորների պարունակությունը կմնա անփոփոխ։

146. Երկու հրաձիգ, որոնց համար թիրախին դիպչելու հավանականությունները համապատասխանաբար հավասար՝ են 0,7 և 0,8, տալիս են մեկական կրակոց։ Գտնել թիրախին ա/ առնվազն մեկ անգամ դիպչելու, բ/ միայն մեկ անգամ դիպչելու հավանականությունը։

147. Ոմն մոռացել է հեռախոսի համարի վերջին թվանշանը և հավաքում է այն պատահականորեն. ա/ ինչպիսի՞ հավանականությամբ նա սխալված կլինի զանգել ոչ ավելի քան երեք անգամ, բ/ ինչպե՞ս կփոխվի հավանականությունը, եթե հայտնի լիներ, որ վերջին թվանշանը կենտ է։

148. Մասնագիտական գրականություն որոնելիս, ուսանողը որոշեց այցելել երեք գրադարան։ Յուրաքանչյուր գրադարանի համար հավասարահնարավոր է, որ այդ գրականությունը գտնվում է այնտեղ, կամ չի գտնվում, իսկ եթե գտնվում է, ապա հավասարահնարավոր է, որ զբաղեցրած է այն այլ ընթերցողի կողմից, թե ոչ։ Ո՞րն է ավելի հավանական՝ կգտնի ուսանողը այդ գրականությունը, թե ոչ, եթե գրադարանները համալրվում են մեկը մյուսից անկախ։

149. Ծրագրի 25 հարցերից ուսանողը գիտի միայն 20-ը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նա կպատասխանի նրան առաջարկած երեք հարցերին:

150. Վիճակախաղի մեկ տոմսով շահելու հավանականությունը հավասար է 0,8: Ինչպիսի՞ն է 2 տոմս ունեցողի շահելու հավանականությունը:

151. Վիճակախաղի n տոմսերից l-ը շահող են: Ոմն ծանոթ է գնում k տոմս: Ինչպիսի՞ն է նրանցից գոնե մեկի շահող լինելու հավանականությունը:

152. Երկու մարդ իրարից անկախ լրացրել են ,,Սպորտլոտո-6,, վիճակախաղի մեկական քարտ: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա/ յուրաքանչյուրը կտանա նվազագույն շահում,

բ/ յուրաքանչյուրը կտանա որևէ շահում:

153. Դիցուք $A_1 \cap A_2 \subset A$: Ապացուցել, որ $P\{A\} \geq P\{A_1\} + P\{A_2\} - 1$:

154. Ապացուցել, որ եթե $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n \subset A$, ապա

$$P\{A\} \geq P\{A_1\} + P\{A_2\} + \cdots + P\{A_n\} - (n-1):$$

155. Ապացուցել, որ ցանկացած երկու A և B պատահույթների համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$|P\{A \cap B\} - P\{A\} \cdot P\{B\}| \leq \frac{1}{4}:$$

156. Ապացուցել, որ ցանկացած A և B պատահույթների համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$P\{A \cup B\} \cdot P\{A \cap B\} \leq P\{A\} \cdot P\{B\}:$$

157. Ունենք երեք զույգ առ զույգ անկախ պատահույթներ, որոնք միասին հանդես գալ չեն կարող: Ենթադրենք, որ նրանք բոլորն էլ ունեն միևնույն x հավանականությունը: Գտնել x-ի մեծագույն հնարավոր արժեքը:

158. Շրջանին ներգծված է քառակուսի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ շրջանի մեջ պատահականորեն նետված հինգ կետերից մեկը կգտնվի քառակուսու ներսում, իսկ մյուսները՝ մեկական յուրաքանչյուր սեգմենտում:

159. R շառավիղ ունեցող գնդի ներսում պատահականորեն և իրարից անկախ նշված են N կետեր:

ա/ Ինչի՞ է հավասար կենտրոնի և նրա ամենամոտ կետի միջև եղած հեռավորության r-ից ոչ պակաս լինելու հավանականությունը,

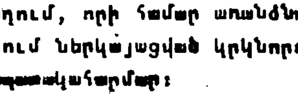
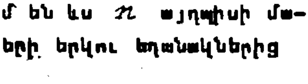
բ/ ինչի՞ է հավասար ա/-ում ստացված հավանականության սահմանը, երբ $R\to\infty$ և $\frac{N}{R^3}\to\frac{4}{3}\pi\lambda$:

160. Մոլեկուլը, որը $t=0$ պահին բախվել է մյուս մոլեկուլին և մինչև t պահը չի ունեցել ոչ մի ուրիշ բախում, $\lambda\Delta t+o(\Delta t)$ հավանականությամբ $(t, t+\Delta t)$ ժամանակամիջոցում կունենա նոր բախում: Գտնել ,,ազատ վազքի,, t-ից մեծ լինելու հավանականությունը:

161. Խումբը բաղկացած է k տիեզերական մարմիններից, որոնցից յուրաքանչյուրը անկախ մյուսներից հայտնաբերվում է ռադիոլոկացիոն կայանով p հավանականությամբ: Մարմինների խումբը դիտվում է իրարից անկախ գործող m ռադիոլոկացիոն կայաններով: Գտնել խմբի ոչ բոլոր մարմինների հայտնաբերելու հավանականությունը:

162. Որևէ համակարգի հուսալիություն են անվանում հաստատված ժամանակամիջոցում նրա անխափան աշխատանքի հավանականությունը: Էլեկտրական շղթան բաղկացած է ա/զուգահեռ, բ/ հաջորդաբար միացված $z_1, z_2, \ldots, z_k$ դիմադրություններից: Յուրաքանչյուր դիմադրության հուսալիությունը հավասար է p-ի: Գտնել շղթայի հուսալիությունը:

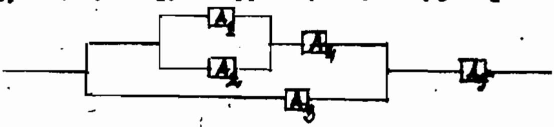
163. Տեխնիկական համակարգը բաղկացած է n մասերից, որոնցից յուրաքանչյուրի հուսալիությունը հավասար է p-ի: Մասերից առնվազն մեկի շարքից դուրս գալու դեպքում ամբողջ համակարգը դառնում է անաշխատունակ: Համակարգի հուսալիությունը բարձրացնելու նպատակով կատարում են կրկնորդում, որի համար առանձնացվում են ևս n այդպիսի մասեր: Գծապատկերում ներկայացված կրկնորդումների երկու եղանակներից ո՞րն է ավելի նպատակահարմար:

ա/  բ/ 

164. Էլեկտրական շղթայի խզումը կարող է տեղի ունենալ K_i $i=1,2,3$ տարրերից մեկի շարքից դուրս գալու պատճառով: Տարրերը շարքից դուրս են գալիս իրարից անկախ: Նշանակենք p_i-ով $/i=1,2,3/$ i-րդ տարրի շարքից դուրս գալու հավանականությունը՝ $p_1=0,3$, $p_2=p_3=0,2$:

Գտնել շղթայի խզման հավանականությունը, եթե տարրերը միացված են ա/ հաջորդաբար, բ/ զուգահեռ, գ/ K_1-ը հաջորդաբար, իսկ K_2 և K_3 զուգահեռ, դ/ առաջին երկու տարրերը զուգահեռ երրորդի հետ:

165. Էլեկտրական շղթան բաղկացած է A_k /$k=1,2,3,4,5$/ տարրերից, որոնք միացված են ցույց տված գծապատկերով: Յուրաքանչյուր տարրի շարքից դուրս գալու դեպքում նրա միացման տեղում շղթան խզվում է: Տվյալ ժամանակամիջոցում A_k տարրի շարքից դուրս գալու հավանականությունը հավասար է p_k-ի, $k=1,2,\ldots,5$: Ենթադրելով, որ տարրերը գործում են իրարից անկախ, գտնել այդ ժամանակամիջոցում շղթայի անխափան աշխատանքի հավանականությունը:



166. Երկու խաղացող հաջորդաբար նետում են մետաղադրամը: Շահում է այն խաղացողը, ում մոտ ավելի շուտ կբացվի գերբը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

167. Երեք խաղացողներ նետում են մետաղադրամը: Շահում է այն խաղացողը, ում մոտ ավելի շուտ կբացվի գերբը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

168. Սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Խաղի երկու մասնակիցներ հաջորդաբար հանում են սափորից մեկական գնդիկ, յուրաքանչյուր անգամ վերադարձնելով այն ետ: Շահում է այն խաղացողը, որը ավելի շուտ է հանում սպիտակ գնդիկը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

169. Երկու հրաձիգ հաջորդաբար կրակում են թիրախին մինչև առաջին դիպուկ կրակոցը: Թիրախին դիպչելու հավանականությունը առաջին հրաձիգի համար հավասար է 0,2-ի, իսկ երկրորդի համար՝ 0,3-ի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ առաջին հրաձիգը կկատարի ավելի շատ կրակոց, քան երկրորդը:

170. Սափորը պարունակում է a սպիտակ, b սև և c կարմիր գնդիկներ: Սափորից մեկը մյուսի հետևից հանում են նրա մեջ գտնվող բոլոր գնդիկները, նշելով նրանց գույները: Գտնել սպիտակ գնդիկի սևից շուտ երևալու հավանականությունը:

171. Ընտրելով սափորից գնդիկների դուրս հանելու համապատասխան սխեման, ապացուցել հետևյալ նույնությունները՝

$$ա/\ 1+\frac{N-m}{N-1}+\frac{(N-m)(N-m-1)}{(N-1)(N-2)}+\dots+\frac{(N-m)(N-m-1)\cdot\ldots\cdot2\cdot1}{(N-1)(N-2)\cdot\ldots\cdot(m+1)m}=\frac{N}{m}.$$

$$բ/\ 1+\frac{N-m}{N}\cdot\frac{m+1}{m}+\frac{(N-m)(N-m-1)}{N^2}\cdot\frac{m+2}{m}+\dots+$$
$$+\frac{(N-m)(N-m-1)\cdot\ldots\cdot2\cdot1}{N^{N-m}}\cdot\frac{N}{m}=\frac{N}{m}.$$

172. Սափորը պարունակում է երկու գնդիկ՝ սպիտակ և սև։ Սափորից հանում են մեկական գնդիկ մինչև սև գնդիկի դուրս գալը, ընդ որում, սպիտակ գնդիկի հանելու դեպքում այն ետ է վերադարձվում և ավելացվում է ևս 2 սպիտակ գնդիկ։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ առաջին 50 հանված գնդիկները կլինեն սպիտակ։

173. Սափորը պարունակում է $n+m$ միանման գնդիկ, որոնցից n-ը սպիտակ են, իսկ m-ը՝ սև $/m \geq n/$։ Իրար հետևից առանց վերադարձի n անգամ հանում են երկուական գնդիկ։ Գտնել ամեն անգամ տարբեր գույնի գնդիկներ հանելու հավանականությունը։

174. $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթները անկախ են ըստ համախմբության և $P\{A_k\}=p_k$։ Ինչպիսի՞ն է

ա/ $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից ոչ մեկի տեղի չունենալու,

բ/ $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից գոնե մեկի տեղի ունենալու,

գ/ $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից միայն մեկի տեղի ունենալու

հավանականությունը։

175. Դիցուք $A_1, A_2, \dots, A_n$-ը անկախ պատահույթներ են և $P\{A_i\}=p_i$, $i=1,2,\dots,n$։ Ապացուցել, որ այդ պատահույթներից գոնե մեկի երևալու P հավանականությունը բավարարում է

$$\sum_{i=1}^{n} p_i > P > 1-e^{-\sum_{i=1}^{n} p_i}$$

անհավասարություններին։

176. Անձը գրել է n հասցեատերերին նամակներ, որոնցից յուրաքանչյուրը դրել է առանձին ծրարի մեջ և յուրաքանչյուր ծրարի վրա պատահականորեն գրել է n հասցեներից մեկը։ Գտնել գոնե մեկ նամակը ճիշտ հասցեով ուղարկելու հավանականությունը։

177. $1,2,\ldots,n$ թվերը դասավորված են պատահական կարգով: Ինչպիսի՞ն է թվերից գոնե մեկի իր տեղում գտնվելու p_n հավանականությունը: Գտնել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$:

178. Պատահականորեն ընտրվում է n-րդ կարգի որոշիչի վերլուծության անդամներից մեկը: Ինչպիսի՞ p_n հավանականությամբ այն չի պարունակի գլխավոր անկյունագծի տարրերը: Գտնել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$:

179. Դահլիճում կա n տեղ: Տոմսերը համարակալված են և բոլորը վաճառված: Հանդիսատեսները պատահականորեն զբաղեցնում են տեղերը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները.

ա/ միայն m $(m\le n)$ հանդիսատեսներ նստած կլինեն իրենց տեղերում,

բ/ ոչ մի հանդիսատես նստած չի լինի իր տեղում,

գ/ գտնել բ/-ում որոշված հավանականության սահմանը, երբ $n\to\infty$

180. n վագոններից բաղկացած էլեկտրագնացք են բարձրանում K $(K\le n)$ ուղևոր, որոնցից յուրաքանչյուրը պատահականորեն ընտրում է վագոններից մեկը: Գտնել յուրաքանչյուր վագոն առնվազն մեկ ուղևոր բարձրանալու հավանականությունը:

ԼՐԻՎ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԲԱՆԱՁԵՎԸ

Դիցուք ունենք $\langle \Omega, \mathcal{F}, P\rangle$ հավանականային տարածություն: Եթե $A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ և $P\{A_i\}>0$ $(i=\overline{1,n})$, ապա ցանկացած B պատահույթի համար տեղի ունի լրիվ հավանականության բանաձևը՝

$$P\{B\} = \sum_{i=1}^{n} P\{A_i\}\cdot P\{B/A_i\}:$$

Լրիվ հավանականության բանաձևը տեղի ունի նաև հաշվելի թվով պատահույթների համար՝ եթե $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ պատահույթների հաջորդականությունն այնպիսին է, որ 1/ $A_i\cap A_j=\varnothing$, $(i\ne j)$

2/ $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega$,

ապա ցանկացած B պատահույթի համար

$$P\{B\} = \sum_{i=1}^{\infty} P\{A_i\}\cdot P\{B/A_i\}:$$

Բայեսի բանաձևը: Եթե $A_1, A_2, \dots, A_n$-ը պատահույթների լրիվ խումբ է, $P\{A_i\}>0$, $(i=\overline{1,n})$, իսկ B-ն կամայական պատահույթ է, $P\{B\}>0$, ապա

$$P\{A_k/B\}=\frac{P\{A_k\}\cdot P\{B/A_k\}}{\sum_{i=1}^{n} P\{A_i\}\cdot P\{B/A_i\}}:$$

Բայեսի բանաձևը տեղի ունի նաև հաշվելի թվով $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ պատահույթների համար:

181. Դոմինոյի 28 քարերից պատահականորեն վերցնում են երկուսը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նրանց կկազմեն շղթա՝ համաձայն խաղի կանոնների:

182. Երկու սափոր պարունակում են համապատասխանաբար m_1 և m_2 սպիտակ և n_1 և n_2 սև գույնի գնդիկներ: Յուրաքանչյուր սափորից պատահականորեն վերցնում են մեկական գնդիկ, ապա այդ երկու գնդիկներից պատահականորեն ընտրում են մեկը: Ինչպիսի՞ն է այդ գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

183. n գնդակ պարունակող սափորի մեջ գցվել է մեկ սպիտակ գնդակ: Գտնել սափորից սպիտակ գնդակ հանելու հավանականությունը, եթե բոլոր հնարավոր ենթադրությունները սպիտակ գնդակների սկզբնական քանակի վերաբերյալ հավասարահնարավոր են:

184. Երեք սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է 6 սև և 4 սպիտակ գնդիկներ: Առաջին սափորից պատահականորեն վերցրած գնդիկը տեղափոխվում է երկրորդ սափոր, ապա այդտեղից պատահականորեն վերցրած գնդիկը տեղափոխում են երրորդ սափոր: Գտնել երրորդ սափորից պատահականորեն հանած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

185. n սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Առաջին սափորից պատահականորեն վերցված մեկ գնդիկ տեղափոխվում է երկրորդ սափորի մեջ, ապա երկրորդից՝ երրորդը և այլն: Վերջապես վերջին սափորից հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել նրա սպիտակ լինելու հավանականությունը:

186. Ուսանողը գիտի ոչ բոլոր քննական տոմսերը: Ո՞ր դեպքում չիմացած տոմս վերցնելու հավանականությունը կլինի փոքրագույն, երբ ու-

սանողը վերցնում է տոմսը սկզբում, թե վերջում։

187. Առաջին սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև /$a\geq 3$, $b\geq 3$/ գնդիկներ, երկրորդը՝ c սպիտակ և d սև գնդիկներ։ Առաջին սափորից պատահականորեն վերցրած 3 գնդիկ տեղափոխում են երկրորդ սափոր։ Գտնել երկրորդ սափորից պատահականորեն վերցրած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը։

188. Արկղում կա թենիսի 15 գնդակ, որոնցից 9-ը նոր են։ Առաջին խաղի համար պատահականորեն վերցնում են 3 գնդակ, որոնք խաղից հետո էլ են վերադարձնում արկղ։ Երկրորդ խաղի համար նույնպես պատահականորեն վերցնում են 3 գնդակ։ Ինչպիսի՞ն է երկրորդ խաղի համար վերցրած գնդակների չօգտագործված լինելու հավանականությունը։

189. $1,2,3,\dots,n$ թվերից հաջորդաբար պատահականորեն ընտրում են երկու թիվ։ Գտնել առաջին և երկրորդ թվերի միջև եղած տարբերության m-ից $(m>0)$ փոքր չլինելու հավանականությունը։

190. t ժամանակամիջոցում հեռախոսակայանում K կանչ ստանալու հավանականությունը հավասար է $P_t(K)$-ի։ Համարելով, որ ցանկացած երկու հարևան ժամանակամիջոցներում կանչերի թվերը իրարից անկախ են, գտնել $2t$ ժամանակամիջոցում S կանչ ստանալու $P_{2t}(S)$ հավանականությունը։ Ինչի՞ է հավասար $P_{2t}(S)$-ը, եթե $P_t(K)=\frac{(\lambda t)^K}{K!}e^{-\lambda t}$։

191. $S=\{1,2,\dots,N\}$ բազմության բոլոր ենթաբազմությունների համախմբությունից հավասարահավանական ընտրության սխեմայով ընտրում են A_1 և A_2 բազմությունները։ Ինչպիսի հավանականությամբ $A_1\cap A_2=\varnothing$։

192. Արյան փոխներարկման ժամանակ պետք է հաշվի առնել դոնորի և հիվանդի արյան խմբերը։ IV խմբի արյուն ունեցող հիվանդին կարելի է փոխներարկել ցանկացած խմբի արյուն, III խմբի արյուն ունեցող հիվանդին՝ I կամ III խմբի արյուն, II խմբի արյուն ունեցողին՝ I կամ II, իսկ I խմբի արյուն ունեցող հիվանդին՝ միայն I խմբի արյուն։ Բնակչության 33,7 o/o-ը ունեն I, 37,5 o/o-ը II, 20,9 o/o-ը՝ III, 7,9 o/o-ը՝ IV խմբի արյուն։

ա/ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն ընտրած հիվանդին կարելի է փոխներարկել պատահականորեն ընտրած դոնորի արյուն։

բ/ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ կարելի է իրագործել արյան փոխներարկումը, եթե ներկա են դոնորներից երկուսը:

193. Կորած ինքնաթիռի որոնման համար առանձնացրել են 10 ուղղաթիռ, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է օգտագործվել որոնման համար երկու հնարավոր շրջաններից մեկում, որտեղ ինքնաթիռը կարող է գտնվել 0,8 և 0,2 հավանականություններով: Ինչպե՞ս պետք է բաշխել ուղղաթիռները ըստ որոնման շրջանների, որպեսզի ինքնաթիռի հայտնաբերելու հավանականությունը լինի մեծագույն, եթե յուրաքանչյուր ուղղաթիռ հայտնաբերում է որոնման շրջանում գտնվող ինքնաթիռը 0,2 հավանականությամբ, իսկ որոնումը կատարվում է յուրաքանչյուր ուղղաթիռով անկախ մյուսներից: Գտնել ինքնաթիռը հայտնաբերելու հավանականությունը որոնման լավագույն տարբերակի դեպքում:

194. Ուսանողների խումբը բաղկացած է a գերազանցիկներից, b լավ և c թույլ սովորող ուսանողներից: Քննության ժամանակ գերազանցիկը ստանում է միայն գերազանց գնահատականներ, լավ սովորող ուսանողը՝ հավասար հավանականությամբ գերազանց և լավ գնահատականներ, թույլ սովորող ուսանողը՝ հավասար հավանականությամբ լավ, բավարար և անբավարար գնահատականներ: Քննություն են հանձնում այդ խմբից պատահականորեն ընտրած երեք ուսանող: Ի՞նչպիսի հավանականությամբ նրանք կստանան գերազանց, լավ, բավարար գնահատականներ /ցանկացած կարգով/:

195. Որոշ վայրում տվյալ օրվա եղանակը նախորդ օրվա պես լինելու հավանականությունը հավասար է p-ի, եթե նախորդ օրը անձրևային էր և q-ի, եթե այդ օրը անձրևային չէր ($p<1$ կամ $q<1$): Գտնել n-րդ օրը անձրևային լինելու p_n հավանականությունը: Հաշվել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$:

196. A և B խաղացողներից յուրաքանչյուրը հերթախաղը շահելու դեպքում ստանում է մեկ միավոր: A-ն հերթախաղը շահում է α հավանականությամբ, B-ն՝ β հավանականությամբ, ընդ որում, $\alpha>\beta$, $\alpha+\beta=1$: Ամբողջ խաղը տանում է այն խաղացողը, որը հակառակորդից առաջ է անցնում 2 միավորով: ա/ Գտնել յուրաքանչյուր խաղացողի ամբողջ խաղը տանելու հավանականությունը, բ/ ո՞րն է ավելի շահավետ A խաղացողի համար, խաղալ մեկ հերթախաղ, թե ամբողջ խաղը:

197. A և B խաղացողներ, որոնք ունեն համապատասխանաբար a և b դրամագլուխներ, խաղում են մոլեխաղ, որը բաղկացած է առանձին հերթախաղերից: Նրանցից յուրաքանչյուրը հերթախաղը շահում է $\frac{1}{2}$ հա-

վանականությամբ: Յուրաքանչյուր հերթախաղից հետո պարտվողը վճարում է հաղթողին 1ռ.: Խաղը շարունակվում է մինչև նրանցից մեկի սնանկացումը: Գտնել B խաղացողի սնանկացման հավանականությունը:

198. Ենթադրենք նախորդ խնդրում A խաղացողը հերթախաղը տանում է $p>\frac{1}{2}$ հավանականությամբ և տարվում է $q=1-p$ հավանականությամբ: Գտնել երկրորդի սնանկացման հավանականությունը:

199. $(N+1)$ սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է N սպիտակ և սև գնդիկներ: Գնդիկների բաշխումը ըստ գույնի տարբեր է բոլոր սափորներում, իսկ պատահական ընտրած սափորում անհայտ է: Պատահական սափորից վերցնում են պատահականորեն մեկ գնդիկ և տեղափոխում են մեկ ուրիշ սափոր: Այդ սափորից վերցրած գնդիկը տեղափոխվում է մեկ այլ սափոր և այդպես շարունակ: Տեղափոխությունները կատարում են $(N+1)$ անգամ այնպես, որ յուրաքանչյուր սափոր մասնակցում է միայն մեկ անգամ, ընդ որում $(N+1)$-րդ տեղափոխությունը կատարվում է առաջին ընտրած սափորը: Գտնել յուրաքանչյուր սափորի սկզբնական պարունակությունը պահպանվելու հավանականությունը:

200. N հրաձիգներին կարելի է բաժանել չորս խմբերի՝ a_1 գերազանցիկ հրաձիգ, a_2 լավ, a_3 միջակ, a_4 վատ: Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը i-րդ խմբի հրաձիգի համար հավասար է p_i-ի /$i=1,2,3,4$/: Երկու պատահական ընտրած հրաձիգները կրակում են միևնույն թիրախին: Գտնել գոնե մեկ դիպուկ կրակոցի հավանականությունը:

201. Չորս a, b, c, d մարդկանցից a-ն ստացել է տեղեկություն, որը ,,այո,, կամ ,,ոչ,, ազդանշանով հաղորդում է b-ին, b-ն՝ c-ին, c-ն՝ d-ին, իսկ d-ն հաղորդում է ստացված տեղեկությունը նույն ձևով, ինչպես մյուսները: Հայտնի է, որ նրանցից յուրաքանչյուրը ասում է ճշմարտությունը երեք դեպքերից մեկում: Որոշել առաջին մարդու ճշմարտություն ասելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ չորրորդը ճշմարտությունն է ասել:

202. Երկու հաստոց արտադրում են միանման մասեր, որոնք ուղարկվում են ընդհանուր պահեստ: Առաջին հաստոցի արտադրողականությունը երկու անգամ մեծ է երկրորդի արտադրողականությունից: Առաջին հաստոցի արտադրանքի 60 o/o-ը բարձր որակի է, իսկ երկրորդինը՝ 84 o/o-ը: Պա-

հեսաից պատահականորեն վերցրած մասը բարձր որակի է։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն արտադրված է առաջին հաստոցի վրա։

203. Հեղյուս արտադրող գործարանի A, B, C հաստոցները արտադրում են ամբողջ արտադրանքի համապատասխանաբար 25,35 և 40 o/o-ը։ Նրանց արտադրանքի խոտանը կազմում է 5,4 և 2 o/o։ Պատահական վերցրած հեղյուսը խոտանված է։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն արտադրված է A հաստոցի, B հաստոցի, C հաստոցի վրա։

204. Երեք խմբաքանակներից յուրաքանչյուրը պարունակում է 10 մաս։ Լավորակ մասերի քանակը առաջին, երկրորդ և երրորդ խմբաքանակներում հավասար է, համապատասխանաբար, 10,7,4։ Պատահական խմբաքանակից պատահական վերցրած մասը լավորակ է։ Այն ետ են վերադարձնում և նույն խմբաքանակից երկրորդ անգամ վերցնում են մեկ մաս, որը նույնպես լավորակ է։ Գտնել այդ մասի երրորդ խմբաքանակին պատկանելու հավանականությունը։

205. Հինգ դետալներից բաղկացած խմբից պատահականորեն վերցնում են մեկը, պարզվում է, որ այն խոտանված է։ Խոտանված դետալների քանակը հավասար հավանականությամբ կարող է լինել ցանկացած։ Գտնել խոտանված դետալների քանակի վերաբերյալ ենթադրություններից ամենահավանականը։

206. Հայտնի է, որ բոլոր տղամարդկանց 5 o/o-ը և բոլոր կանանց 0,25 o/o-ը գունակույր են։ Պատահականորեն ընտրված մարդը տառապում է գունակուրությամբ։ Ինչպիսի՞ն է հավանականությունը, որ դա տղամարդ է. /տղամարդկանց և կանանց թիվը համարել հավասար/։

207. Ռենտգենյան ստուգումով թոքախտավորի մոտ թոքախտ հայտնաբերելու հավանականությունը հավասար է $1-\beta$ -ի։ Առողջ մարդուն հիվանդի տեղ ընդունելու հավանականությունը հավասար է α -ի։ Դիցուք թոքախտները կազմում են ամբողջ բնակչության γ մասը։ ա/ Գտնել մարդու առողջ լինելու պայմանական հավանականությունը, եթե ստուգման ժամանակ նրան համարել են հիվանդ։ բ/ Հաշվել հավանականության արժեքը մասնավոր դեպքում, երբ $1-\beta=0,9$, $\alpha=0,01$, $\gamma=0,001$։

208. Մասնագիտացված հիվանդանոցում բուժվող հիվանդների միջին հաշվով 50 o/o-ը տառապում է K հիվանդությամբ, 30 o/o-ը L հիվանդությամբ, 20 o/o-ը՝ M հիվանդությամբ։ K, L, M հիվանդություն-

ներից լրիվ բուժվելու հավանականությունները համապատասխանաբար հավասար են 0,7-ի, 0,8-ի, 0,9-ի: Բուժվողներից մեկը առողջացած դուրս է գրվում հիվանդանոցից: Ինչպիսի՞ն է հավանականությունը, որ նա տառապում էր K հիվանդությամբ:

209. Սափորից, որը պարունակում է $m \geq 3$ սպիտակ և n սև գնդիկներ կորել է անհայտ գույնի մեկ գնդիկ: Որպեսզի որոշեն սափորի պարունակությունը, նրանից պատահականորեն հանում են երկու գնդիկ: Գտնել կորած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ հանված գնդիկները սպիտակ էին:

210. Անհայտ գույնի n գնդիկներ պարունակող սափորից հանում են մեկ գնդիկ, որը սպիտակ է: Գտնել երկրորդ հանված գնդիկի ևս սպիտակ լինելու հավանականությունը: Սափորի սկզբնական պարունակության մասին բոլոր ենթադրությունները համարել հավասարահնարավոր:

211. Անհայտ գույնի n գնդիկներ պարունակող սափորից հանում են մեկ գնդիկ, որը սպիտակ է: Այն ետ վերադարձնելուց հետո հանում են մեկ գնդիկ ևս: Գտնել այդ գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը, եթե սկզբնական պարունակության մասին բոլոր ենթադրությունները հավասարահնարավոր են:

212. Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունները երեք հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար են 4/5, 3/4, 2/3: Համազարկ տալու դեպքում երեք հրաձիգներից երկուսը դիպչում են թիրախին: Գտնել երրորդ հրաձիգի վրիպելու հավանականությունը:

213. Երեք հրաձիգ կրակում են, ընդ որում, երկուսը դիպչում են թիրախին: Գտնել երրորդ հրաձիգի թիրախին դիպչելու հավանականությունը, եթե դիպչելու հավանականությունները առաջին, երկրորդ և երրորդ հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար են 0,6-ի, 0,5-ի և 0,4-ի:

214. Սարքի իրարից անկախ աշխատող չորս տարրերից երկուսը խափանվել են: Գտնել առաջին և երկրորդ տարրերի խափանվելու հավանականությունը, եթե այն առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ տարրերի համար համապատասխանաբար հավասար է. $p_1=0,1,\ p_2=0,2,\ p_3=0,3,\ p_4=0,4$:

215. Ուսումնարանում սովորում են n ուսանող, որոնցից n_k-ն / $k = 1,2,3$/ սովորում են k-րդ տարին: Երկու պատահականորեն ընտրած ուսանողներից մեկը մյուսից շուտ է ընդունվել: Գտնել այդ ուսանողի երրորդ տարին սովորելու հավանականությունը:

216. Կապի գծով հաղորդվում են $AAAA$, $BBBB$, $CCCC$ հաղորդականությունները համապատասխանաբար p_1, p_2, p_3 $\left(\sum_{i=1}^{3} p_i = 1\right)$ հավանականություններով: Յուրաքանչյուր հաղորդվող տառ / A, B, կամ C / ճիշտ է ընդունվում α հավանականությամբ, իսկ $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ և $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ հավանականություններով ընդունվում է մյուս երկու տառերի փոխարեն: Ենթադրվում է, որ տառերը աղավաղվում են իրարից անկախ: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ հաղորդված է եղել $AAAA$-ն, եթե ընդունված է $ABCA$-ն:

1. Բեռնուլիի բանաձևը: Եթե n անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում A պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է $P(A)=p$ /Բեռնուլիի սխեման/, իսկ μ_n-ը A պատահույթի երևալու թիվն է n փորձերում, ապա

$$P\{\mu_n = m\} = P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, \quad m = 0,1,\dots,n.$$

m-ը, որին համապատասխանում է $P_n(m)$-ի մեծագույն արժեքը, կոչվում է A պատահույթի երևալու ամենահավանական թիվ: Այն նշանակվում է m_0-ով: $np-q \le m_0 \le np+p$.

2. Եթե $p = p_n = \frac{\lambda_n}{n}$, որտեղ $\lambda_n \to \lambda$ $(0<\lambda<\infty)$ երբ $n\to\infty$, ապա կատարվում է հետևյալ առնչությունը /Պուասոնի թեորեմ/:

$$\lim_{n\to\infty} P\{\mu_n = m\} = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \quad m = 0,1,2,\dots$$

3. Մուավր-Լապլասի լոկալ թեորեմը: Եթե $n\to\infty$, $p=Const$, $0<p<1$, $q=1-p$, ապա հավասարաչափ այն m-երի նկատմամբ, որոնց համար $0<C_1 \le \frac{m-np}{\sqrt{npq}} \le C_2 < +\infty$,

$$\lim_{n\to\infty} \left(P\{\mu_n = m\} : \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right)^2} \right) = 1.$$

$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ֆունկցիայի արժեքների աղյուսակը բերված է խնդրագրքի վերջում /աղյուսակ 1/:

4. Մուավր-Լապլասի ինտեգրալ թեորեմը: Եթե $n\to\infty$, $p=Const$, $0<p<1$,

ապա հավասարաչափ x_1-ի և x_2-ի նկատմամբ $(-\infty \le x_1 < x_2 \le +\infty)$

$$P\left\{x_1 < \frac{\mu_n - np}{\sqrt{npq}} < x_2\right\} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{u^2}{2}} du :$$

$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int^{x} e^{-\frac{u^2}{2}}du$ ֆունկցիայի արժեքների աղյուսակը բերված է խնդրագրքի վերջում /աղյուսակ 2/։

217. Զառը նետվում է 5 անգամ։ Ինչպիսի՞ն է երեքին բազմապատիկ թվի երկու անգամ բացվելու հավանականությունը։

218. Կատարում են հինգ անկախ փորձեր, որոնցից յուրաքանչյուրում միաժամանակ նետում են երեք զառ։ Ինչի՞ է հավասար փորձերից երկուսում երեքական միավոր ստանալու հավանականությունը։

— 219. 52 խաղաթղթերից բաղկացած կապուկը չորս խաղացողների միջև բաժանելու ժամանակ նրանցից մեկին երեք անգամ անընդմեջ մեկանոց չի ընկնում։ Հիմք ու՞նի արդյոք նա բողոքելու իր ,,ձախորդության,, համար։

—220. R շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ ներգծված է կանոնավոր եռանկյուն։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այդ շրջանի մեջ պատահականորեն նշված 4 կետերը կգտնվեն եռանկյան մեջ։

—221. ℓ երկարություն ունեցող AB հատվածը բաժանվում է C կետով 2:1 հարաբերությամբ։ Այդ հատվածի վրա պատահականորեն նետում են 4 կետ։ Գտնել նրանցից երկուսի C կետից ձախ, երկուսի՝ աջ գտնվելու հավանականությունը։

+222. Բանախի խնդիրը։ Գլանակը կպցնելու համար քաղաքացին օգտվում է լուցկու երկու տուփից, հանելով պատահականորեն՝ այս կամ այն տուփը։ Որոշ ժամանակ անց նա նկատում է, որ տուփերից մեկը դատարկ է։ Ինչի՞ է հավասար այդ դեպքում երկրորդ տուփի մեջ k հատիկ գտնվելու հավանականությունը, եթե սկզբում յուրաքանչյուր տուփի մեջ կար n հատիկ։

—223. Պատահույթի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը չորս անկախ փորձերում հավասար է 0,59-ի։ Ինչպիսի՞ն է մեկ փորձում պատահույթի երևալու հավանականությունը, եթե յուրաքանչյուր փորձում այդ հավանականությունը նույնն է։

224. Կատարում են 20 անկախ փորձ, որոնցից յուրաքանչյուրում միաժամանակ նետում են 3 մետաղադրամ։ Գտնել գոնե մեկ փորձում երեք գերբ բացվելու հավանականությունը։

225. Կատարվում է հրաձգություն մինչև առաջին դիպուկ կրակոցը։ Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,2-ի։ Գտնել միայն 6 կրակոց անելու հավանականությունը։

226. Մեկ կրակոցով թիրախի ,,10,,-ը խոցելու հավանականությունը հավասար է 0,2-ի։ Քանի՞ անկախ կրակոց պետք է անել, որպեսզի 0,9-ից ոչ պակաս հավանականությամբ տասը միավոր խոցվի գոնե մեկ անգամ։

227. Քանի՞ անգամ պետք է նետել երկու զառը, որ գոնե մեկ անգամ երկու ,,6,, բացվելու հավանականությունը լինի մեծ $\frac{1}{2}$-ից։

228. Արտադրանքի 5 o/o-ը խոտան է։ Որոշել պատահականորեն ընտրված հինգ արտադրանքներից գոնե երկուսի խոտանված լինելու հավանականությունը։

229. Արտադրանքի 90 o/o-ը լավորակ է, 9 o/o-ը ունի վերացնելի արատ, 1 o/o-ը՝ անվերացնելի արատ։ Գտնել պատահականորեն վերցրած երեք արտադրանքներից գոնե մեկի լավորակ և գոնե մեկի վերացնելի արատ ունենալու հավանականությունը։

230. Նպատակակետը ոչնչանում է, եթե նրան դիպչում են յուրաքանչյուրը 120 կգ կշիռ ունեցող երկու ավիառումբ, կամ 200 կգ կշիռ ունեցող մեկ ավիառումբ։ Ինքնաթիռը կարող է բեռնվել ոչ ավելի, քան 1200 կգ. ընդհանուր կշիռ ունեցող ցանկացած միատեսակ ավիառումբերով։ Ո՞ր տիպի ավիառումբերից է ձեռնտու բեռնել, եթե հայտնի է, որ առաջին տիպի ավիառումբի դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,06-ի, իսկ երկրորդինը՝ 0,08-ի։

231. Գտնել 30 անձերի համար տարվա 12 ամիսներից 6 ամիսների երկուական ծննդյան օր, իսկ մյուս 6 ամիսներին երեքական ծն-

նընդյան օր ընկնելու հավանականությունը։

— 232. Հատվածը բաժանված է մասերի 1:2:3:4 հարաբերությամբ։ Հատվածի վրա պատահականորեն նշում են 8 կետ։ Գտնել առաջին հատվածին երեք կետ, երկրորդին՝ 2 կետ, և մնացած կետերը 4-րդ հատվածին պատկանելու հավանականությունը։

233. K հանգույցներից բաղկացած գործիքը աշխատել է t ժամանակամիջոց։ Յուրաքանչյուր հանգույցի հուսալիությունը /անխափան աշխատանքի հավանականությունը/ t ժամանակամիջոցում հավասար է p-ի։ t ժամանակ անց գործիքը կանգ է առնում։ Բանվորը բացահայտում և փոխարինում է շարքից դուրս եկած հանգույցները։ Մեկ հանգույցի փոխարինելու համար նա ծախսում է τ ժամանակ։ Գտնել գործիքի կանգ առնելուց 2τ ժամանակ անց աշխատունակ լինելու հավանականությունը։

— 234. Նավի A կետը միացված է 10 աքոններ ունեցող B կետի հետ։ Յուրաքանչյուր աքոնեա զբաղեցնում է գիծը միջին հաշվով ժամում 6 րոպե։ Ցանկացած երկու աքոնենտների կանչերը անկախ են։

ա/ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ աքոնենտներից մեկը կստանա մերժում /գիծը զբաղեցված է/։ բ/ Գտնել անխափան սպասարկման հավանականությունը, եթե գիծը պարունակում է 4 կանալ։

235. Նավի A կետը պետք է միացնել 10 աքոններ ունեցող B կետի հետ։ Յուրաքանչյուր աքոնենտ զբաղեցնում է գիծը՝ ժամում 12 րոպե։ Ցանկացած երկու աքոնենտների կանչերը անկախ են։ Գտնել անխափան սպասարկման հավանականությունը, եթե գիծը պարունակում է 5 կանալ։

236. Ի՞նչն է ավելի հավանական՝ ստանալ գոնե մեկ ,,6,,՝ չորս զառի նետումով, թե գոնե մեկ անգամ երկու ,,6,,՝ երկու զառերի 24 նետումներով։

237. Ի՞նչն է ավելի հավանական ստանալ՝

ա/ գոնե մեկ ,,6,,՝ զառի վեց նետումների դեպքում,

բ/ գոնե երկու ,,6,,՝ 12 նետումների դեպքում,

գ/ գոնե երեք ,,6,,՝ 18 նետումների դեպքում։

238. Երեք բանվոր իրենց հաստոցների վրա արտադրում են միայն գերազանց և լավորակ մասեր, ընդ որում, նրանցից առաջինը և երկրորդը արտադրում են գերազանց որակի մասեր՝ 0,9 հավանականությամբ, իսկ երրորդը՝ 0,8 հավանականությամբ։ Բանվորներից մեկը արտադրել է 8 մաս, որոնցից երկուսը լավորակ են։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նույն բանվորի արտադրած հաջորդ 8 մասերից երկուսը կլինեն լավ, իսկ 6-ը՝ գերազանց որակի։

239. Կատարում են 4 անկախ փորձ, որոնցից յուրաքանչյուրում A պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է 0,3-ի։ B պատահույթը տեղի է ունենում 1 հավանականությամբ, երբ A պատահույթը հանդես է եկել ոչ պակաս, քան 2 անգամ, չի կարող տեղի ունենալ, երբ A պատահույթը հանդես չի եկել և տեղի է ունենում 0,6 հավանականությամբ, երբ A պատահույթը հանդես է եկել մեկ անգամ։ Գտնել B պատահույթի տեղի ունենալու հավանականությունը։

240. Թիրախի առավելագույն միավորը 10-ն է։ Գտնել թիրախին երեք կրակոցով 28-ից ոչ պակաս միավոր ստանալու հավանականությունը, եթե 30 միավոր ստանալու հավանականությունը հավասար է 0,008-ի։ Հայտնի է նաև, որ մեկ կրակոցով 8 միավոր ստանալու հավանականությունը հավասար է 0,15-ի, իսկ 8-ից պակաս միավոր՝ 0,4-ի։

241. Երկու խաղացողներից յուրաքանչյուրը նետում է դրամը 4 անգամ։ Հաղթում է այն խաղացողը, որի մոտ բացված գերբերի թիվը ավելի մեծ է։ Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար։

242. Երկու բասկետբոլիստներից յուրաքանչյուրը երեք անգամ նետում է գնդակը դեպի զամբյուղ։ Յուրաքանչյուր նետման ժամանակ գնդակը զամբյուղի մեջ ընկնելու հավանականությունը հավասար է համապատասխանաբար 0,6-ի և 0,7-ի։ Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները.

ա/ բասկետբոլիստները կատարել են հավասար թվով հաջող նետումներ,

բ/ առաջին բասկետբոլիստը կատարել է ավելի շատ հաջող նետումներ, քան երկրորդը։

243. Երկու խաղընկեր նետում են մետաղադրամը յուրաքանչյուրը n անգամ։ Գտնել նրանց մոտ միևնույն թվով գերբ բացվելու հավանականությունը։

244. Երկուսը խաղում են մինչև հաղթանակը, ընդ որում անհրաժեշտ է, որ առաջինը հաղթանակը տանի m հերթախաղերում, իսկ երկրորդը՝ n հերթախաղերում։ Ցանկացած հերթախաղում շահելու հավանականությունը առաջին խաղացողի համար հավասար է p-ի, իսկ երկրորդի՝ $q=1-p$-ի։ Գտնել առաջին խաղացողի հաղթանակ տանելու հավանականությունը։

245. Երկու խաղացող պայմանավորվում են, որ շահումը կստանա նա, ով կշահի հերթախաղերի որոշակի քանակ։ Խաղը ընդհատվել է, երբ առաջին խաղացողին մինչև հաղթանակը մնացել է հաղթել m, իսկ երկրորդին՝ n հերթախաղերում։ Ինչպե՞ս բաժանել խաղագումարը, եթե ցանկացած հերթախաղում շահելու հավանականությունը երկու խաղացողի համար էլ հավասար է 1/2-ի։

246. Յուրաքանչյուր փորձում A պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է p-ի։ Գտնել n անկախ փորձերում A պատահույթի զույգ թվով հանդես գալու հավանականությունը։

247. Միջատի K ձու ածելու հավանականությունը հավասար է $P_K=\frac{\lambda^K}{K!}e^{-\lambda}$, $K=0,1,\ldots$ իսկ ձվից միջատի զարգանալու հավանականությունը՝ p-ի։ Գտնել միջատի ℓ սերունդ ունենալու հավանականությունը։

248. Մեկ կրակոցով նպատակակետին դիպչելու հավանականությունը հավասար է p-ի, իսկ $K=1$ դիպչումներով նպատակակետը խոցելու հավանականությունը՝ $1-q^K$-ի։ Ինչի՞ է հավասար նպատակակետը խոցելու հավանականությունը, եթե կատարված է n կրակոց։

249. m վնասվածքների դեպքում սարքը նորոգման կանգնեցնելու անհրաժեշտության հավանականությունը որոշվում է $G(m)=1-(1-\frac{1}{\omega})^m$ բանաձևով, որտեղ ω-ն վնասվածքների միջին թիվն է մինչև սարքը նորոգման կանգնեցնելը։

Ապացուցել, որ n արտադրական ցիկլերից հետո նորոգման անհրաժեշտության հավանականությունը որոշվում է $W_n = 1-(1-\frac{p}{\omega})^n$ բանաձևով, որտեղ p-ն մեկ արտադրական ցիկլի ընթացքում վնասվածք ստանալու հավանականությունն է։

250։ Սուզանավը գրոհում է նավը, արձակելով հաջորդաբար և անկախ մեկը մյուսից n տորպեդ։ Յուրաքանչյուր տորպեդ դիպչում է նավին p հավանականությամբ։ Եթե տորպեդը դիպչում է, ապա $\frac{1}{m}$-ի հավասար հավանականությամբ ջրասույզ է անում նավի m մեկուսամասերից մեկը։ Գտնել նավի խորտակման հավանականությունը, եթե դրա համար անհրաժեշտ է ջրասույզ անել երկուսից ոչ պակաս մեկուսամաս։

251. Ինքնաթիռը գնդակոծվում է n անկախ կրակոցներով։Նրանցից յուրաքանչյուրը p_1 հավանականությամբ դիպչում է այն մասին, որտեղ այն անմիջապես խոցում է ինքնաթիռը, p_2 հավանականությամբ դիպչում է վառելիքի բաքին և p_3 հավանականությամբ ընդհանրապես չի դիպչում ինքնաթիռին։ Վառելիքի բաքին դիպած արկը ճեղք է բացում նրա մեջ, որտեղից մեկ ժամում արտահոսում է K լիտր վառելանյութ։ Կորցնելով M լիտր վառելանյութ, ինքնաթիռը դառնում է անմարտունակ։ Գտնել գնդակոծությունից մեկ ժամ անց ինքնաթիռի անմարտունակ լինելու հավանականությունը։

252։ Մրցության մեջ են մտել K հրաձիգ, որոնցից յուրաքանչյուրը n անգամ կրակում է թիրախին։ Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը i-րդ հրաձիգի համար հավասար է p_i-ի $(i=1,2,...,n)$ ։ Մրցությունը շահում է բոլորից շատ դիպումներ կատարող հրաձիգը։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ մրցման ժամանակ կըհաղթի հրաձիգներից միայն մեկը։

253։ Բեռնուլիի սխեմայի յուրաքանչյուր փորձի հաջողության հավանականությունը հավասար է p-ի։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ K-րդ հաջողությունը տեղի կունենա ℓ-րդ փորձում։

254. Բեռնուլիի սխեմայում հաջողության հավանականությունը p է։ Գտնել $2n$ այդպիսի փորձերում $m+n$ հաջողություններ և բոլոր զույգ համարներ ունեցող փորձերում այն ստանալու հավանականությունը։

255. Բեռնուլիի սխեմայում $p=\frac{1}{2}$։ Ապացուցել, որ

$$\frac{1}{2\sqrt{n}} \le P_{2n}(n) \le \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

256. Մասնիկի շարժումը առանցքի ամբողջ կետերով ղեկավարվում է Բեռնուլիի սխեմայով, որտեղ ,,1,, ելքի երևալու հավանականությունը ,, p ,, է։ Եթե այդ փորձում երևացել է ,,1,,-ը, մասնիկը իր դիրքից տեղափոխվում է հարևան աջ կետը, հակառակ դեպքում՝ ձախ կետը։ Գտնել մասնիկի n քայլերից 0 կետից m կետը տեղափոխվելու հավանականությունը։

257. p հավանականությամբ յուրաքանչյուր վայրկյան անկախ ժամանակի մյուս պահերից ճանապարհով անցնում է ավտոմեքենա։ Հետիոտին ճանապարհը անցնելու համար անհրաժեշտ է 3 վայրկյան։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ճանապարհին մոտեցող հետիոտն անցումը կատարելու համար ստիպված կլինի սպասել՝ ա/ 3 վրկ., բ/ 4 վրկ., գ/ 5 վրկ.։

258. Բեռնուլիի սխեմայում p-ն՝ ,,1,, ելքի հավանականությունն է, $q=1-p$ -ն՝ ,,0,, ելքի հավանականությունը։ Գտնել 00 /երկու հաջորդական զերո/ շղթայի ավելի շուտ քան 01 շղթան իրականանալու հավանականությունը։ Հաշվել այդ հավանականությունը մասնավոր դեպքում, երբ $p=\frac{1}{2}$։

259. 258-րդ խնդրի պայմաններում գտնել 00 /երկու հաջորդական զերո/ շղթայի ավելի շուտ քան 10 շղթան իրականանալու հավանականությունը։ Մասնավորապես հաշվել այդ հավանականությունը, երբ $p=\frac{1}{2}$։

260. Դիտարկենք անկախ փորձերի հաջորդականություն, որոնցից յուրաքանչյուրը զառի նետումն է։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ,,6,,-ի երեք հաջորդական բացումը կիրականանա ավելի շուտ, քան ,,1,,-ի երկու հաջորդական բացումը։

261. Դիտարկենք անկախ փորձերի հաջորդականությունը, որոնցից յուրաքանչյուրում որևէ պատահույթ /,,հաջողություն,,/ տեղի է ունենում p հավանականությամբ, իսկ հակադիր պատահույթը՝ /,,անհաջողությունը,,/ $q=1-p$ հավանականությամբ։ Ի՞նչ հավանականությամբ α հաջորդական ,,հաջողություններ,, կիրականանան ավելի շուտ, քան

β հաջորդական ,,անհաջողությունները,,:

262. $S=\{1,2,\dots,N\}$ բազմությունից պատահականորեն և իրարից անկախ ընտրվում են երկու A_1 և A_2 ենթաբազմություններ այնպես, որ S-ին պատկանող տարրը անկախ մյուս տարրերից p հավանականությամբ մտնում է A_i բազմության մեջ և $q=1-p$ հավանականությամբ մնում է նրանից դուրս: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $A_1\cap A_2=\emptyset$:

263. $S=\{1,2,\dots,N\}$ բազմությունից ենթաբազմությունների ընտրության նույն սխեմայով, ինչ խնդիր 262-ում, իրարից անկախ ընտրվում են r ենթաբազմություններ $A_1, A_2, \dots, A_r$, $r\geq 2$: Գտնել ընտրված ենթաբազմությունների զույգ առ զույգ չհատվելու հավանականությունը:

264. Տվյալ բասկետբոլիստի համար գնդակը մեկ նետումով զամբյուղ գցելու հավանականությունը հավասար է 0,4-ի: Կատարվել է 10 նետում: Գտնել հաջող փորձերի ամենահավանական թիվը և նրան համապատասխանող հավանականությունը:

265. Յուրաքանչյուր փորձում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի: Որոշել անկախ փորձերի n թիվը, որոնց դեպքում պատահույթի երևալու ամենահավանական թիվը հավասար կլինի 20-ի:

266. Մետաղադրամը նետվում է 20 անգամ: Գտնել գերբի երևալու ամենահավանական թիվը:

267. Դիցուք $\mathcal{P}$-ն և $\mathcal{P}'$-ը A պատահույթի երևալու ամենահավանական թվի հավանականություններն են՝ n և $n+1$ անկախ փորձերում /յուրաքանչյուր փորձում $P(A)=p$ /: Ապացուցել, որ $\mathcal{P}'\leq\mathcal{P}$ ընդ որում, եթե $(n+1)\cdot p$-ն ամբողջ թիվ չէ, ապա հավասարությունը բացառված է:

268. Կապի գծով հաղորդում են 100 նշան: Յուրաքանչյուր նշան կարող է աղավաղվել անկախ մյուսներից 0,005 հավանականությամբ: Գտնել երեքից ոչ ավել նշանների աղավաղված լինելու հավանականության մոտավոր արժեքը:

269. Գտնել A պատահույթի 2400 անկախ փորձերում 1400 անգամ երևալու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ փորձերից յուրաքանչյուրում այդ պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է 0,6-ի։

270. Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի։ Գտնել 100 կրակոցների դեպքում թիրախին 75 անգամ դիպչելու հավանականությունը։

271. 130 կանալ ունեցող կապի գիծը միացնում է A կետը 1000 աբոնենտ ունեցող B կետի հետ։ Աբոնենտներից յուրաքանչյուրը օգտըվում է հեռախոսից միջին հաշվով ժամում 6 րոպե։ Գտնել աբոնենտների անխափան սպասարկման հավանականությունը։

272. 200 անկախ կրակոցներից 116-ը դիպչել են թիրախին։ Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականության ո՞ր արժեքն է ավելի հավանական՝ 1/2, թե 2/3, եթե մինչև փորձ կատարելը այդ ենթադրությունները հավասարահնարավոր են և միակ հնարավոր։

273. Անկախ 2100 փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,7-ի։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահույթը կերևա ա/ ոչ պակաս, քան 1470 և ոչ ավելի քան 1500 անգամ, բ/ ոչ պակաս քան 1470 անգամ, գ/ 1469-ից ոչ ավելի անգամ։

274. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի։ Քանի՞ անգամ պետք է կրկնել փորձը, որպեսզի 0,9 հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ պատահույթը կերևա ոչ պակաս, քան 75 անգամ։

275. Թռիչքի մեկ ժամվա ընթացքում տիեզերանավի բախման հավանականությունը ասուպի հետ հավասար է 0,001-ի։ Գտնել թռիչքի երեք ամսվա ընթացքում /հունիսի 1-ից մինչև օգոստոսի 31-ը/ այդպիսի ասուպի հետ բախումների թվի վստահելի սահմանները, եթե գործնականապես վստահելիության հավանականությունը տվյալ դեպքում հավասար է 0,995-ի։

276. 1000 տեղանոց թատրոնը ունի երկու տարբեր մուտքեր։Յուրաքանչյուր մուտքի մոտ կա հանդերձարան։ Քանի՞ տեղ է պետք յուրաքանչյուր հանդերձարանում, որպեսզի միջին հաշվով 100-ից 99-ի դեպքում բոլոր հանդիսատեսները կարողանան օգտվել այն մուտքի հանդերձարանի ծառայությունից, որտեղից ներս են մտել։

Դիտարկել երկու դեպք՝ ա/ հանդիսատեսները գալիս են զույգերով, բ/հանդիսատեսները գալիս են մեկ-մեկ։

277. Զառը նետում են 80 անգամ։ 0,99 հավանականությամբ գտնել այն սահմանները, որտեղ կգտնվի ,,6,,-ի երևալու m թիվը։

278. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,2-ի։ Գտնել փորձերի փոքրագույն n թիվը, որի դեպքում 0,99 հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ պատահույթի երևալու հարաբերական հաճախականությունը կշեղվի իր հավանականությունից բացարձակ արժեքով ոչ ավել, քան 0,04։

279. Գտնել այնպիսի ε-ն, որի դեպքում 0,99 հավանականությամբ պատահույթի հարաբերական հաճախականության և նրա երևալու հավանականության շեղման բացարձակ արժեքը չգերազանցի ε-ին։

280. Պատահույթի երևալու հավանականությունը 900 անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է 0,5-ի։ Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահույթի հարաբերական հաճախականությունը կշեղվի իր երևալու հավանականությունից ոչ ավելի, քան 0,02-ով։

281. Տեխնիկական վերահսկողության բաժինը ստուգման է ենթարկում 475 դետալ։ Դետալի խոտանված լինելու հավանականությունը հավասար է 0,05-ի։ 0,95 հավանականությամբ գտնել այն սահմանները,որտեղ կգտնվի խոտանված դետալների m թիվը։

282. Ավանում 2500 բնակիչ են։ Նրանցից յուրաքանչյուրը ամիսը մոտ 6 անգամ գնացքով մեկնում է քաղաք, ընտրելով ուղևորության օրերը պատահական պատճառներով՝ անկախ մյուսներից։ Գտնել գնացքի փոքրագույն տարողությունը, որի դեպքում այն ամբողջությամբ կլցվի միջին հաշվով 100 օրում ոչ ավելի, քան մեկ անգամ /գնացքը գնում է օրական մեկ անգամ/։

283. Խաղացողը շահում է 7 ռուբլի, եթե զառի վրա բացվում է վեցը և վճարում է 1 ռուբլի՝ հակառակ դեպքում: 0,999936 հավանականությամբ ինչպիսի՞ սահմաններում կգտնվի նրա շահած գումարը, եթե զառը նետված է 8000 անգամ:

66. A պատահույթ — գոնե մեկ զառի վրա երևում է ,,6,,-ը: Անցնելով $\bar{A}$ պատահույթին, կստանանք՝
$P\{A\}=1-P\{\bar{A}\}=1-\frac{5^3}{6^3}=\frac{91}{216}\approx 0,4213$

78. Ընդհանուր ելքերի թիվը հավասար է $n!$:

ա/ Նպաստավոր ելքերի թիվը հավասար է $2n(n-2)!$ /A-ն կարող է ընտրել n տեղերից ցանկացածը, B-ն կարող է ընտրել A-ի կողքի աջ կամ ձախ տեղը, մնացած $(n-2)$ հոգին կարող են տեղավորվել մնացած $(n-2)$ տեղերում $(n-2)!$ տարբեր եղանակներով/: Որոնելի հավանականությունը հավասար է $\frac{2n(n-2)!}{n!}=\frac{2}{n-1}$

78. Ընդհանուր ելքերի քանակը $n=C_{52}^{6}$: A պատահույթ - վերցրած խաղաթղթերը պարունակում են բոլոր տեսակի ներկայացուցիչներ: A պատահույթը կարող է իրականանալ երկու դեպքերում, կամ մի տեսակից լինեն երեք ներկայացուցիչ և մնացած երեք տեսակներից մեկական ներկայացուցիչ /այդպիսի ելքերի թիվը հավասար է $C_4^1C_{13}^3C_{13}^1C_{13}^1C_{13}^1$/, կամ երկու տեսակից լինեն երկուական ներկայացուցիչ, իսկ մնացած երկու տեսակից ընտրվեն մեկական ներկայացուցիչ՝ /$C_4^2C_{13}^2C_{13}^2C_{13}^1C_{13}^1$ տարբեր ելքեր/: $P\{A\}=\frac{C_4^1(C_{13}^1)^3C_{13}^3+C_4^2(C_{13}^1)^2(C_{13}^2)^2}{C_{52}^6}$

82. Բոլոր հնարավոր շարքերի թիվը հավասար է C_{n+m}^{m}: Նպաստավոր կլինեն առաջին հերթին բոլոր այն շարքերը, որոնք սկսվում են սև գնդիկներով, քանի որ որոշ $2k$ հանումներից հետո սպիտակ գնդիկների թիվը կհավասարվի սև գնդիկներին $(m>n)$: Այդպիսի շարքերի թիվը հավասար է C_{n+m-1}^{m}

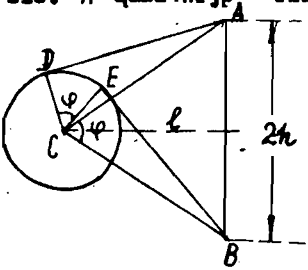
Նպաստավոր կլինեն նաև բոլոր այն շարքերը, որոնց մեջ նշված գնդիկներից բաղկացած խումբը, որը ավարտվում է սպիտակ գնդիկով և պարունակում է հավասար թվով սպիտակ և սև գնդիկներ, կլինի շրջված: Այդ պատճառով որոնելի հավանականությունը հավասար է $2\frac{C_{n+m-1}^{m}}{C_{n+m}^{m}}=2\frac{n}{n+m}$:

103. Առաջին և երկրորդ նավերի ժամանելու պահերը նշանակենք համապատասխանաբար x-ով և y-ով: Հնարավոր արժեքների բազմությունը՝ $\Omega=\{0\le x\le 24,\ 0\le y\le 24\}$: Նպաստավոր արժեքների բազմությունը՝ $A=\{x\le y\le x+1,\ y\le x\le y+2\}$: Որոնելի հավանականությունը հավասար է $P\{A\}=\frac{m(A)}{m(\Omega)}=\frac{\frac{1}{2}(24^2-23^2)+\frac{1}{2}(24^2-22^2)}{24^2}\approx 0,121$:

105. Մեզ հետաքրքրող պատահույթը նկարագրվում է $A=\{u,v: \min(u,v)<t\}$ ենթաբազմությամբ։

$$P\{A\}=P\{\min(u,v)<t\}=1-P\{\min(u,v)\geq t\}=1-P\{u\geq t \cap v\geq t\}=$$
$$=1-\frac{(T_1-t)(T_2-t)}{T_1 T_2}=1-\left(1-\frac{t}{T_1}\right)\left(1-\frac{t}{T_2}\right):$$

113. A պատահույթ – մասնիկը ընկնում է հատվածի վրա։ $\triangle ADC$-ն համընկնում է $\triangle BEC$-ի հետ $\varphi=\angle DCE$ անկյունով պտտելուց հետո։ Որտեղից $\angle ACB=\varphi$։

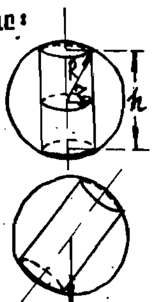


$\triangle ACB$-ից ունենք

$$tg\frac{\varphi}{2}=\frac{h}{l}, \quad \varphi=2\,arctg\frac{h}{l}$$
$$P\{A\}=\frac{2\,arctg\frac{h}{l}}{2\pi}=\frac{1}{\pi}arctg\frac{h}{l}:$$

117. Պատկերացնենք, որ գլանը /դրամը/ ներգծված է գնդին, որի կենտրոնը համընկնում է դրամի զանգվածների կենտրոնի հետ։ Գնդի մակերևույթի վրա պատահականորեն վերցնենք մի կետ։ Եթե այդ կետը կենտրոնի հետ միացնող շառավիղը հատում է գնդի կողմնային մակերևույթը, կհամարենք, որ դրամը ընկել է կողի վրա։

Դիցուք A պատահույթ – դրամը կընկնի կողի վրա։ A-ն գնդի գոտու մակերևույթն է, Ω-ն՝ գնդի մակերևույթը։ Նշանակենք h-ով դրամի հաստությունը, r-ով՝ դրամի շառավիղը, R-ով՝ գնդի շառավիղը։



$$P\{A\}=\frac{m(A)}{m(\Omega)}=\frac{2\pi Rh}{4\pi R^2}=\frac{1}{3}, \text{ որտեղից } h=\frac{2}{3}R:$$

Ունենք $R^2=r^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2=r^2+\frac{R^2}{9}$ կամ

$$\frac{8R^2}{9}=r^2 \quad \text{և} \quad \frac{1}{3}R=\frac{r}{\sqrt{8}}\approx 0{,}354r:$$

Ուրեմն դրամի հաստությունը պետք է կազմի նրա տրամագծի 0,354-րդ մասը։

122. A պատահույթ – գոնե մեկ զառի վրա երևում է „6"-ը, B-ն՝ զառերի վրա կբացվեն տարբեր նիշեր։

$$P\{A/B\}=1-P\{\bar{A}/B\}=1-\frac{5\cdot 4\cdot 3}{6\cdot 5\cdot 4}=\frac{1}{2}:$$

130. Դիցուք $P\{B/A\}=P\{B/\bar{A}\}$ ։ Պայմանական հավանականության սահմանումից բխում է, որ $\frac{P\{A\cap B\}}{P\{A\}}=\frac{P\{B\cap\bar{A}\}}{P\{\bar{A}\}}$,

որտեղից

$$P\{A\cap B\}-P\{A\}\cdot P\{A\cap B\}=P\{A\}\cdot P\{B\cap \bar{A}\}$$ կամ

$$P\{A\cap B\}=P\{A\}\left[P\{A\cap B\}+P\{\bar{A}\cap B\}\right]=P\{A\}\cdot P\{B\},$$ այսինքն՝ A-ն և B-ն անկախ պատահույթներ են։

144. A պատահույթ- վերցրած գնդիկներից գոնե երկուսը տարբեր գույների են։ $\bar{A}$-ն բոլոր գնդիկները նույն գույնի են.

$$P\{A\}=1-P\{\bar{A}\}=1-\frac{C_3^3+C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{109}{120}$$

156. Քանի որ $P\{A\cap B\}\le P\{A\}$ և $P\{A\cap B\}\le P\{B\}$, ապա $(P\{A\}-P\{A\cap B\})(P\{B\}-P\{A\cap B\})\ge 0$ ։ Այստեղից

$$P\{A\}\cdot P\{B\}-P\{A\cap B\}\cdot P\{B\}-P\{A\}\cdot P\{A\cap B\}+P^2\{A\cap B\}\ge 0$$

$$P\{A\}\cdot P\{B\}\ge P\{A\cap B\}\left[P\{B\}+P\{A\}-P\{A\cap B\}\right]=P\{A\cap B\}\cdot P\{A\cup B\}:$$

167. A_i՝ շահում է i-րդ խաղացողը։ Պարզ է, որ $P\{A_2\}=\frac{1}{2}P\{A_1\}$, $P\{A_3\}=\frac{1}{2}P\{A_2\}$. Քանի որ $P\{A_1\}+P\{A_2\}+P\{A_3\}=1$, ապա $P\{A_1\}+\frac{1}{2}P\{A_1\}+\frac{1}{4}P\{A_1\}=1$, որտեղից $P\{A_1\}=\frac{4}{7}$ ։ Հետևաբար՝ $P\{A_2\}=\frac{2}{7}$, $P\{A_3\}=\frac{1}{7}$ ։

170. Նշանակենք p_1-ով սպիտակ գնդիկի սև-ից շուտ երևալու հավանականությունը, p_2-ով սև գնդիկի սպիտակ գնդիկից շուտ երևալու հավանականությունը։
Նկատենք, որ $\frac{p_1}{p_2}=\frac{a}{b}$, $p_1+p_2=1$, հետևաբար $p_1=\frac{a}{a+b}$ ։

175. Քանի որ անկախ պատահույթները համատեղ են, ապա
$p=P\{A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n\}<\sum_{i=1}^{n}P\{A_i\}=\sum_{i=1}^{n}p_i$ ։
Մյուս կողմից՝ $p=1-P\{\bar{A}_1\cap\bar{A}_2\cap\ldots\cap\bar{A}_n\}=1-P\{\bar{A}_1\}P\{\bar{A}_2\}\cdot\ldots\cdot P\{\bar{A}_n\}=$

$$=1-(1-p_1)(1-p_2)\cdot\ldots\cdot(1-p_n)=1-e^{\ln\prod_{k=1}^{n}(1-p_k)}=$$

$$=1-e^{\sum_{k=1}^{n}\ln(1-p_k)}>1-e^{-\sum_{k=1}^{n}p_k},$$

քանի որ $\ln(1-p_k)<-p_k$ և e^x ֆունկցիան մոնոտոն աճող է։

177. A_i՝ պատահույթ - i թիվը գտնվում է i-րդ տեղում։ Գումարման թեորեմից

$$p_n=P\{\bigcup_{i=1}^{n}A_i\}=\sum_{i=1}^{n}P\{A_i\}-\sum_{i>j}P\{A_i\cap A_j\}+\ldots+(-1)^{n-1}P\{A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n\},$$

որտեղ $P\{A_i\}=\frac{1}{n}$, $i=\overline{1,n}$, $P\{A_i \cap A_j\}=\frac{1}{n(n-1)}$, $i \neq j=\overline{1,n}$,

$P\{A_i \cap A_j \cap A_k\}=\frac{1}{n(n-1)(n-2)}$, $i>j>k$, ..., $P\{\bigcap_{k=1}^{n} A_k\}=\frac{1}{n!}$,

$$P_n=C_n^1\frac{1}{n}-C_n^2\frac{1}{n(n-1)}+\ldots+(-1)^{n-1}C_n^n\frac{1}{n!}=1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}=$$

$$=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{1}{k!}, \qquad \lim_{n\to\infty}P_n=1-e^{-1}.$$

191. B_k պատահույթ – A_1 բազմության տարրերի քանակը հավասար է k-ի, $k=\overline{0,N}$, $A=\{A_1 \cap A_2=\varnothing\}$:

Քանի որ $P\{B_k\}=\frac{C_N^k}{2^N}$ և $P\{A/B_k\}=\sum_{m=0}^{N-k}\frac{C_{N-k}^m}{2^N}$, ապա

ըստ լրիվ հավանականությունների բանաձևի՝

$$P\{A\}=\sum_{k=0}^{N}P\{B_k\}\cdot P\{A/B_k\}=\sum_{k=0}^{N}\frac{C_N^k}{2^N}\sum_{m=0}^{N-k}\frac{C_{N-k}^m}{2^N}=\frac{1}{4^N}\sum_{k=0}^{N}C_N^k 2^{n-k}=\left(\frac{3}{4}\right)^N.$$

196. Նշանակենք $P_n\{A\}$-ով n քայլերից հետո ամբողջ խաղը տանելու հավանականությունը A խաղացողի համար /$P_n\{B\}$-ով՝ B խաղացողի համար/։ Ապա

$$P_2\{A\}=\alpha^2, \quad P_4\{A\}=2\alpha\beta P_2\{A\}, \quad P_6\{A\}=(2\alpha\beta)^2 P_2\{A\},$$

ա/ A խաղացողի համար ամբողջ խաղը տանելու հավանականությունը հավասար է՝

$$P\{A\}=\sum_{k=1}^{\infty}P_{2k}\{A\}=\sum_{k=1}^{\infty}(2\alpha\beta)^{k-1}\alpha^2=\frac{\alpha^2}{1-2\alpha\beta}.$$

Համանմանորեն B խաղացողի համար ամբողջ խաղը տանելու հավանականությունը հավասար կլինի՝

$$P\{B\}=\sum_{k=1}^{\infty}P_{2k}\{B\}=\sum_{k=1}^{\infty}(2\alpha\beta)^{k-1}\beta^2=\frac{\beta^2}{1-2\alpha\beta}.$$

բ/ Քանի որ $\alpha-\frac{\alpha^2}{1-2\alpha\beta}=\frac{\alpha-2\alpha^2\beta-\alpha^2}{1-2\alpha\beta}=\frac{\alpha\beta(\beta-\alpha)}{1-2\alpha\beta}<0,$

եթե $\alpha>\beta$, ապա խաղացողի համար շահավետ է խաղալ ամբողջ խաղը։

202. A_1 պատահույթ – պահեստից պատահականորեն վերցրած մասը արտադրված է առաջին հաստոցի վրա։ A_2-ը՝ մասը արտադրված է երկրորդ հաստոցի վրա, B-ն՝ մասը բարձր որակի է։ Օգտվելով Բայեսի բանաձևից կստանանք՝

$$P\{A_1/B\}=\frac{P\{A_1\}\cdot P\{B/A_1\}}{P\{A_1\}\cdot P\{B/A_1\}+P\{A_2\}\cdot P\{B/A_2\}},$$

որտեղ $P\{A_1\}=\frac{2}{3}$, $P\{A_2\}=\frac{1}{3}$, $P\{B/A_1\}=0{,}6$, $P\{B/A_2\}=0{,}84$.

Այսպիսով, $P\{A_1/B\}=\frac{10}{17}$.

210. B_1 պատահույթ – առաջին հանված գնդիկը սպիտակ է, B_2-ը՝ երկրորդ հանված գնդիկը սպիտակ է, A_k ենթադրություն – սափորը պարունակում է k սպիտակ գնդիկ, $k=0,1,\ldots,n$ ։ Քանի որ A_k ենթադրությունները $(k=0,1,\ldots,n)$ հավասարահնարավոր են, ապա $P\{A_k\}=\frac{1}{n+1}$

Ըստ լրիվ հավանականության բանաձևի,

$$P\{B_1\}=\sum_{k=0}^{n}P\{A_k\}\cdot P\{B/A_k\}=\frac{1}{n+1}\left(\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\ldots+\frac{n}{n}\right)=\frac{n(n+1)}{2n(n+1)}=\frac{1}{2}:$$

Նույն բանաձևից.

$$P\{B_1\cap B_2\}=\sum_{k=0}^{n}P\{A_k\}\cdot P\{B_1\cap B_2/A_k\}=\frac{1}{n+1}\left(\frac{C_2^2}{C_n^2}+\frac{C_3^2}{C_n^2}+\ldots+\frac{C_n^2}{C_n^2}\right)=$$

$$=\frac{1}{n(n+1)(n-1)}\sum_{k=1}^{n}k(k-1)=\frac{2(n-1)n(n+1)}{6(n-1)n(n+1)}=\frac{1}{3}:$$

Որոնելի $P\{B_2/B_1\}$ հավանականությունը կգտնենք պայմանական հավանականության սահմանումից՝

$$P\{B_2/B_1\}=\frac{P\{B_1\cap B_2\}}{P\{B_1\}}=\frac{2}{3}:$$

212. B պատահույթ – համազարկ տալու դեպքում երեք հրաձիգներից երկուսը կխփեն թիրախին, A_1 պատահույթը՝ երրորդ հրաձիգը կվրիպի։

$$P\{A_1\}=\frac{1}{3},\ P\{\bar{A}_1\}=\frac{2}{3},\ P\{B/A_1\}=\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{5},\ P\{B/\bar{A}_1\}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}=\frac{7}{20}$$

Ըստ Բայեսի բանաձևի

$$P\{A_1/B\}=\frac{P\{A_1\}\cdot P\{B/A_1\}}{P\{A_1\}\cdot P\{B/A_1\}+P\{B/A_2\}\cdot P\{A_2\}}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{20}}=\frac{6}{13}:$$

284. Աբոնենտը զբաղեցնում է գիծը $p=0,1$ հավանականությամբ, գիծը ազատ է $q=0,9$ հավանականությամբ։ A-ն այն պատահույթն է, երբ գիծը զբաղեցված է, B պատահույթը՝ գիծը անխափան աշխատում է։

ա/ $P\{A\}=1-(0,9)^{10}\approx 0,6513$

բ/ $P\{B\}=\sum_{k=0}^{4}C_{10}^{k}(0,1)^{k}\cdot(0,9)^{10-k}\approx 0,998$ ։

289. A_1 պատահույթ – A պատահույթը տեղի կունենա առնվազն երկու անգամ, A_2 պատահույթը՝ A-ն ոչ մի անգամ տեղի չի ունենա, A_3 պատահույթը՝ A-ն տեղի կունենա մեկ անգամ։

$$P\{A_1\}=P_n(m\geq 2)=1-P_n(0)-P_n(1)=1-(0,7)^4-C_4^1\cdot 0,3(0,7)^3=0,3483,$$

$$P\{A_2\}=(0,7)^4=0,2401,\qquad P\{A_3\}=C_4^1\cdot 0,3\cdot(0,7)^3=0,4116,$$

$$P\{B/A_1\}=1,\qquad P\{B/A_2\}=0,\qquad P\{B/A_3\}=0,6,$$

$$P\{B\}=\sum_{i=1}^{3} P\{A_i\}\cdot P\{B/A_i\}=0{,}5952:$$

249. A պատահույթ – խաղընկերների մոտ երևում են միևնույն թվով զերբեր՝

$$P\{A\}=\sum_{k=0}^{n}\left[C_n^k\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}\right]^2=\frac{1}{2^{2n}}\sum_{k=0}^{n}\left(C_n^k\right)^2=\frac{C_{2n}^n}{2^{2n}}:$$

250. B պատահույթ – նավը կխորտակվի, A_k-ն՝ նավին կդիպչեն k տորպեդ, $k=0,1,\dots,n$: $P\{A_k\}=C_n^k p^k q^{n-k}$, $P\{B/A_0\}=0$, $P\{B/A_1\}=0$,

$$P\{B/A_k\}=1-P\{\bar B/A_k\}=1-m\left(\frac{1}{m}\right)^k=1-\frac{1}{m^{k-1}},\quad k\geq 2,$$

$$P\{A\}=\sum_{k=2}^{n} C_n^k p^k q^{n-k}\left(1-\frac{1}{m^{k-1}}\right):$$

255. Բեռնուլիի բանաձևից

$$P_{2n}(n)=C_{2n}^n\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{(2n)!}{(n!)^2\,2^{2n}}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2n)}{(n!\,2^n)(n!\,2^n)}=$$

$$=\frac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdot\ldots\cdot(2n)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{2n-1}{2n}<\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{2n}{2n+1}=$$

$$=\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{2n}{2n-1}\cdot\frac{1}{2n+1}=$$

$$=\frac{1}{P_{2n}(n)}\cdot\frac{1}{2n+1},$$ որտեղից $P_{2n}(n)<\dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}$:

Մյուս կողմից, երբ $n>1$,

$$2P_{2n}(n)=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdot\ldots\cdot\frac{2n-1}{2n}>\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{2n-2}{2n-1}=$$

$$=\frac{1}{P_{2n}(n)}\cdot\frac{1}{2n},$$ որտեղից $P_{2n}(n)>\dfrac{1}{2\sqrt{n}}$:

Երբ $n=1$, $P_{2n}(n)=\frac{1}{2}$: Այսպիսով, ցանկացած $n\geq1$ համար

$$P_{2n}(n)\geq\frac{1}{2\sqrt{n}}:$$

258. B պատահույթ – 00 շղթան կիրականանա 01 շղթայից շուտ: A_k-ն՝ „0"-ն առաջին անգամ կիրականանա k-րդ փորձում:

$$P\{B\}=\sum_{k=1}^{\infty} P\{A_k\}\cdot P\{B/A_k\}=q^2+pq^2+p^2q^2+\ldots=q^2(1+p+p^2+\ldots)=q$$

276. ա/ Դիցուք յուրաքանչյուր հանդերձարան ունի x տեղ: Նշանակենք μ-ով զույգերի թիվը, որոնք ընտրել են հանդերձարաններից մեկը: Այդ դեպքում $(500-\mu)$-ն մյուս հանդերձարանից օգտվող զույգերի թիվն է: Մուավր-Լապլասի թեորեմի օգնությամբ պետք է ընտրել x թիվը այնպես, որ

$$P\{2\mu<x \cap 2(500-\mu)<x\}\approx0{,}99;$$

$$P\left\{\frac{500-\frac{x}{2}-np}{\sqrt{npq}}<\frac{\mu-np}{\sqrt{npq}}<\frac{\frac{x}{2}-np}{\sqrt{npq}}\right\}=P\left\{-\frac{x-500}{10\sqrt5}<\frac{\mu-np}{\sqrt{npq}}<\frac{x-500}{10\sqrt5}\right\}=$$

$$\approx\Phi\left(\frac{x-500}{10\sqrt5}\right)-\Phi\left(-\frac{x-500}{10\sqrt5}\right)=2\Phi\left(\frac{x-500}{10\sqrt5}\right)=0{,}99;\quad \Phi\left(\frac{x-500}{10\sqrt5}\right)=0{,}495$$

Երկրորդ աղյուսակից ստացվում է $\frac{x-500}{10\sqrt5}=2{,}58$, որտեղից $x=558$:

բ/ Դիցուք μ-ն այն հանդիսատեսների թիվն է, որոնք ընտրել են հանդերձարաններից մեկը:

$$P\{\mu<x\cap(1000-\mu)<x\}=P\{1000-x<\mu<x\}=P\left\{\frac{1000-x-np}{\sqrt{npq}}<\frac{\mu-np}{\sqrt{npq}}<\frac{x-np}{\sqrt{npq}}\right\}=$$

$$=P\left\{\frac{500-x}{5\sqrt{10}}<\frac{\mu-np}{\sqrt{npq}}<\frac{x-500}{5\sqrt{10}}\right\}\approx2\Phi\left(\frac{x-500}{5\sqrt{10}}\right)=0{,}99.$$

Երկրորդ աղյուսակից ստացվում է $\frac{x-500}{5\sqrt{10}}=2{,}58$ որտեղից $x=541$:

283. Խաղացողի շահած գումարը նշանակենք R-ով, իսկ „6"-ի երևումների թիվը՝ m-ով: $R=7m-(8000-m)=8m-8000$.

Մուավր-Լապլասի թեորեմայից հետևում է

$$P\left\{\left|\frac{m}{n}-p\right|\le\varepsilon\right\}\approx2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)=0{,}999936,$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)=0{,}499968:$$

Երկրորդ աղյուսակից՝ $\varepsilon=\frac{1}{60}$:

$\left|\frac{m}{8000}-\frac{1}{6}\right|\le\frac{1}{60}$ անհավասարությունից ստանում ենք $1200\le m\le\frac{4400}{3}$, որտեղից $1600\le R\le3733\frac{1}{3}$:

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Աղյուսակ 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3935	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	38 5
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3 83	3668	3653	3637	3621	3605	3580	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3202	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2631	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	1940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0386	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0 70	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	00 6	0055	0053	0051	0050	0018	0047	0046

3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
8,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0027	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0013	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0000	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

Աղյուսակ 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0039	0079	0119	0159	0199	0239	0279	0318	0358
0,1	0398	0438	0477	0517	0556	0596	0635	0674	0714	0753
0,2	0792	0831	0870	0909	0948	0987	1025	1064	1102	1140
0,3	1179	1217	1255	1293	13 0	1368	1405	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1627	1664	1700	1736	1772	1808	1843	1879
0,5	1914	1949	1984	2019	2054	2088	2122	2156	2190	2224
0,6	2257	2290	2323	2356	2389	2421	2453	2485	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2703	2733	2763	2793	2823	2852
0,8	2881	2910	2938	2967	2995	3023	3051	3078	3105	3132
0,9	3159	3185	3212	3238	3263	3289	3314	3339	3364	3389
1,0	3413	3437	3461	3485	3508	3531	3554	3576	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3707	3728	3749	3769	3790	3810	3829
1,2	3849	3868	3887	3906	3925	3943	3961	3979	3997	4014
1,3	4032	4049	4065	4082	4098	4114	4130	4146	4162	4177
1,4	4192	4207	4220	4236	4250	4264	4278	4292	4305	4318
1,5	4331	4344	4357	4369	4382	4394	4406	4417	4429	4440
1,6	4452	4463	4473	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4544
1,7	4554	4563	4572	4581	4590	4599	4608	4616	4624	4632
1,8	4640	4648	4656	4663	4671	4678	4685	4692	4699	4706
1,9	4712	4719	4725	4732	3738	4744	4750	4755	4761	4767

2,0	4772	4777	4783	4788	4793	4798	4803	4807	4812	4816
2,1	4821	4825	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4853	4857
2,2	4861	4864	4867	4871	4874	4877	4880	4884	4887	4889
2,3	4892	4895	4898	4901	4903	4906	4908	4911	4913	4915
2,4	4918	4920	4922	4924	4925	4928	4930	4932	4934	4936
2,5	4937	4939	4941	4943	4944	4945	4947	4949	4950	4952
2,6	4953	4954	4956	4957	4958	4959	4960	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4972	4973
2,8	4974	4975	4976	4976	4977	4978	4978	4979	4980	4980
2,9	4981	4981	4982	4983	4983	4984	4984	4985	4985	4986

3,0	0,49865	3,1	49903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5	49977	3,6	49984	3,7	49989	3,8	49993	3,9	49995
4,0	499968								
4,5	499999								
5,0	499999997								

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

11. $x=\bar{B}$: 19. $A=\varnothing, B=(0,1)\setminus\{\frac{1}{2}\}$: 27. 49,42: 28. $A_{10}^{6}=151200$:
30. $\frac{n(n-3)}{2}$: 31. C_n^4: 32. 462,252: 33. $8!=40320$:
34. $(n-1)!(n-2)$ :: 35. $C_{m+n}^{n}=C_{m+n}^{m}$: 38. $C_{N+n-1}^{n}, C_{n-1}^{N-1}$:

39. $C_{16}^{10}=8008$: 40. ա/ C_{N+n-1}^{n}, բ/ C_{n-1}^{N-1}: 41. C_{N+n-1}^{n}:

42. $\frac{3}{4}$: 43. ա/ $\frac{1}{6}$, բ/ $\frac{5}{6}$: 44. 1/ ա/ $\frac{k!}{n^k}$, բ/ $\frac{n!}{(n-k)!\,n^k}$,

2/ ա/ $\frac{k!\,(n-1)!}{(n+k-1)!}$, բ/ $\frac{n!\,(n-1)!}{(n+k-1)!\,(n-k)!}$,

3/ ա/ $\frac{k!\,(n-k)!}{n!}$ բ/ 1,

4/ ա/ $\frac{k!\,(n-k)!}{n!}$ բ/ 1:

45. 0,1512: 46. ա/ $\approx 0,0004$, բ/ $\approx 0,1499$:

47. ա/ $\frac{1}{\ell^{k-1}}$, բ/ $\frac{A_\ell^k}{\ell^k}$:: 48. 0,4:

49. ա/ $\frac{4}{9}\approx 0,44\ldots$, բ/ $\frac{1}{3024}\approx 0,0003$: 50. $\frac{24}{91}\approx 0,2637$:

51. $\frac{C_a^2}{C_{a+b}^2}$:: 52. $\frac{C_{N-k}^{n}}{C_N^n}$: 53. $\approx 0,1788$: 54. ա/ $\approx 0,5263$,
բ/ $\approx 0,418$: 55. $\approx 0,39$: 56. $\frac{C_M^m\, C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$: 57. 1/ $\frac{1}{C_{49}^6}\approx$
$\approx 7,2\cdot 10^{-8}$, 2/ $\frac{C_6^5\cdot C_{43}^1}{C_{49}^6}\approx 18,6\cdot 10^{-6}$, 3/ $\frac{C_6^4\, C_{43}^2}{C_{49}^6}\approx 97\cdot 10^{-5}$,
4/ $\frac{C_6^3\cdot C_{43}^3}{C_{49}^6}\approx 18\cdot 10^{-3}$: 5/ $\sum_{i=3}^{6}\frac{C_6^i\, C_{43}^{6-i}}{C_{49}^6}\approx 0,019$:

58. $\sum_{s=1}^{r}\frac{C_m^s\cdot C_{n-m}^{r-s}}{C_n^r}$: 59. $\frac{1}{55}\approx 0,1818\ldots$:

60. $\frac{C_{N-3}^{r-1}}{C_{N-1}^{r-1}}$: 61. ա/ $\approx 0,162$, բ/ $\approx 0,155$: 62 ա/ $\approx 0,0001$,
բ/ $\approx 0,18$, գ/ $\approx 0,1484$: 63. ա/ 0,504, բ/ 0,432, գ/ 0,027,
դ/ 0,036, ե/ 0,001: 64. ա/ $\frac{1}{3}$, բ/ $\frac{C_{n-2}^{m}\cdot 2^{n-m-2}}{3^n}$, $(0\le m\le n-2)$,

գ/ $\frac{C_n^m \cdot 2^{n-m}}{3^n}$, $(0\le m\le n)$, դ/ $\frac{n!}{m_0!\,m_1!\,m_2!\,3^n}$, $m_0+m_1+m_2=n$:

65. $\frac{67}{91}\approx 0{,}7363$: 66. $\frac{91}{216}\approx 0{,}4213$: 67. $\frac{27}{29}\approx 0{,}931$:

68. ա/ $3^{-9}\approx 0{,}00005$, բ/ $3^{-8}\approx 0{,}00015$, գ/ $1-\left(\frac{2}{3}\right)^9\approx 0{,}974$

դ/ $\frac{9!}{(3!)^3\cdot 3^9}\approx 0{,}0854$: 69. $\frac{12!}{12^{12}}\approx 0{,}00005$: 70. $\frac{n!}{n^n}$:

71. ա/ $\frac{1}{3}$, բ/ $\frac{1}{3}$, գ/ $\frac{1}{3}$: 72. ոչ: 73. ա/ $\frac{2}{n-1}$,

ա^1/ $\frac{1}{n-1}$, բ/ $\frac{6}{(n-2)(n-1)}$, բ^1/ $\frac{1}{(n-2)(n-1)}$: 74. ա/ $\frac{2}{n}$,

ա^1/ $\frac{1}{n}$, բ/ $\frac{6}{n(n-1)}$, բ^1/ $\frac{1}{n(n-1)}$:

75. $\frac{2(n-r-1)}{n(n-1)}$: 76. ա/ $\approx 0{,}0038$, ա^1) $\approx 0{,}0006$, ա^2/ $\frac{1}{6}$,

բ/ $\approx 0{,}0026$: 77. 0,8 : 78. $\approx 0{,}4265$: 79. $\approx 0{,}0023$:

80. $\approx 0{,}9508$: 81. $\frac{n-m+1}{n+1}$, երբ $m\le n$ և 0, երբ $m>n$:

82. $\frac{2n}{n+m}$: 83. $\approx 0{,}0055$: 84. $\approx 0{,}0809$: 85 ա/ $\frac{1}{(2n-1)!!}$,

բ/ $\frac{n!}{(2n-1)!!}$: 86. ա/ $\frac{43}{216}\approx 0{,}1991$, բ/ $\frac{5}{54}\approx 0{,}0926$:

87. $\left(1-\frac{2}{n}\right)^{2^r-2}$: 88. ա/ $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{r-1}$, բ/ $\prod_{k=1}^{r-1}\left(1-\frac{k}{n}\right)$,

ա^1/ $\left(1-\frac{N}{n}\right)^{r-1}$, բ^1/ $\prod_{k=0}^{r-2}\left(1-\frac{N}{n-k}\right)^{r-k-1}$:

89. երբ $N=10k+l$, ապա

$$\rho_N = \begin{cases} \dfrac{2k}{N}, & l=0 \\ \dfrac{2k+1}{N}, & 1 \le l \le 8, \\ \dfrac{2k+2}{N}, & l=9; \end{cases} \qquad \lim_{N\to\infty} \rho_N = \frac{1}{5}:$$

90. $\rho_N = \frac{1}{N}\left[\frac{N}{k}\right] \to \frac{1}{k}$, որտեղ $[\cdot]$ – թվի ամբողջ մասն է:

91. $\rho_2 = \frac{1}{N^2}\left(\left[\frac{N}{2}\right]^2 + \left(N-\left[\frac{N}{2}\right]\right)^2\right) = 1 - \frac{2}{N}\left[\frac{N}{2}\right] + \frac{2}{N^2}\left[\frac{N}{2}\right]^2,$

$\rho_3 = \frac{1}{N^2}\left(\left[\frac{N}{3}\right]^2 + \left(N-\left[\frac{N}{3}\right]\right)^2\right) = 1 - \frac{2}{N}\left[\frac{N}{3}\right] + \frac{2}{N^2}\left[\frac{N}{3}\right]^2,$

$\rho_2 < \rho_3$, երբ $N \ge 3$.

92. ա/ $\frac{1}{n^n}$, բ/ $\frac{C_n^k (n-1)^{n-k}}{n^n}$, գ/ $\frac{1}{n}$, դ/ $\frac{1}{n^k}$:

93. ա/ $\frac{1}{n!}$, բ/ $\frac{1}{A_n^k}$, եթե բոլոր $j_1, j_2, \dots, j_k$ -ը տարբեր են և 0, եթե $j_1, j_2, \dots, j_k$ -ի մեջ կան միատեսակներ, գ/ $\frac{1}{n}$:

94. 1/ $1 - \frac{N!}{N^n}$, 2/ $\frac{N!\, C_{N+1}^2}{N^{N+1}}$, 3/ $\left(\frac{1}{2} C_{N+1}^2 C_{N-1}^2 + C_{N+1}^3\right)\frac{N!}{N^{N+1}}$

95. $\frac{1}{5}$: 96. $\frac{a-r}{a}$: 97. ա/ $\frac{(a-2r)^2}{a^2}$, բ/ $1-4\left(\frac{r}{a}\right)^2$: 98. ա/ $\frac{2}{\pi}$, բ/ $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$: 99. $\frac{1}{2}$: 100. ա/ $\frac{1}{12}$, բ/ 0 : 101. ա/ $\frac{2}{3}$, բ/ $\frac{1}{12}$: 102. $k(2-k)$: 103. $\approx 0{,}121$: 104. 2/ ա/ $1-(1-z)^2$, բ/ $z(1-\ln z)$, գ/ $1-(1-z)^2$, դ/ z^2, ե/ $2z^2$, եթե $z \le \frac{1}{2}$ և $1-2(1-z)^2$, եթե $z > \frac{1}{2}$:

105. $1-\left(1-\frac{t}{T_1}\right)\left(1-\frac{t}{T_2}\right)$: 106. $\frac{1+3\ln 2}{8} \approx 0{,}3849$:

107. $\approx 0{,}21$ 108. $\frac{2l}{\pi a}$: 109. Նայիր Б. В. Гнеденко „Курс теории вероятностей".

110. ա/ $\frac{1}{4}$; բ/ $\frac{1}{3}$: 111. ա/ $\frac{1}{4}$, բ/ 0, 112. $\frac{1}{2}$:

113. $\frac{1}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{h}{l}$: 114. $\frac{(l-d-2r)(l\cos\varphi - d - 2r)}{l^2 \cos\varphi}$, եթե

$0 \leq \varphi \leq \arccos \frac{d+2r}{l}$ և 0, եթե $\varphi > \arccos \frac{d+2r}{l}$:

115. $\frac{b+d}{L \sin \alpha}$, եթե $b+d < L \sin \alpha$ և 1, եթե $b+d \geq L \sin \alpha$:

116. $1-\left(1-\frac{r}{L}\sqrt{1+\left(\frac{v}{u}\right)^2}\right)$, եթե $r\sqrt{1+\left(\frac{v}{u}\right)^2} < L$ և 1, եթե $r\sqrt{1+\left(\frac{v}{u}\right)^2} \geq L$:

117. Դրամի հաստությունը պետք է կազմի նրա տրամագծի $\approx 0,354$ մասը։

118. ա/ $\frac{2}{3}$, բ/ $\frac{2}{3}$: 119. $\frac{3\ln 4+5}{36} \approx 0,2544$։

120. $\frac{1}{7}$։ 121. $\frac{2}{5}$: 122. $\frac{1}{2}$: 123. $P\{\xi=i/\eta=0\}=\begin{cases} \frac{1}{19}, & \text{եթե } i=0 \\ \frac{2}{19}, & \text{եթե } i=\overline{1,9} \end{cases}$

124. $\frac{p}{8-7p}$: 131. Կախյալ են։ 132. ա/ Անկախ են, բ/ անկախ են։

136. ա/ A_l և B_k պատահույթները անկախ են ցանկացած l-ի և k-ի դեպքում,
բ/ A_2 և C_2 պատահույթները անկախ են, գ/ A_4 և C_4 պատահույթները կախյալ են։

138. Անկախ են $\{A_i, A_j\}$, $i,j \in \{1,2,5,6\}$ զույգերը և $\{A_1, A_5, A_6\}$, $\{A_2, A_5, A_6\}$ եռյակները։

139. $r \geq \frac{2}{3}$, $r=\frac{1}{3}$ և $r \leq 0$ դեպքերում։

142. $\frac{5}{8} \approx 0,625$ ։ 143. $\frac{31}{96} \approx 0,323$։ 144. $\frac{109}{120} \approx 0,9083$:

145. ա/ Առաջին սափորի ամենահավանական պարունակությունը սկզբնական պարունակության պահպանումն է։
բ/ $\frac{42}{125} \approx 0,336$։

146. ա/ 0,94, բ/ 0,38։ 147. ա/ 0,3, բ/ 0,6։

148. Ավելի հավանական է, որ ուսանողը գիրքը կգտնի։

149. $\frac{57}{115} \approx 0,4956$։ 150. 0,96:

151. $1-\frac{(n-l)!\,(n-k)!}{n!\,(n-l-k)!}$, եթե $k \leq n-l$ և 1, եթե $k > n-l$:

152. ա/ $\left(\frac{C_6^3 \cdot C_{43}^3}{C_{49}^6}\right)^2 \approx 0,00032$, բ/ $\left(\sum_{k=3}^{6} \frac{C_6^k \cdot C_{43}^{6-k}}{C_{49}^6}\right)^2 \approx 0,00035$։

157. 0,5։ 158. $5!\,\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi-2}{4\pi}\right)^4 \approx 0,0052$։

159. ա/ Որոնելի հավանականությունը $P_{N,R}=\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^3\right)^N$,

բ/ $\lim\limits_{N\to\infty} P_{N,R}=e^{-\frac{4\pi\lambda r^3}{3}}$:

$\frac{N}{R^3}\to\frac{4}{3}\pi\lambda$

160. $e^{-\lambda t}$: 161. $1-\left(1-(1-p)^m\right)^K$:

162. ա/ $1-(1-p)^K$, զուգահեռ միացված դիմադրությունների քանակը ավելացնելու դեպքում շղթայի հուսալիությունը աճում է:

բ/ p^K, հաջորդաբար միացված դիմադրությունների քանակը ավելացնելու դեպքում շղթայի հուսալիությունը նվազում է:

163. ա/ $P=p^n(2-p)^n$, բ/ $P=p^n(2-p)^n$: Քանի որ $(2-p)^n>2-p^n$ $(n>1)$, ապա ա/ եղանակը գերադասելի է:

164. ա/ 0,552, բ/ 0,012, գ/ 0,328, դ/ 0,088:

165. $q_5(q_3+pq_4(q_1+p_1q_2))$, որտեղ $q_i=1-p_i$:

166. $P_1=\frac{2}{3}$, $P_2=\frac{1}{3}$: 167. $P_1=\frac{4}{7}$, $P_2=\frac{2}{7}$, $P_3=\frac{1}{7}$:

168. $P_1=\frac{a+b}{a+2b}$, $P_2=\frac{b}{a+2b}$, $\left(P_2=\frac{b}{a+b}P_1\right)$:

169. 0,455: 170. $\frac{a}{a+b}$: 172. $\frac{100!}{2^{100}(50!)^2}$:

173. $\frac{2^n m!n!}{(m+n)!}$: 174. ա/ $\prod\limits_{K=1}^{n}(1-p_K)$, բ/ $1-\prod\limits_{K=1}^{n}(1-p_K)$,

գ/ $\prod\limits_{K=1}^{n}(1-p_K)\sum\limits_{K=1}^{n}\frac{p_K}{1-p_K}$, եթե $p_K<1$:

176. $\sum\limits_{K=1}^{n}(-1)^{K-1}\frac{1}{K!}$: 177. $p_n=\sum\limits_{K=1}^{n}(-1)^{K-1}\frac{1}{K!}$, $\lim\limits_{n\to\infty}p_n=1-e^{-1}$:

178. $p_n=1-\sum\limits_{K=1}^{n}(-1)^{K-1}\left(\frac{1}{K!}\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty}p_n=e^{-1}$:

179. ա/ $\frac{1}{m!}\sum\limits_{K=0}^{n-m}\frac{(-1)^K}{K!}$, բ/ $1-\sum\limits_{K=0}^{n}(-1)^{K-1}\frac{1}{K!}$, գ/ e^{-1} :

180. $1-\sum\limits_{m=1}^{n-1}(-1)^{m-1}C_n^m\left(1-\frac{m}{n}\right)^K$:

181. $\frac{7}{18}\approx 0,39$: 182. $\frac{1}{2}\left(\frac{m_1}{n_1+m_1}+\frac{m_2}{n_2+m_2}\right)$:

183. $\frac{n+2}{2(n+1)}$: 184. 0,4 : 185. $\frac{a}{a+b}$

186. Նշանակություն չունի:

187. $\frac{1}{C^3_{a+b}\,(c+d+3)}\left(C_a^3(c+3)+C_a^2 b(c+2)+C_b^2 a(c+1)+C_b^3 c\right)$։

188. $\approx 0{,}0811$։ 189. $\frac{(n-m)(n-m+1)}{2n(n-1)}$։

190. $P_{2t}(s)=\sum_{k=0}^{s} P_t(k)\cdot P_t(s-k)$, $P_{2t}(s)=\frac{(2\lambda t)^s}{s!}\cdot e^{-2\lambda t}$։

191. $\left(\frac{3}{4}\right)^N$։ 192. ա/ $\approx 0{,}5739$, բ/ $\approx 0{,}7777$։

193. 8 ուղղաթիռ պետք է ուղարկել առաջին շրջան, $p\approx 0{,}7378$։

194. $\frac{1}{36\, C^3_{a+b+c}}\cdot\left(6abc+3b(b-1)c+2c(c-1)b+4c(c-1)a\right)$։

195. $P_n=(p+q-1)^{n-1}P_1+(1-q)\left[1+(p+q-1)+(p+q-1)^2+\dots+(p+q-1)^{n-2}\right]$,

$\lim_{n\to\infty} P_n=\frac{1-q}{2-p-q}$

196. ա/ $P\{A\}=\frac{\alpha^2}{1-2\alpha\beta}$, $P\{B\}=\frac{\beta^2}{1-2\alpha\beta}$,

որտեղ $P\{A\}$-ն և $P\{B\}$-ն համապատասխան A և B խաղացողների ամբողջ խաղը տանելու հավանականություններն են։

բ/ Քանի որ $\alpha>\beta$, ապա A խաղացողի համար շահավետ է խաղալ ամբողջ խաղը։

197. $\frac{a}{a+b}$։ 198. $\frac{\left(\frac{p}{q}\right)^{a+b}-\left(\frac{p}{q}\right)^{b}}{\left(\frac{p}{q}\right)^{a}-1}$։

199. Որոնելի հավանականությունը

$$P=\frac{N!}{(N+1)^N N}\cdot 2\sum_{k=0}^{N}\frac{k}{k+1},\quad \frac{N!}{(N+1)^N}<P<2\frac{N!}{(N+1)^N}։$$

200. Որոնելի հավանականությունը

$$P=\sum_{i=1}^{4}\frac{a_i}{N}\left[\frac{a_i-1}{N-1}\left(1-(1-p_i)^2\right)+\sum_{i\neq j=1}^{4}\frac{a_j}{N-1}\left(1-(1-p_i)(1-p_j)\right)\right]։$$

201. $\frac{13}{41}\approx 0{,}3171$։ 202. $\frac{10}{17}\approx 0{,}5882$։

203. $\frac{25}{69}\approx 0{,}3623$, $\frac{28}{69}\approx 0{,}4058$, $\frac{16}{69}\approx 0{,}2319$։

204. $\frac{16}{165}\approx 0{,}9697$։ 205. A_i-ն խմբաքանակը պարունակում է i խոտանված արտադրանք, $i=0,1,\dots,5$։ Ամենահավանական է A_5-ը։

206. $\frac{20}{21} \approx 0,9524$: 207. ա/ $\frac{(1-\gamma)\alpha}{(1-\gamma)\alpha+\gamma(1-\beta)}$, բ/ $\approx 0,9173$:

208. $\frac{5}{11} \approx 0,4545$: 209. $\frac{m-2}{m+n-2}$: 210. $\frac{2}{3}$:

211. $\frac{2n+1}{3n}$: 212. $\frac{6}{13} \approx 0,4615$: 213. $\frac{10}{19} \approx 0,5263$:

214. $\approx 0,0892$: 215. $\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right):\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}\right)$:

216. $\frac{2\alpha p_1}{2\alpha p_1+(1-\alpha)(p_2+p_3)}$: 217. $\frac{80}{243} \approx 0,3292$:

218. $\approx 0,0002$: 219. $\approx 0,028$: 220. $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)^4$:

221. $\frac{8}{27} \approx 0,2963$: 222. $C_{2n-k}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-k}$: 223. $\approx 0,2$:

224. $\approx 0,9308$: 225. $\approx 0,0655$: 226. $n > 10$: 227. $n \geq 25$:

228. $\approx 0,0226$: 229. $\approx 0,2454$: 230. Նպատակահարմար է բռնել երկրորդ տիպի /200 կգ/ ավիառումբերով:

231. $\approx 0,0003$: 232. $\approx 0,0013$: 233. $p^k+k(1-p)p^{k-1}+\frac{k(k-1)}{2}(1-p)^2p^{k-2}$:

234. ա/ $\approx 0,6513$: բ/ $\approx 0,998$: 235. $\approx 0,9936$:

236. Ավելի հավանական է ստանալ գոնե մեկ ,,6,, չորս զառի նետումով:

237. ա/ $\approx 0,6651$, բ/ $\approx 0,6187$, գ/ $\approx 0,5973$:

238. $\approx 0,197$: 239. $\approx 0,5953$: 240. $0,0935$:

241. $\frac{93}{256} \approx 0,3633$: 242. ա/ $0,321$, բ/ $0,243$:

243. $C_{2n}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$: 244. $p^m\left(1+C_m^1 q+C_{m+1}^2 q^2+\ldots+C_{m+n-2}^{n-1} q^{n-1}\right)$:

245. Խաղագումարը բաժանել առաջին և երկրորդ խաղացողների շահելու հավանականությունների $p_1 : p_2$ հարաբերության համեմատական

$$p_1=\frac{1}{2^m}\left(1+\frac{1}{2}C_m^1+\frac{1}{2^2}C_{m+1}^2+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}C_{m+n-2}^{n-1}\right),$$

$$p_2=\frac{1}{2^n}\left(1+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{2^2}C_{n+1}^2+\ldots+\frac{1}{2^{m-1}}C_{m+n-2}^{m-1}\right);$$

246. $\frac{1}{2}\left(1+(q-p)^n\right)$: 247. $\frac{(\lambda p)^\ell}{\ell!}e^{-\lambda p}$: 248. $1-(1-p(1-q))^n$:

250. B -ն-նավի խորտակումը, A_k -ն-նավին կպչելը k անգամ, $k=\overline{0,n}$

$$P\{B\}=\sum_{k=0}^{n}P\{A_k\}\cdot P\{B/A_k\}=\sum_{k=2}^{n}C_n^k p^k q^{n-k}\left(1-\frac{1}{m^{k-1}}\right):$$

251. $1-(1-p_1)^n+\sum_{m_2=l+1}^{n} \frac{n!}{m_2!(n-m_2)!} p_2^{m_2} p_3^{n-m_2}$, որտեղ $l=[\frac{M}{K}]$:

252. A-ն մրցման ժամանակ կհաղթի հրաձիգներից միայն մեկը, A_i-ն- մրցումը կհաղթի i-րդ հրաձիգը, $A_i^{(m)}$ — i-րդ հրաձիգը ունի m դիպում, իսկ մնացած հրաձիգներից յուրաքանչյուրը ոչ ավելի, քան $(m-1)$ դիպում $P_{m,n}(i)$-ն i-րդ հրաձիգի m դիպում ստանալու հավանականությունն է, $T_m(j)$-ն j-րդ հրաձիգի ոչ ավելի, քան $(m-1)$ դիպումներ ստանալու հավանականությունն է, $P\{A_i\}= \sum_{m=1}^{n} P\{A_i^{(m)}\}$, $P\{A\}=\sum_{i=1}^{K} P\{A_i\}=\sum_{i=1}^{K}\sum_{m=1}^{n} P_{m,n}(i)\cdot\prod_{j\neq i} T_m(j)$:

253. $C_{l-1}^{K-1} p^K q^{l-K}$: 254. $C_n^m p^{n+m} q^{n-m}$: 255. $C_n^{\frac{n+m}{2}} p^{\frac{n+m}{2}} q^{\frac{n-m}{2}}$,

եթե $\frac{m+n}{2}$-ը ամբողջ թիվ է և 0 հակառակ դեպքում:

257. ա/ pq^3, բ/ $(1-q^3)pq^3$; գ/ $(1-q^3-pq^3)pq^3$:

258. q; $\frac{1}{2}$: 259. q^2; 0,25: 260. $\frac{7}{1290} \approx 0,0054$:

261. $\frac{p^{a-1}(1-q^b)}{p^{a-1}+q^{b-1}-p^{a-1}q^{b-1}}$: 262. $(1-p^2)^N$: 263. $(zpq^{z-1}+q^z)^N$:

264. $m_0=4$, $P_{10}(4)\approx 0,2508$: 265. $24\leq n\leq 25$: 266. $m_0=10$:

268. $\approx$ 0,265: 269. $\approx$ 0,0041: 270. $\approx$ 0,0456:

271. $\sum_{K=0}^{130} C_{1000}^K \left(\frac{1}{10}\right)^K\left(\frac{9}{10}\right)^{1000-K} \approx 0,9993$: 272. Ավելի հավանական է $\frac{1}{2}$-ը:

273. ա/ $\approx$ 0,4236, բ/ $\approx$ 0,5 գ/ $\approx$ 0,48: 274. $n=100$:

275. $0\leq m\leq 6$, որտեղ m-ը բախումների թիվն է:

276. ա/ 558, բ/ 541: 277. $5\leq m\leq 22$: 278. $n=666$:

279. $\varepsilon=0,05$: 280. $\approx$ 0,7698: 281. $15\leq m\leq 33$:

282. 547: 283. R-ը շահած գումարն է, $1600\leq R\leq 3733\frac{1}{3}$:

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԵՍՐՈՊՅԱՆ ՆԱԻՐԱ ԽՈՐԵՆԻ

ՂԱԶԱՐՅԱՆ ՏԱԹԵՎԻԿ ԳԱՐՍԱՄԻ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ
ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

/Մաս առաջին/

Հրատարակչության խմբագիր՝ Լ.Ս. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ
Տեխնիկական խմբագիր՝ Հ.Ս. ԱԼԱՐՅԱՆ

2ե

Պատվեր 42 Տպաքանակ 2000։
Ստորագրված է տպագրության 22.01 1986 թ.։ Տպագրության եղանակը՝ ,,Փոքր օֆսեթ,,։ Թուղթ № 2, չափսը՝ 60·84 1/16։ Հրատարակչական 3,0 մամուլ։ Տպագրական 4,25 մամուլ=3,95 պայմանական մամուլի։
Գինը՝ 15 կոպ.։

Երևանի համալսարանի հրատարակչություն, Երևան, Մռավյան փ. 1։
Издательство Ереванского университета, Ереван, ул.Мравяна № I

Երևանի համալսարանի ,,Ռոտապրինտ,, արտադրամաս, Երևան, Մռավյան 1։
Цех "Ротапринт" Ереванского университета, Ереван, ул.Мравяна I