ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Վ.Ս.Աթաբեկյան
Ն.Է.Միրզախանյան

Հ Ա Ն Ր Ա Հ Ա Շ Վ Ի
Խ Ն Դ Ր Ա Գ Ի Ր Ք

ԵՐԵՎԱՆ

2017

Բովանդակություն

1 Կոմպլեքս թվեր

1. *Գտնել x և y իրական թվերը, եթե*

ա) $2 + 5ix - 3iy = 14i + 3x - 5y$,

բ)$\dfrac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \dfrac{10}{x} + y$,

գ) $(2 - 3i)x + (3 + 2i)y = 2 - 5i$,

դ)$(1 + i)x + (1 - i)y = 3 - i$,

ե) $(2 + i)x + (1 + 2i)y = 1 - 4i$,

զ) $(3 + 2i)x + (1 + 3i)y = 4 - 9i$:

2. *Հաշվել արտահայտությունները.*

ա) $(3 - i)(2 + i) + (2 + 3i)(3 + 4i)$,

բ) $(3 + 7i)(2 + i) - (5 + 3i)(1 + 2i)$,

գ) $(5 + 3i)(4 + i) - (3 + i)(3 - i)$,

դ) $\dfrac{(5 + i)(7 - 6i)}{3 + i}$, *ե)* $\dfrac{(5 + i)(3 + 5i)}{2i}$,

զ) $\dfrac{(1 + 3i)(8 - i)}{(2 + i)^2}$, *է)* $\dfrac{(2 + i)(4 + i)}{1 + i}$,

ը) $\dfrac{(3 - i)(1 - 4i)}{2 - i}$, *թ)* $(2 + i)^3 + (2 - i)^3$,

ժ) $(3 + i)^3 - (3 - i)^3$, *ի)* $\dfrac{(1 + i)^5}{(1 - i)^3}$, *լ)* $\left(-\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$:

3. *Արտահայտությունները բերել եռանկյունաչափական տեսքի.*

ա) $(1+i\sqrt{3})(1+i)(\cos\alpha+i\sin\alpha)$,

բ) $\dfrac{\cos\alpha+i\sin\alpha}{\cos\beta-i\sin\beta}$, *գ)* $\dfrac{(1-i\sqrt{3})(\cos\alpha+i\sin\alpha)}{2(1-i)(\cos\alpha-i\sin\alpha)}$*:*

4. *Լուծել հավասարումների համակարգերը.*

ա) $\begin{cases} (1+i)x_1 & + & (1-i)x_2 & =1+i \\ (1-i)x_1 & + & (1+i)x_2 & =1+3i, \end{cases}$

բ) $\begin{cases} ix_1 & + & (1+i)x_2 & =2+2i \\ 2ix_1 & + & (3+2i)x_2 & =5+3i, \end{cases}$

գ) $\begin{cases} (1-i)x_1 & - & 3x_2 & =-i \\ 2x_1 & - & (3+3i)x_2 & =3-i, \end{cases}$

դ) $\begin{cases} 2x_1 & - & (2+i)x_2 & =-i \\ (4-2i)x_1 & - & 5x_2 & =-1-2i : \end{cases}$

5. *Նկարագրել այն z կոմպլեքս թվերը, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմանին.*

ա) $\overline{z}=z$, *բ)* $\overline{z}=-z$, *գ)* $\overline{z}=z^2$, *դ)* $\overline{z}=z^3$*:*

6. *Լուծել հավասարումները.*

ա) $z^2-2z+5=0$,

բ) $z^2+4z+13=0$,

գ) $z^2=i$, *դ)* $z^2=3-4i$, *ե)* $z^2=5-12i$,

զ) $z^2-(1+i)z+6+3i=0$,

է) $z^2-5z+4+10i=0$,

ը) $z^2 + (2i - 7)z + 13 - i = 0,$

թ) $(2 + i)z^2 - (5 - i)z + (2 - 2i) = 0:$

7. *Հաշվել.*

ա) i^{98}, *բ)* i^{77}, *գ)* i^{-57}, *դ)* i^{-123}

8. *Հաշվել բազմանդամի արժեքը տրված թվի վրա.*

ա) $x^{17} - 5x^{14} + 10x^7 + 9x^5 - 4,\ x = i,$

բ) $3x^3 - 9x^2y + 9xy^2 - 3y^3,\ x = 1 + 2i,\ y = 2 + i:$

9. *Հարթության վրա նշել հետևյալ կոմպլեքս թվերը պատկերող կետերը.*

$1, -1, i, -i, 1 - i, -1 - i, 3 - 2i:$

10. *Նշել* $|z_1 - z_2|$ *արտահայտության երկրաչափական իմաստը, որտեղ* z_1, z_2*-ը տրված կոմպլեքս թվերն են:*

11. *Նկարագրել հարթության այն կետերի բազմությունը, որոնք պատկերում են հետևյալ պայմանին բավարարող* z *կոմպլեքս թվերը.*

ա) $|z| = 1,$ *բ)* $arg(z) = \frac{\pi}{3},$ *գ)* $|z| < 2,$ *դ)* $|z - i| \leq 1,$

ե) $|z - 1 - i| < 1,$ *զ)*$|z + 2 - 3i| < 1$ *է)*$|z - 3 + 4i| < 5,$

ը) $2 < |z| < 3,$ *թ)* $1 \leq |z - 2i| < 2,$ *ժ)* $|arg z| < \frac{\pi}{6},$

ի) $|Re(z)| \leq 1,$ *լ)* $-1 < Re(iz) < 0,$ *խ)* $Im(z) = 1,$

ծ) $|z - 1| + |z + 1| = 3,$ *կ)* $|z + 2| - |z - 2| = 3,$

հ) $|z - 2| = Re(z) + 2:$

12. *Ապացուցել* $|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2| = 2(|z_1| + |z_2|)$ *նույնությունը և տալ նրան երկրաչափական մեկնաբանություն:*

13. *Թվերը ներկայացնել եռանկյունաչափական տեսքով.*

ա) $\pm\ 1$, *բ)* $\pm i$, *գ)* $\pm 1 \pm i$, *դ)* $\pm\sqrt{3} \pm i$, *ե)* $\pm 1 \pm \sqrt{3}i$,

զ) $\pm 2 \pm 2i$, *է)* $\pm\sqrt{2} \pm \sqrt{2}i$, *ը)* $\pm 1 \pm \dfrac{\sqrt{3}}{3}i$,

թ)$2 + \sqrt{3} + i$, *ժ)* $1 - (2 + \sqrt{3})i$,

ի) $\cos\alpha - i\sin\alpha$, *լ)* $\sin\alpha + i\cos\alpha$,

խ) $\dfrac{1 + itg\alpha}{1 - itg\alpha}$,

ծ) $1 + \cos\varphi + i\sin\varphi$, *որտեղ* $-\pi < \varphi \leq \pi$,

կ) $\sin\varphi + (1 - \cos\varphi)i$, *որտեղ* $-\pi < \varphi \leq \pi$*:*

14. *Օգտվելով Մուավրի բանաձևից՝ հաշվել.*

ա) $(1+i)^{25}$, *բ)* $\left(\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$, *գ)* $\left(1 - \dfrac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{24}$,

դ) $\dfrac{(-1 + i\sqrt{3})^{15}}{(1 - i)^{20}} + \dfrac{(-1 - i\sqrt{3})^{15}}{(1 + i)^{20}}$,

ե) $(2 - \sqrt{3} + i)^{12}$*:*

15. *Օգտվելով Մուավրի բանաձևից՝ հաշվել.*

ա) $(1+i)^{8n}$ $(n \in \mathbb{Z})$, *բ)* $(1+i)^{4n}$ $(n \in \mathbb{Z})$,

գ)i^n, *դ)*$\left(\dfrac{1 - itg\alpha}{1 + itg\alpha}\right)^n$

16. *Ներկայացնել* $\sin x$ *և* $\cos x$ *ֆունկցիաների միջոցով.*

ա) $\sin 4x$, *բ)* $\cos 4x$, *գ)* $\sin 5x$, *դ)* $\cos 5x$*:*

17. *Ապացուցել, որ* 1 *մոդուլ ունեցող և* -1*-ից տարբեր յուրաքանչյուր կոմպլեքս թիվ կարելի է ներկայացնել* $z = \dfrac{1 + ti}{1 - ti}$ *տեսքով, որտեղ* t*-ն իրական թիվ է:*

18. *Ապացուցել, որ եթե* $z+\dfrac{1}{z}=2\cos\alpha$*, ապա* $z^m+\dfrac{1}{z^m}=2\cos m\alpha$*:*

19. *Ինչպես է տեղաշարժվում* $\dfrac{1}{z}$ *կետը, երբ* z*-ը շարժվում է* r *շառավղով շրջանագծով, որի կենտրոնը կոորդինատական հարթության սկզբնակետում է:*

20. *Ապացուցել, որ*

ա) եթե $|z|<\dfrac{1}{2}$*, ապա* $|(1+i)z^3+iz|<\dfrac{3}{4}$*,*

բ) եթե $|z|<1$*, ապա* $|z^2-z+i|<3$*,*

գ) եթե $|z|\leq 2$*, ապա* $1\leq |z^2-5|\leq 9$*:*

21. *Ապացուցել, որ եթե* z *կոմպլեքս թիվը* a *իրական թվի* n *աստիճանի արմատներից մեկն է, ապա դրա համալուծ* $\overline{z}$ *թիվը նույնպես* a*-ի* n *աստիճանի արմատներից մեկն է:*

22. *Ապացուցել, որ եթե*

$$\sqrt[n]{z}=\{z_1,\ z_2,\ ...,\ z_n\},$$

ապա

$$\sqrt[n]{\overline{z}}=\{\overline{z_1},\ \overline{z_2},\ ...,\ \overline{z_n}\}\ :$$

23. *Ո՞ր* $\sqrt[n]{z}$ *բազմություններն են պարունակում գոնե մեկ իրական արմատ:*

24. *Ճիշտ է արդյոք* $\sqrt[ns]{z^s}=\sqrt[n]{z}$ *հավասարությունը:*

25. *Ապացուցել, որ* $\sqrt[n]{z}$ *և* $\sqrt[n]{-z}$ *բազմությունների միավորումը* $\sqrt[2n]{z^2}$ *բազմությունն է:*

26. *Ապացուցել, որ*

ա) $\sqrt[n]{z^n w} = z\sqrt[n]{w}$,

բ) $\sqrt[n]{(-z)^n w} = -z\sqrt[n]{w}$,

գ) $\sqrt[n]{zw} = u\sqrt[n]{w}$, *որտեղ* $u \in \sqrt[n]{z}$*:*

27. *Հետևյալ բազմությունների տարրերը գրել եռանկյունաչափական տեսքով.*

ա) $\sqrt[6]{i}$, *բ)* $\sqrt[10]{512(1-i\sqrt{3})}$, *գ)* $\sqrt[8]{8\sqrt{2}(1-i)}$*:*

28. *Բազմության տարրերը գրել հանրահաշվական տեսքով.*

ա) $\sqrt[3]{1}$, *բ)* $\sqrt[4]{1}$, *գ)* $\sqrt[6]{1}$, *դ)* $\sqrt[3]{i}$, *ե)* $\sqrt[4]{-4}$, *զ)* $\sqrt[6]{64}$, *է)* $\sqrt[8]{16}$,

ը) $\sqrt[6]{-27}$, *թ)* $\sqrt[4]{8\sqrt{3}i-8}$, *ժ)* $\sqrt[4]{-72(1-i\sqrt{3})}$,

ի) $\sqrt[3]{1+i}$, *լ)* $\sqrt[3]{2-2i}$, *խ)* $\sqrt[3]{\dfrac{8+24i}{3-i}}$, *ծ)* $\sqrt[3]{\dfrac{27-54i}{2+i}}$,

կ) $\sqrt[4]{-\dfrac{18}{1+i\sqrt{3}}}$, *հ)* $\sqrt[4]{-\dfrac{32}{9(1-i\sqrt{3})}}$*:*

29. *Միավորից 2, 3, 4, 6, 8, 12 աստիճանի արմատներն արտահայտել ռադիկալների միջոցով:*

30. *Երկու եղանակով գտնելով միավորից 5 աստիճանի արմատները, հետևյալ թվերն արտահայտել ռադիկալների միջոցով.*

ա) $\cos\dfrac{2\pi}{5}$, *բ)* $\sin\dfrac{2\pi}{5}$, *գ)* $\cos\dfrac{4\pi}{5}$, *դ)* $\sin\dfrac{4\pi}{5}$*:*

31. *Գտնել միավորից* n *աստիճանի (*$n > 1$*) բոլոր արմատների*

ա) արտադրյալը,

բ) գումարը:

32. *Հաշվել* $1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + ... + n\varepsilon^{n-1}$ *գումարը, որտեղ* ε*-ը միավորից* n *աստիճանի արմատ է* ($n > 1$)*:*

33. *Ապացուցել, որ եթե* ε*-ը միավորից* n *աստիճանի նախնական արմատ է, ապա* $\overline{\varepsilon}$*-ը նույնպես միավորից* n *աստիճանի նախնական արմատ է:*

34. *Ապացուցել, որ* $\varepsilon = \cos\dfrac{2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$ *թիվը միավորից* n *աստիճանի նախնական արմատ է այն և միայն այն դեպքում, երբ* $(k, n) = 1$*:*

35. *Արդյոք* $\dfrac{2+i}{2-i}$ *թիվը միավորից որևէ աստիճանի արմատ է:*

36. *Ապացուցել, որ* $\dfrac{1}{\pi}arctg\dfrac{4}{3}$ *թիվն իռացիոնալ է:*

37. *Հաշվել գումարները.*

ա) $1 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \ldots$,

բ) $C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - \ldots$,

գ) $1 + C_n^4 + C_n^8 + \ldots$,

դ) $C_n^1 + C_n^5 - C_n^9 + \ldots$*:*

38. *Հաշվել գումարները.*

ա) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + ... + \cos nx$,

բ) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + ... + \sin nx$,

գ) $\sin x + \sin 3x + \sin 5x + ... + \sin(2n-1)x$*:*

2 Ամբողջ թվեր

39. *Գտնել a թվի վերջին թվանշանը, եթե*

ա) $a = 13^{55}$, *բ)* $a = 17^{105}$, *գ)* $a = 18^{25} + 27^{19}$,

դ) $a = 43^{103} - 37^{62}$*:*

40. *Ապացուցել, որ եթե* $a = bq + r$, *որտեղ* $0 \le r < |\,b\,|$, *ապա*

$$q = \begin{cases} \left[\dfrac{a}{b}\right], & \text{եթե } b > 0, \\ \left[\dfrac{a}{b}\right] + 1, & \text{եթե } b < 0: \end{cases}$$

41. *Գտնել a-ն b-ի վրա բաժանելուց ստացված մնացորդը, եթե*

ա) $a = 15$, $b = 17$, *բ)* $a = -15$, $b = 17$,

գ) $a = -15$, $b = -17$, *դ)* $a = 123$, $b = -19$,

ե) $a = -123$, $b = 19$, *զ)* $a = -123$, $b = -27$,

է) $a = (3^{20} + 11)^{55}$, $b = 13$*:*

42. *Գտնել a և b թվերի (a, b) ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը և $(a, b) = au + bv$ ներկայացում, եթե*

ա) $a = 321$ *և* $b = 843$, *բ)* $a = 23521$ *և* $b = 75217$,

գ) $a = 6787$ *և* $b = 7194$*:*

43. *Գտնել այն ամենափոքր և ամենամեծ ամբողջ թվերը, որոնք 31-ի վրա բաժանելիս պակաս են (-11) քանորդ:*

44. *Ի՞նչ մնացորդ կստացվի, եթե*

ա) n*-ը բաժանենք* $n-1$*-ի վրա* $(n \geq 2)$,

բ) n^2+n+1*-ը բաժանենք* $n+2$*-ի վրա* $(n \geq 1)$*:*

45. *Գտնել բոլոր բնական թվերը, որոնց դեպքում*

ա) $\dfrac{n^2+1}{n-1}$ *թիվն ամբողջ է,*

բ) $\dfrac{n^5+3}{n^2+1}$ *թիվն ամբողջ է:*

46. *Ապացուցել, որ եթե* $a^2+b^2 \vdots 7$, *ապա և'* $a \vdots 7$, *և'* $b \vdots 7$*:*

47. *Ապացուցել, որ* $(n+1)^n - 1 \vdots n^2$ $(n \geq 1)$*:*

48. *Ապացուցել, որ բոլոր* $m \geq 1$ *և* $n \geq 3$ *կենտ թվերի համար* $1^m + 2^m + ... + (n-2)^m + (n-1)^m \vdots n$*:*

49. *Ապացուցել, որ* $2^{2^{6n+2}} + 3 \vdots 19$ $(n \geq 0)$*:*

50. *Ապացուցել, որ* $5^{2n+1} + 3^{n+2} \cdot 2^{n-1} \vdots 19$ $(n \geq 1)$*:*

51. *Ապացուցել, որ* $2^{3^n} + 1 \vdots 3^{n+1}$, *բայց* $2^{3^n} + 1 \not\vdots 3^{n+2}$ $(n \geq 1)$*:*

52. *Գտնել բոլոր այն* p *պարզ թվերը, որոնց համար*

ա) p, $p+2$, $p+6$, $p+8$, $p+12$, $p+14$ *թվերից յուրաքանչյուրը պարզ թիվ է,*

բ) $20p^2+1$ *թիվը պարզ է:*

53. *Գտնել* $\dfrac{n(n+1)}{2} - 1$ *տեսքի բոլոր պարզ թվերը:*

54. *Ապացուցել* $ab = (a,b)[a,b]$ *հավասարությունը, որտեղ* (a,b)*-ն* a *և* b *ամբողջ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է, իսկ* $[a,b]$*-ն՝ դրանց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը:*

55. *Ապացուցել, որ*

ա) $(n,n+1)=1$, *բ)* $(2n,2n+2)=2$,

գ) $(2n-1,2n+1)=1$*:*

56. *Ապացուցել, որ* $\begin{cases} x+y=31 \\ (x,y)=7 \end{cases}$ *համակարգը չունի ամբողջ թվերով լուծումներ:*

57. *Լուծել* $\begin{cases} [a,b]=480 \\ (a,b)=24 \end{cases}$ *համակարգը, եթե* (a,b)*-ն* a *և* b *բնական թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է, իսկ* $[a,b]$*-ն՝ ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը:*

58. *Ապացուցել, որ* $18x+42y=22$ *հավասարումը* x*-ի և* y*-ի նկատմամբ չունի ամբողջ լուծումներ:*

59. *Դիցուք* $(a,b)=d$*: Ապացուցել, որ* $ax+by=c$ *հավասարումը* x*-ի և* y*-ի նկատմամբ ունի ամբողջ լուծումներ այն և միայն այն դեպքում, երբ* $c \,\vdots\, d$*:*

60. *Գտնել այնպիսի* x *և* y *ամբողջ թվեր, որոնք բավարարում են* $ax+by=1$ *հավասարմանը, եթե*

ա) $a=37,\ b=45$, *բ)* $a=239,\ b=122$*:*

61. *Գտնել* $21x+47y=1$ *հավասարմանը բավարարող ամբողջ թվերից կազմված բոլոր* $\{x,y\}$ *թվազույգերը:*

62. *Գտնել* $21x+47y=5$ *հավասարմանը բավարարող ամբողջ թվերից կազմված բոլոր* $\{x,y\}$ *թվազույգերը:*

63. *Դիցուք* $(a,b)=d$ *և* $ax_0+by_0=c$*, որտեղ* $a,b,c,x_0,y_0,\in\mathbb{Z}$*: Ապացուցել, որ* x,y *ամբողջ թվերը* $ax+by=c$ *հավասարման լուծում են այն և միայն այն դեպքում, երբ* $x=x_0+\dfrac{b}{d}m$ *և* $y=y_0-\dfrac{a}{d}m$*,* $m\in\mathbb{Z}$*:*

64. *Լուծել բաղդատումները.*

ա) $2x+1\equiv 0\pmod{13}$*,* *բ)* $5x\equiv 7\pmod{21}$*,*

գ) $10x\equiv 3\pmod{49}$*,* *դ)* $x^2\equiv -1\pmod{13}$*,*

ե) $x^2\equiv -1\pmod{11}$*,* *զ)* $x^2\equiv 2\pmod{3}$*,*

է) $x^2\equiv 2\pmod{31}$*:*

65. *Ապացուցել, որ ցուցիչը, որով կամայական* p *պարզ թիվը մտնում է* $n!$ *թվի կանոնական (պարզ թվերի աստիճան- ներով արտադրյալի) վերլուծության մեջ, հավասար է*

$$\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\cdots:$$

66. *Գտնել այն ցուցիչը, որով* 5*-ը մտնում է* $5258!$ *թվի կանոնական վերլուծության մեջ:*

67. *Գտնել* $125!$*-ի կանոնական վերլուծությունը:*

68. *Ապացուցել, որ* $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ *թիվն ամբողջ է:*

69. *Ապացուցել, որ եթե* $a^p-1\,\vdots\,q$*, ապա* $a^{kp}-1\,\vdots\,q$ $(a,\ p,\ k,\ q\in\mathbb{N})$*:*

70. *Ապացուցել, որ եթե* m*-ը և* n*-ը փոխադարձաբար պարզ են, ապա* 2^n-1*-ը և* 2^m-1*-ը նույնպես փոխադարձաբար պարզ են:*

71. *Դիցուք* $a^p-1\,\vdots\,m$ *և* $a^q-1\,\vdots\,m$*: Ապացուցել, որ եթե* $(p,q)=d$*, ապա* $a^d-1\,\vdots\,m$ $(a,\ p,\ q,\ m,\ d\in\mathbb{N})$*:*

3 Տեղափոխություններ և տեղադրություններ

72. *Որոշել կարգի խախտումների (ինվերսիաների) քանակը հետևյալ տեղափոխություններում.*

ա) $(2,\ 3,\ 5,\ 4,\ 1)$,

բ) $(6,\ 3,\ 1,\ 2,\ 5,\ 4)$,

գ) $(1,\ 9,\ 6,\ 3,\ 2,\ 5,\ 4,\ 7,\ 8)$,

դ) $(7,\ 5,\ 6,\ 4,\ 1,\ 3,\ 2)$,

ե) $(1,\ 3,\ 5,\ 7,\ ...,\ 2n-1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ ...,\ 2n)$,

զ) $(2,\ 4,\ 6,\ ...,\ 2n,\ 1,\ 3,\ 5,\ ...,\ 2n-1)$,

է) $(k,\ k+1,\ ...,\ n,\ 1,\ ...,\ k-1)$,

ը) $(k,\ k+1,\ ...,\ n,\ k-1,\ k-2,\ ...,\ 2,\ 1)$,

թ) $(1, 4, 7, ..., 3n-2, 2, 5, 8, ..., 3n-1, 3, 6, 9, ..., 3n)$,

ժ) $(3, 6, 9, ..., 3n, 2, 5, 8, ..., 3n-1, 1, 4, 7, ..., 3n-2)$,

ի) $(2, 5, 8, ..., 3n-1, 1, 4, 7, ..., 3n-2, 3, 6, 9, ..., 3n)$,

լ) $(2, 5, 8, ..., 3n-1, 3, 6, 9, ..., 3n, 1, 4, 7, ..., 3n-2)$,

խ) $(1, 5, 9, ..., 4n-3, 3, 7, ..., 4n-1,$
$2, 6, ..., 4n-2, 4, 8, ..., 4n)$,

ծ) $(4n, 4n-4, ..., 8, 4, 4n-1, 4n-5, ..., 7, 3,$
$4n-2, 4n-6, ..., 6, 2, 4n-3, 4n-7, ..., 5, 1)$:

73. *Ընտրել i-ն և k-ն այնպես, որ.*
ա) (1, 2, 7, 4, i, 5, 6, k, 9) *տեղափոխությունը լինի զույգ,*
բ) (1, i, 2, 5, k, 4, 8, 9, 7) *տեղափոխությունը լինի կենտ:*

74. *Որոշել կարգի խախտումների քանակը*

$$(n,\ n-1,\ ....,\ 2,\ 1)$$

տեղափոխությունում:

75. *1, 2, ..., n թվերի ո՞ր տեղափոխությունում է կարգի խախտումների քանակն ամենաշատը:*

76. *ա) Քանի՞ կարգի խախտում է կազմում 1 թիվը, որը գրված է տեղափոխության k-րդ տեղում:*
բ) Քանի՞ կարգի խախտում է կազմում n թիվը, որը գրված է տեղափոխության k-րդ տեղում:

77. *Ինչի՞ է հավասար n երկարությամբ տեղափոխության բոլոր կարգերի և կարգի խախտումների ընդհանուր թիվը:*

78. *Դիցուք $1, 2, ..., n$ թվերի $(a_1, a_2, ..., a_n)$ տեղափոխության մեջ տեղափոխված են q և $q+1$ թվերը, որտեղ $1 \leq q \leq n-1$: Ապացուցել, որ կարգի խախտումների քանակը կփոխվի ± 1-ով:*

79. *Ապացուցել, որ տեղափոխության երկու թվերի տեղերը փոխելու դեպքում փոխվում է տեղափոխության զույգությունը:*

80. *Ապացուցել, որ $(a_1,\ a_2,\ ...,\ a_n)$ տեղափոխության մեջ կարգի խախտումների քանակը հավասար է $1, 2, ..., n$ ինդեքսների այն տեղափոխության կարգի խախտումների քանակին, որը ստացվում է, երբ նշված տեղափոխությունը վերադասավորում ենք $(1, 2, ..., n)$ տեսքով:*

81. *Ցույց տալ, որ* $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ *տեղափոխությունից մեկ այլ* $(b_1, b_2, ..., b_n)$ *տեղափոխություն հնարավոր է ստանալ ոչ ավել, քան* $n-1$ *դիրքափոխությունների միջոցով:*

82. *Բերել* $1, 2, ..., n$ *թվերի տեղափոխության օրինակ, որը հնարավոր չէ բերել կանոնավոր (այսինքն՝ ըստ թվերի աճման) տեսքի՝* $n-1$*-ից պակաս դիրքափոխությունների միջոցով և ապացուցել դա:*

83. *Դիցուք* $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ *տեղափոխության մեջ կա* d *կարգի խախտում: Քանի՞ կարգի խախտում կա*

$$(\alpha_n, \alpha_{n-1}, ..., \alpha_2, \alpha_1)$$

տեղափոխության մեջ:

84. *Քանի՞ կարգի խախտում կա* $1, 2, ..., n$ *թվերի բոլոր տեղափոխություններում միասին:*

85. *Որոշել հետևյալ տեղադրությունների նշանները.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 4 & 7 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 4 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 4 & 1 & 7 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & 7 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

ե) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 6 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, *գ)* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 1 & 8 & 7 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$,

ե) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2n-1 & 2n \\ 2 & 4 & 6 & \dots & 1 & 3 & 5 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$,

ը) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2n & 2n+1 \\ 1 & 3 & 5 & \dots & 2 & 4 & 6 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$,

թ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

ժ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n \\ n & 1 & n-1 & 2 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$։

86. *Բազմապատկել տեղադրությունները տրված և հակառակ կարգով.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$։

87. *Վերլուծել անկախ ցիկլերի արտադրյալի.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 1 & 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 6 & 7 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 6 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

ե) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 8 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

զ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & ... & 2n-1 & 2n \\ 2 & 1 & 4 & 3 & ... & 2n & 2n-1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & ... & n & n+1 & n+2 & ... & 2n \\ n+1 & n+2 & ... & 2n & 1 & 2 & ... & n \end{pmatrix}$:

88. *Գրել տեղադրության կանոնավոր տեսքով.*

ա) $(\ 1\ \ 3\ \ 6\ )(\ 2\ \ 4\ \ 7\ )(\ 5\ )$,

բ) $(\ 1\ \ 6\ \ 5\ \ 4\ \ 2\ \ 3\ \ 7\ )$,

գ) $(1\ 3\ 6)(2\ 4\ 7\ 5)$,

դ) $(1\ 5\ 4\ 3\ 2\ 7\ 6)$:

ե) $(1\,2\,3\,\cdots\,n)$,

զ) $(\ 1\ \ 3\ \ 5\ \ ...\ \ 2n-1\ )(\ 2\ \ 4\ \ 6\ \ ...\ \ 2n\ )$,

է) $(i_1\, i_2\, i_3\, \cdots\, i_n)$, *ը)* $(i_1\, i_2)(i_3\, i_4)(i_5\, i_6)\ \cdots\ (i_{2n-1}\, i_{2n})$։

89. *Բազմապատկել տեղադրությունները.*

ա) $[(1\,3\,5)(2\,4\,6\,7)][(1\,4\,7)(2\,3\,5\,6)]$,

բ) $[(1\,3)(5\,7)(2\,4\,6)][(1\,3\,5)(2\,4)(6\,7)]$,

գ) $(1\,4\,7)(3\,6\,4\,2\,8)(3\,1\,5)$։

90. *Հաշվել* π^{100} *տեղադրությունը, եթե*

ա. $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 1 & 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

բ. $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 8 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$։

91. *Լուծել* $\pi \cdot x = \sigma$ *հավասարումը, եթե*

$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 8 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$։

92. *Լուծել* $x \cdot \pi = \sigma$ *հավասարումը, եթե*

$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 8 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$։

93. *Լուծել* $\rho \cdot x \cdot \pi = \sigma$ *հավասարումը, եթե*

$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 8 & 6 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

$\rho = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & 7 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}:$$

94. *Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր* $\pi \in \mathbf{S}_n$ *տեղադրություն կարելի է ներկայացնել* $(1\,2), (1\,3), \cdots, (1\,n)$ *դիրքափոխու– թյունների արտադրյալի տեսքով:*

95. *Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր* $\pi \in \mathbf{S}_n$ *տեղադրություն կարելի է ներկայացնել* $(1\,2), (2\,3), ..., (n-1\,n)$ *դիրքափոխու– թյունների արտադրյալի տեսքով:*

96. *Ապացուցել, որ կամայական* $\pi \in \mathbf{S}_n$ *տեղադրություն կարելի է ներկայացնել* $(1\,2)$ *և* $(1\,2\,3\,...\,n)$ *ցիկլերի արտադրյալի տեսքով:*

4 Որոշիչներ

97. *Հաշվել որոշիչները.*

ա) $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}$, բ) $\begin{vmatrix} ab & ac \\ bd & cd \end{vmatrix}$, գ) $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$,

դ) $\begin{vmatrix} log_a b & 1 \\ 1 & log_b a \end{vmatrix}$, ե) $\begin{vmatrix} \cos\alpha + i\sin\alpha & 1 \\ 1 & \cos\alpha - i\sin\alpha \end{vmatrix}$,

զ) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, է) $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{vmatrix}$ ։

98. *Հաշվել որոշիչները.*

ա) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$, բ) $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$, գ) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$,

դ) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$, ե) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$, զ) $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & c & d \\ 0 & e & 0 \end{vmatrix}$,

է) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 1 & i \\ 1-i & -i & 1 \end{vmatrix}$, ը) $\begin{vmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ \varepsilon^2 & 1 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon^2 & 1 \end{vmatrix}$,

$(\varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ ։

99. *Լուծել հավասարումները.*

ա) $\begin{vmatrix} 3-x & 0 & 0 \\ 2 & 6-x & 4 \\ -2 & -3 & -1-x \end{vmatrix} = 0,$

բ) $\begin{vmatrix} 4-x & -1 & -1 \\ 2 & 1-x & -2 \\ 4 & -4 & -1-x \end{vmatrix} = 0,$

գ) $\begin{vmatrix} 1-x & 1 & 1 \\ 2 & 2-x & 2 \\ 3 & 3 & 3-x \end{vmatrix} = 0:$

100. *Ապացուցել, որ եթե 3-րդ կարգի մատրիցի յուրաքանչյուր գործակից հավասար է կամ* 1*-ի, կամ* -1*-ի, ապա դրա որոշիչը զույգ թիվ է:*

101. *Գտնել ամենամեծ թիվը, որին կարող է հավասարվել* ± 1 *գործակիցներով 3-րդ կարգի մատրիցի որոշիչը:*

102. *Գտնել ամենամեծ թիվը, որին կարող է հավասարվել* 1 *կամ* 0 *գործակիցներով 3-րդ կարգի մատրիցի որոշիչը:*

103. *Ինչպե՞ս կփոխվի մատրիցի որոշիչը, եթե*

ա) տեղափոխվեն դրա երկու տողեր,

բ) մի տողին գումարենք մեկ այլ տող,

գ) որևէ սյուն բազմապատկենք λ *թվով,*

դ) բոլոր թվերը փոխարինենք իրենց հակադիրներով,

ե) բոլոր թվերը փոխարինենք իրենց համալուծ կոմպլեքս թվերով,

զ) եթե սյուները դասավորենք հակառակ հերթականությամբ,

է) մատրիցը շրջենք (տրանսպոնացնենք) երկրորդ անկյունագծի նկատմամբ:

104. *Ձևակերպեք մի քանի պայմաններ, որոնց դեպքում որոշիչը հավասար է 0-ի:*

105. *ա) Քանի գումարելի կա չորրորդ կարգի որոշիչի վերլուծության բանաձևում:*

բ) Քանի գումարելի կա հինգերորդ կարգի որոշիչի վերլուծության բանաձևում:

106. *Հինգերորդ կարգի որոշիչի վերլուծության բանաձևում կան արդյո՞ք* $a_{15}a_{12}a_{34}a_{21}a_{43}$, $a_{55}a_{12}a_{34}a_{21}a_{43}$ *գումարելիներ:*

107. *Հինգերորդ կարգի որոշիչի վերլուծության բանաձևում ի՞նչ նշան ունեն* $a_{12}a_{21}a_{34}a_{45}a_{53}$, $a_{15}a_{23}a_{34}a_{41}a_{52}$ *գումարելիները:*

108. *Հետևյալ* $\begin{vmatrix} 2 & 21 & \underline{2} & 5 \\ 2 & 11 & -7 & \underline{-4} \\ 3 & \underline{3} & 1 & 1 \\ \underline{-11} & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ *որոշիչի համար*

ա) գտնել ընդգծված թվերի արտադրյալին համապատասխանող տեղադրությունն ու պարզել դրա նշանը,

բ) գտնել $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ *տեղադրությանը համապատասխանող արտադրյալը:*

109. *Հաշվել որոշիչները.*

ա) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, *բ)* $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$,

գ) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, *դ)* $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$,

$$
ե)\begin{vmatrix} 1&2&2&2\\ 2&1&2&2\\ 2&2&1&2\\ 2&2&2&1 \end{vmatrix},\; զ)\begin{vmatrix} 0&0&7&1\\ 0&0&7&2\\ 0&0&7&3\\ 4&3&2&1 \end{vmatrix},
$$

$$
է)\begin{vmatrix} 1&1&1&1\\ 1&0&1&1\\ 0&0&1&0\\ 0&0&1&1 \end{vmatrix},\; ը)\begin{vmatrix} 1&0&-1&-2\\ -2&-1&0&1\\ 1&2&0&0\\ 0&-1&0&0 \end{vmatrix},
$$

$$
թ)\begin{vmatrix} 0&1&1&1\\ -1&0&1&1\\ -1&-1&0&1\\ -1&-1&-1&0 \end{vmatrix},\; ժ)\begin{vmatrix} 0&-1&1&-1\\ 1&0&-1&1\\ -1&1&0&-1\\ 1&-1&1&0 \end{vmatrix},
$$

$$
ի)\begin{vmatrix} 2&3&4&5\\ 3&3&4&5\\ 4&4&4&5\\ 5&5&5&5 \end{vmatrix},\; լ)\begin{vmatrix} 3&3&-4&-3\\ 0&6&1&1\\ 5&4&2&1\\ 2&3&3&2 \end{vmatrix},
$$

$$
խ)\begin{vmatrix} 25&31&17&43\\ 75&94&53&132\\ 75&94&54&134\\ 25&32&20&48 \end{vmatrix},\; ծ)\begin{vmatrix} 35&59&71&52\\ 42&70&77&54\\ 43&68&72&52\\ 29&49&65&50 \end{vmatrix},
$$

$$
կ)\begin{vmatrix} 5&4&1&3\\ 2&1&1&4\\ 3&2&1&1\\ 1&3&-2&2 \end{vmatrix},\; հ)\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{2}{\sqrt{10}}\\ \frac{2}{\sqrt{10}}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&-\frac{1}{\sqrt{10}}\\ \frac{1}{\sqrt{10}}&-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{2}{\sqrt{10}}\\ \frac{2}{\sqrt{10}}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{\sqrt{10}} \end{vmatrix}:
$$

110. *Հաշվել որոշիչները.*

$$ա) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad բ) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 9 & 16 & 25 \end{vmatrix},$$

$$գ) \begin{vmatrix} 1 & 10 & 100 & 1000 & 10000 \\ 0,1 & 2 & 30 & 400 & 5000 \\ 0 & 0,1 & 3 & 60 & 800 \\ 0 & 0 & 0,1 & 4 & 90 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 5 \end{vmatrix},$$

$$դ) \begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 9 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 4 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad ե) \begin{vmatrix} 4 & 3 & -4 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -3 & -4 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -2 & 3 \end{vmatrix},$$

$$զ) \begin{vmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{vmatrix}:$$

111. *Ի՞նչ նշանով է «մտնում» n-րդ կարգի որոշիչի մեջ*

ա) գլխավոր (առաջին) անկյունագծի վրա գտնվող տարրերի արտադրյալը,

բ) երկրորդ անկյունագծի վրա գտնվող տարրերի արտադրյալը:

112. *Ապացուցել, որ անկյունագծային մատրիցի որոշիչը հավասար է իր անկյունագծի թվերի արտադրյալին:*

113. *Ապացուցել, որ եռանկյունաձև մատրիցի որոշիչը հավասար է իր անկյունագծի թվերի արտադրյալին:*

114. *Դիցուք* $n \times n$ *չափի մատրիցի ճիշտ* n *գործակիցներ հավասար են 1-ի, իսկ մնացած գործակիցները՝ 0-ի: Ինչի՞ կարող է հավասար լինել նման մատրիցի որոշիչը:*

115. *Գտնել մատրիցի որոշիչը, եթե հայտնի է, որ նրա զույգ համարով տողերի գումարը հավասար է կենտ համարով տողերի գումարին:*

116. *Ապացուցել, որ* n *չափի մատրիցի որոշիչը հավասար է 0-ի, եթե այն ունի* $k \times m$ *չափի 0-ական ենթամատրից, որտեղ* $k + m > n$*:*

117. *Հաշվել հետևյալ* n*-րդ կարգի որոշիչները.*

$$\text{ա)}\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix},$$

$$\text{բ)}\ \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 3 \end{vmatrix},$$

$$\text{գ)}\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & n & n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & n & n & \cdots & n & n & n \end{vmatrix},$$

$$\text{դ)}\ \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ -x & x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -x & x & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x \end{vmatrix},$$

ե) $\begin{vmatrix} 1 & n & n & \cdots & n \\ n & 2 & n & \cdots & n \\ n & n & 3 & \cdots & n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & n & n & \cdots & n \end{vmatrix}$,

զ) $\begin{vmatrix} 1-n & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-n & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1-n & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1-n \end{vmatrix}$,

է) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$,

ը) $\begin{vmatrix} n & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & n & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & n & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n \end{vmatrix}$,

թ) $\begin{vmatrix} a & b & \cdots & b & b \\ b & a & \cdots & b & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & \cdots & a & b \\ b & b & \cdots & b & a \end{vmatrix}$, ժ) $$\begin{vmatrix} x & y & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix},$$

ի) $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3 \end{vmatrix},$$

լ) $$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix},$$

խ) $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & \cdots & 2^n \\ 1 & 3 & 3^2 & \cdots & 3^n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & n+1 & (n+1)^2 & \cdots & (n+1)^n \end{vmatrix},$$

ծ) $$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix},$$

կ) $$\begin{vmatrix} a+b & ab & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & a+b & ab & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a+b & ab & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & a+b \end{vmatrix}:$$

5 Մատրիցներ, գործողություններ դրանց հետ

118. *Ի՞նչ պայմանների դեպքում կարելի է մատրիցներն իրար գումարել:*

119. *Հաշվել մատրիցների գծային զուգակցությունը.*

ա) $3\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

բ) $2\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$,

գ) $2\begin{pmatrix} 1 & 8 & 7 & -15 \\ 1 & -5 & -6 & 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 24 & -7 & -1 \\ -1 & -2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$:

120. *Կարելի՞ է արդյոք*

ա) m *երկարությամբ տողը բազմապատկել* n *երկարությամբ սյունով,*

բ) n *երկարությամբ սյունը բազմապատկել* m *երկարությամբ տողով:*

121. *Հաշվել մատրիցների արտադրյալը.*

ա) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$, *դ)* $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, *ե)* $\begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos b & -\sin b \\ \sin b & \cos b \end{pmatrix}$,

զ) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

ը) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$,

թ) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

ժ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

ի) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

լ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,

խ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}$:

122. *Կատարել գործողությունները.*

ա) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} +$

$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & -3 \\ 5 & -2 & 8 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} +$

$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & -5 & -2 \\ 2 & -2 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

123. *Հաշվել.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2$, *բ)* $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2$, *դ)* $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$,

124. *Հաշվել.*

ա) $\begin{pmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{pmatrix}^n$, *բ)* $\begin{pmatrix} c & 1 \\ 0 & c \end{pmatrix}^n$, գ) $\left(\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}\right)^n$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n$, ե) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^n$,

զ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^3$ ։

125. *Շրջել (պրանսպոնացնել) հետևյալ մատրիցները.*

ա) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & \ldots & a_2 & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & a_{n-1} & \ldots & 0 & 0 \\ a_n & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ։

126. *Ապացուցել, որ*

ա) $(A+B)^T = A^T + B^T$, բ) $(AB)^T = B^T A^T$։

127. *Ի՞նչ կարելի է ասել A և B մատրիցների չափերի մասին, եթե $AB = BA$։*

128. *Քառակուսի մատրիցի անկյունագծի թվերի գումար կոչվում է այդ մատրիցի* ***հետք****։ Ապացուցել, որ*

ա) AB և BA մատրիցների հետքերը հավասար են,

բ) CAC^{-1} և A մատրիցների հետքերը հավասար են։

129. *Գտնել բոլոր այն n չափի մատրիցները, որոնց համար կամայական X մատրիցի դեպքում AX մատրիցի հետքը հավասար է 0-ի:*

130. *Հաշվել $AB - BA$ մատրիցը, եթե*

ա) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

բ) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$*:*

131. *Հաշվել $f(A)$-ն, եթե*

ա) $f(t) = t^2 - 2t + 1$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$,

բ) $f(t) = t^2 - 3t + 2$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$*:*

132. *Ո՞ր մատրիցով և ո՞ր կողմից պետք է բազմապատկել տրված A մատրիցը, որպեսզի արդյունքում ստացվի*

ա) A մատրիցի առաջին տողը,

բ) A մատրիցի առաջին սյունը:

133. *Ընտրել F տարրական մատրիցն այնպես, որ FA մատրիցն ստացվի A մատրիցից, վերջինիս*

ա) առաջին և երկրորդ տողերի տեղափոխությամբ,

բ) առաջին տողը երկրորդ տողին գումարելով,

գ) առաջին տողը $c \neq 0$ թվով բազմապատկելով,

Ընտրել F տարրական մատրիցն այնպես, որ AF մատրիցն ստացվի A մատրիցից, վերջինիս

դ) առաջին և երկրորդ սյուների տեղափոխությամբ,

ե) առաջին սյունը երրորդ սյանը գումարելով,

զ) երկրորդ սյունը $c \neq 0$ թվով բազմապատկելով:

134. *Ապացուցել, որ եթե* A*-ն,* B*-ն քառակուսի մատրիցներ են և* $AB = E$*, ապա* $detA \neq 0$*,* $detB \neq 0$ *և* $detA = (detB)^{-1}$*:*

135. *Հաշվել.*

ա) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}^{-1}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,

գ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & ... & 0 & a_n \\ 0 & 0 & ... & a_{n-1} & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & a_2 & ... & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & ... & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$,

դ) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$, *ե)* $\begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix}^{-1}$,

զ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}^{-1}$, *է)* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,

ը) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$*:*

136. *Հաշվել հետևյալ պարզական մատրիցների հակադարձը.*

ա) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *գ)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, *ե)* $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, *զ)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, *ը)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$*:*

137. *Պարզել, թե հետևյալ հավասարություններից որոնք են ճիշտ $n \times n$ չափի բոլոր մատրիցների համար.*

ա) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$, *բ)* $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1} A^{-1}$,

գ) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$, *դ)* $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$,

ե) $(A^{-1})^k = (A^k)^{-1}$, *զ)* $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$:

138. *ա) Ապացուցել, որ քառակուսի մատրիցից տողերի պարզական ձևափոխությունների օգնությամբ կարելի է ստանալ միավոր մատրից այն և միայն այն դեպքում, երբ այն չվերասերված մատրից է:*

բ) Ապացուցել, որ քառակուսի մատրիցից սյուների պարզական ձևափոխությունների օգնությամբ կարելի է ստանալ միավոր մատրից այն և միայն այն դեպքում, երբ այն չվերասերված մատրից է:

139. *Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր չվերասերված մատրից կամ պարզական մատրից է, կամ հավասար է պարզական մատրիցների արտադրյալի:*

140. *Նկարագրել և հիմնավորել A^{-1} մատրիցը հաշվելու եղանակը՝ A և E մատրիցների տողերի պարզական ձևափոխությունների օգնությամբ:*

141. *Հաշվել.*

ա) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & ... & 1 \\ 0 & 1 & ... & 1 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 \end{pmatrix}^{-1}$, *դ)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$, ե) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$, զ) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,

ը) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & ... & n \\ 0 & 1 & 2 & ... & n-1 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,

142. *Դիցուք* $A^2 + A + E = 0$*: Ապացուցել, որ* A *մատրիցը չվերասերված է և* A^{-1} *մատրիցն արտահայտել* A *և* E *մատրիցների միջոցով:*

143. *Դիցուք* $A^m = 0$*: Ապացուցել, որ*

$$(E - A)^{-1} = E + A + ... + A^{m-1} :$$

144. *Դիցուք* $AB = BA$ *և* AB*-ն չվերասերված մատրից է: Ապացուցել, որ այդ դեպքում*

ա) և՛ A*-ն, և՛* B*-ն քառակուսի մատրիցներ են,*

բ) և՛ A*-ն, և՛* B*-ն չվերասերված մատրիցներ են,*

գ) $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$*:*

145. *Ստուգել, որ* $(BAB^{-1})^n = BA^nB^{-1}$*:*

146. *ա) Նկարագրել և հիմնավորել $A^{-1}B$ մատրիցը հաշվելու եղանակ՝ A և B մատրիցների տողերի տարրական ձևափոխությունների օգնությամբ:*

բ) Նկարագրել և հիմնավորել AB^{-1} մատրիցը հաշվելու եղանակ՝ A և B մատրիցների սյուների տարրական ձևափոխությունների օգնությամբ:

147. *Հաշվել մատրիցների արտադրյալը.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$,

գ) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$,

ե) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1}$:

148. *Դիցուք A-ն և C-ն չվերասերված մատրիցներ են: Լուծել հետևյալ մատրիցային հավասարումները.*

ա) $AX = 0$, *բ)* $AX = B$, *գ)* $XA = B$,

դ) $AXC = B$, *ե)* $A(X + C) = B$:

149. *Հավասարումից գտնել* X *մատրիցը.*

ա) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$,

բ) $X \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 10 \\ 17 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

ե) $X \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix}$,

զ) $X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$:

6 Մատրիցի ռանգ

150. *Նկարագրել 0 ռանգ ունեցող բոլոր մատրիցները:*

151. *Նկարագրել 1 ռանգ ունեցող բոլոր մատրիցները:*

152. *Կարող է արդյոք մատրիցը չունենալ հենքային մինոր:*

153. *Քանի՞ k չափի մինոր ունի $m \times n$ չափի մատրիցը:*

154. *Հետևյալ մատրիցներում նշել որևէ հենքային մինոր և որոշել ռանգը.*

ա) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, *գ)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, *ե)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, *զ)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

155. *Խնդիր 154-ի ա)–է) մատրիցներում նշել հենքային տողեր և հենքային սյուներ:*

156. *Տրված քառակուսի մատրիցի համար նշել հենքային մինոր, հենքային տողեր և հենքային սյուներ, եթե հայտնի է, որ դրա որոշիչը 0 չէ: Ինչի՞ է հավասար նման մատրիցի ռանգը:*

157. *Ապացուցել, որ անկյունագծային մատրիցի ռանգը հավասար է դրա 0-ից տարբեր տարրերի քանակին:*

158. *Ապացուցել, որ եթե մատրիցի բոլոր k չափի մինորները 0 են, ապա 0 են նաև դրա բոլոր $k+1$ չափի մինորները:*

159. *Ապացուցել, որ մատրիցի ռանգը մեծ կամ հավասար է իր յուրաքանչյուր ենթամատրիցի ռանգից:*

160. *ա) Ապացուցել, որ մատրիցին 0-ական տող կամ 0-ական սյուն ավելացնելով՝ դրա ռանգը չի փոխվի:*

բ) Ապացուցել, որ եթե մատրիցին ավելացնենք սյուն (տող), ապա ռանգը չի փոքրանա:

գ) Ապացուցել, որ եթե մատրիցին ավելացնենք սյուն (տող), որը դրա սյուների (տողերի) գծային զուգակցություն է, ապա ռանգը չի փոխվի:

161. *Ապացուցել, որ եթե A մատրիցի տողերը B մատրիցի տողերի գծային զուգակցություն են, ապա $rank(A) \leq rank(B)$:*

162. *Գնահատել $\begin{pmatrix} A & B \end{pmatrix}$ մատրիցի ռանգը A և B մատրիցների ռանգերի միջոցով:*

163. *Հաշվել մատրիցների ռանգը.*

ա) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, *գ)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *ե)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, *զ)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1+\sqrt{2} & 2-\sqrt{5} \\ 2+\sqrt{5} & 1-\sqrt{2} \end{pmatrix}$, *ը)* $\begin{pmatrix} 1+i\sqrt{2} & 3 \\ 1 & 1-i\sqrt{2} \end{pmatrix}$, *թ)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, *ժ)* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, *ի)* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$,

լ) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, *խ)* $\begin{pmatrix} 13 & 16 & 16 \\ -5 & -7 & -6 \\ -6 & -8 & -7 \end{pmatrix}$,

ծ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, *կ)* $\begin{pmatrix} 1+i\sqrt{2} & i-\sqrt{2} & 1 \\ 1+i\sqrt{3} & i-\sqrt{3} & 1 \\ 1+i\sqrt{4} & i-\sqrt{4} & 1 \end{pmatrix}$,

հ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, *ձ)* $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 7 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, *ղ)* $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$,

ճ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, *մ)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$,

յ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, *ն)* $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$,

շ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, *ո)* $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & -5 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$,

$$
\text{չ)}\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{պ)}\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}:
$$

164. *Հետևյալ մատրիցների ռանգը հաշվել և՛ եզրող մինորների, և՛ տարրական ձևափոխությունների օգնությամբ.*

$$
\text{ա)}\ \begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 4 & -2 & 5 \\ 2 & 4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix},\ \text{բ)}\ \begin{pmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 7 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{գ)}\ \begin{pmatrix} -6 & 4 & 8 & -1 & 6 \\ -5 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & -7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & -5 & 3 \end{pmatrix},\ \text{դ)}\ \begin{pmatrix} 77 & 32 & 6 & 5 & 4 \\ 32 & 14 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{ե)}\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}:
$$

165. *Հետևյալ մատրիցների ռանգը հաշվել տարրական ձևափոխությունների օգնությամբ.*

ա) $\begin{pmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}$:

166. *Հաշվել մատրիցի ռանգը պարամետրի բոլոր հնարավոր արժեքների դեպքում.*

ա) $\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, *բ)* $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 4 & 8 & 12 \\ 2 & 7 & a \end{pmatrix}$, *գ)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a \\ 1 & a^2 & a^2 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 2 & -1 & a & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$, *ե)* $\begin{pmatrix} 7-a & -12 & 6 \\ 10 & -19-a & 10 \\ 12 & -24 & 13-a \end{pmatrix}$,

զ) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 17 & 7 & 1 \\ 1 & 10 & 4 & a \\ 4 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, *է)* $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-a^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-a^2 \end{pmatrix}$, ը) $\begin{pmatrix} 1-a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-a & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3-a \end{pmatrix}$,

թ) $\begin{pmatrix} 1-a & 2 & 3 & ... & n \\ 1 & 2-a & 3 & ... & n \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & 2 & 3 & ... & n-a \end{pmatrix}$,

ժ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & ... & 1 \\ 1 & a & a^2 & ... & a^{n-1} \\ 1 & a^2 & a^4 & ... & a^{2(n-1)} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & a^{n-1} & a^{2(n-1)} & ... & a^{(n-1)^2} \end{pmatrix}$:

7 Գծային հավասարումների համակարգեր

167. *Լուծել գծային հավասարումների հետևյալ որոշյալ համակարգերը.*

ա) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 10 \\ x_1 + x_2 = 17, \end{cases}$ *բ)* $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 2 \\ 5x_1 + 9x_2 = 4, \end{cases}$

գ) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_3 = 3, \end{cases}$

դ) $\begin{cases} x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 6, \end{cases}$

ե) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 23 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1, \end{cases}$

զ) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 30 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 34 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 41 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, \end{cases}$

է) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7, \end{cases}$

ը) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = -3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = -2, \end{cases}$

թ) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_5 = -1 \\ x_1 + x_6 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = -1 : \end{cases}$

168. *Լուծել համասեռ գծային հավասարումների հետևյալ համակարգերը և նշել լուծումների ֆունդամենտալ համակարգ.*

ա) $\{ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0,$

բ) $\{ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0,$

գ) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0, \end{cases}$

դ) $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \end{cases}$

ե) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \end{cases}$

զ) $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \end{cases}$

է) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \end{cases}$

ը) $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0, \end{cases}$

թ) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_5 = 0, \end{cases}$

ժ) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 18x_5 = 0, \end{cases}$

ի) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \end{cases}$

լ) $\begin{cases} x_1 - x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 - x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_5 - x_6 = 0 \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_6 = 0, \end{cases}$

խ) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0 : \end{cases}$

169. *Հետազոտել գծային հավասարումների հետևյալ համակարգերի համատեղելիությունը և դրական պատասխանի դեպքում գտնել լուծումները.*

ա) $\{ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1,$

բ) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_2 + x_3 = 4, \end{cases}$

զ) $\begin{cases} (\sqrt{2}+1)x_1 & +(\sqrt{2}-1)x_2 & -\sqrt{2}x_3 & = 1+\sqrt{2} \\ x_1 & +(3-2\sqrt{2})x_2 & +(\sqrt{2}-2)x_3 & = 1, \end{cases}$

է) $\begin{cases} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & = -4 \\ 2x_1 & +3x_2 & +4x_3 & = 1 \\ 3x_1 & +4x_2 & +5x_3 & = 6, \end{cases}$

ը) $\begin{cases} x_1 & +2x_2 & +x_3 & & = 2 \\ 2x_1 & +3x_2 & & +x_4 & = 1, \end{cases}$

թ) $\begin{cases} 5x_1 & +4x_2 & +x_3 & +3x_4 & = -5 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & +4x_4 & = 2 \\ 3x_1 & +2x_2 & +x_3 & +x_4 & = -3 \\ x_1 & +3x_2 & -2x_3 & +2x_4 & = -4, \end{cases}$

ժ) $\begin{cases} 3x_1 & +x_2 & +x_3 & +2x_4 & = -2 \\ 5x_1 & & +2x_3 & +5x_4 & = -2 \\ 6x_1 & +x_2 & +5x_3 & +7x_4 & = -4 \\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & +2x_4 & = -2, \end{cases}$

ի) $\begin{cases} x_1 & & +x_3 & +x_4 & +x_5 & = 6 \\ & x_2 & +x_3 & +x_4 & +x_5 & = 8, \end{cases}$

խ) $\begin{cases} 6x_1 & +3x_2 & +14x_3 & -2x_4 & +x_5 & = 2 \\ 20x_1 & +5x_2 & +10x_3 & +4x_4 & +11x_5 & = 20 \\ 13x_1 & +4x_2 & +12x_3 & +x_4 & +6x_5 & = 11 \\ 4x_1 & +7x_2 & +46x_3 & -12x_4 & -7x_5 & = -12 \\ x_1 & -2x_2 & -16x_3 & +5x_4 & +4x_5 & = 7, \end{cases}$

ծ) $\begin{cases} 2x_1 & -3x_2 & +5x_3 & +7x_4 & = 1 \\ 4x_1 & -6x_2 & +2x_3 & +3x_4 & = 2 \\ 2x_1 & -3x_2 & -11x_3 & -15x_4 & = 1, \end{cases}$

կ) $\begin{cases} 3x_1 & -5x_2 & +2x_3 & +4x_4 & = 2 \\ 7x_1 & -4x_2 & +x_3 & +3x_4 & = 5 \\ 5x_1 & +7x_2 & -4x_3 & -6x_4 & = 3, \end{cases}$

$$
\text{լ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrl}
3x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +2x_4 & =2\\
2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & +5x_4 & =3\\
9x_1 & +x_2 & +4x_3 & -5x_4 & =1\\
2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +4x_4 & =5\\
7x_1 & +x_2 & +6x_3 & -x_4 & =7,
\end{array}\right.
$$

$$
\text{խ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrrl}
x_1 & +x_2 & +3x_3 & -2x_4 & +3x_5 & =1\\
2x_1 & +2x_2 & +4x_3 & -x_4 & +3x_5 & =2\\
3x_1 & +3x_2 & +5x_3 & -2x_4 & +3x_5 & =1\\
2x_1 & +2x_2 & +8x_3 & -3x_4 & +9x_5 & =2,
\end{array}\right.
$$

$$
\text{ծ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrrl}
x_1 & +2x_2 & +3x_3 & -2x_4 & +x_5 & =4\\
3x_1 & +6x_2 & +5x_3 & -4x_4 & +3x_5 & =5\\
x_1 & +2x_2 & +7x_3 & -4x_4 & +x_5 & =11\\
2x_1 & +4x_2 & +2x_3 & -3x_4 & +3x_5 & =6
\end{array}\right. ,
$$

$$
\text{կ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrl}
x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +x_4 & =3\\
x_1 & +4x_2 & +5x_3 & +2x_4 & =2\\
2x_1 & +9x_2 & +8x_3 & +3x_4 & =7\\
3x_1 & +7x_2 & +7x_3 & +2x_4 & =12\\
5x_1 & +7x_2 & +9x_3 & +2x_4 & =20
\end{array}\right. ,
$$

$$
\text{հ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrl}
10x_1 & +23x_2 & +17x_3 & +44x_4 & =25\\
15x_1 & +35x_2 & +26x_3 & +69x_4 & =40\\
25x_1 & +57x_2 & +42x_3 & +108x_4 & =65\\
30x_1 & +69x_2 & +51x_3 & +133x_4 & =95,
\end{array}\right.
$$

$$
\text{ձ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrl}
45x_1 & -28x_2 & +34x_3 & -52x_4 & =9\\
36x_1 & -23x_2 & +29x_3 & -43x_4 & =3\\
35x_1 & -21x_2 & +28x_3 & -45x_4 & =16\\
47x_1 & -32x_2 & +36x_3 & -48x_4 & =-17\\
27x_1 & -19x_2 & +22x_3 & -35x_4 & =6
\end{array}\right. ,
$$

$$
\text{ղ)}\ \left\{\begin{array}{rrrrrl}
24x_1 & +14x_2 & +30x_3 & +40x_4 & +41x_5 & =28\\
36x_1 & +21x_2 & +45x_3 & +61x_4 & +62x_5 & =43\\
48x_1 & +28x_2 & +60x_3 & +82x_4 & +83x_5 & =58\\
60x_1 & +35x_2 & +75x_3 & +99x_4 & +102x_5 & =69
\end{array}\right. :
$$

ճ) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 5x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \end{cases}$

170. *Պարզաբանել համակարգի համատեղելիությունը, որոշյալ — անորոշ լինելը՝ կախված պարամետրի արժեքից.*

ա) $\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ -12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ ax_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2, \end{cases}$

բ) $\begin{cases} -6x_1 + 8x_2 - 5x_3 - x_4 = 9 \\ -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 1 \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 3 \\ -3x_1 + 7x_2 + 17x_3 + 7x_4 = a, \end{cases}$

գ) $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + ax_4 = 7, \end{cases}$

դ) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ ax_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11, \end{cases}$

ե) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + ax_4 = 9, \end{cases}$

զ) $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1, \end{cases}$

է) $\begin{cases} ax_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & = 1 \\ x_1 & +ax_2 & +x_3 & +x_4 & = 1 \\ x_1 & +x_2 & +ax_3 & +x_4 & = 1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +ax_4 & = 1, \end{cases}$

ը) $\begin{cases} (1+a)x_1 & +x_2 & +x_3 & = 1 \\ x_1 & +(1+a)x_2 & +x_3 & = a \\ x_1 & +x_2 & +(1+a)x_3 & = a^2, \end{cases}$

171. *Հետազոտել համակարգի համատեղելիությունը և դրական պատասխանի դեպքում գտնել ընդհանուր լուծումը՝ կախված պարամետրի արժեքից.*

ա) $\begin{cases} (1+a)x_1 & +x_2 & +x_3 & = a^2+3a \\ x_1 & +(1+a)x_2 & +x_3 & = a^3+3a^2 \\ x_1 & +x_2 & +(1+a)x_3 & = a^4+3a^3, \end{cases}$

բ) $\begin{cases} 5x_1 & -3x_2 & +2x_3 & +4x_4 & = 3 \\ 4x_1 & -2x_2 & +3x_3 & +7x_4 & = 1 \\ 8x_1 & -6x_2 & -x_3 & -5x_4 & = 9 \\ 7x_1 & -3x_2 & +7x_3 & +17x_4 & = a, \end{cases}$

գ) $\begin{cases} 3x_1 & +2x_2 & +5x_3 & +4x_4 & = 3 \\ 2x_1 & +3x_2 & +6x_3 & +8x_4 & = 5 \\ x_1 & -6x_2 & -9x_3 & -20x_4 & = -11 \\ 4x_1 & +x_2 & +4x_3 & +ax_4 & = 2: \end{cases}$

8 Բազմանդամներ

172. *Գտնել* $f(x)$ *և* $g(x)$ *բազմանդամների գումարը, տարբե–րությունը, արտադրյալը.*

ա) $f(x) = 2 + (1+i)x - 3ix^2$, $g(x) = -2ix + ix^3 + x^4$,

բ) $f(x) = 1 + (2-i)x^2$, $g(x) = 3i + ix + (1+i)x^2$,

գ) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x^2 - x^3$, $g(x) = 3 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 + x^3$:

173. *Մնացորդով բաժանել* $f(x)$ *բազմանդամը* $x-\alpha$*-ի վրա և գտնել* $f(\alpha)$*-ն.*

ա) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$, $\alpha = 1$,

բ) $f(x) = 2x^5 - 5x^3 - 8x$, $\alpha = -3$,

գ) $f(x) = 3x^5 + x^4 - 19x^2 - 13x - 10$, $\alpha = 2$,

դ) $f(x) = x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 2x + 5$, $\alpha = -2$:

174. *Հաշվել* $f(\alpha)$*-ն.*

ա) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16$, $\alpha = 4$,

բ) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$, $\alpha = -1$,

գ) $f(x) = 5x^5 - 19x^3 - 7x^2 + 9x + 3$, $\alpha = 2$,

դ) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + x + 33$, $\alpha = -2$:

175. *Հորների սխեմայով որոշել* $f(x)$ *բազմանդամի* α_i *արմատի* m_i *պատիկությունը.*

ա) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $\alpha = 2$,

բ) $f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16$, $\alpha = -2$,

գ) $f(x) = x^5 - 15x^4 + 76x^3 - 140x^2 + 75x - 125$, $\alpha = 5$,

դ) $f(x) = x^{10} - x^9 - 3x^8 + 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 + 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x + 1$, $\alpha_1 = -1$, $\alpha_2 = 1$,

ե) $f(x) = x^8 - 6x^7 + 13x^6 - 10x^5 - 9x^4 + 32x^3 - 37x^2 + 20x - 4$, $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 1$:

176. *Ապացուցել, որ*

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

բազմանդամը բազմապատիկ արմատ չունի:

177. *Գտնել* a*-ի և* b*-ի այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում* α *թիվը* $f(x)$ *բազմանդամի* k*-ից ոչ պակաս պատիկությամբ արմատ լինի.*

ա) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 1$, $\alpha = -1$, $k = 2$,

բ) $f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1$, $\alpha = 1$, $k = 3$,

գ) $f(x) = ax^{n+1} + bx^n + 1$, $\alpha = 1$, $k = 2$:

178. *Լագրանժի բանաձևով գտնել կոմպլեքս գործակիցներով այնպիսի* n *աստիճանի* $f(x)$ *բազմանդամ, որը բավարարի* $y_i = f(x_i)$ $(i = 0, 1, 2, ..., n)$ *պայմաններին.*

ա) $n = 3$, $x_0 = 1$, $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $y_0 = 0$, $y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = 5$, *բ)* $n=3,\ x_0=1,\ x_1=2,\ x_2=3,\ x_3=4,\ y_0=2,\ y_1=1,$ $y_2=4,\ y_3=3,$

գ) $n=3,\ x_0=1,\ x_1=i,\ x_2=-1,\ x_3=-i,\ y_0=1,\ y_1=2,$ $y_2=3,\ y_3=4,$

դ) $n=4,\ x_0=0,\ x_1=1,\ x_2=2,\ x_3=3,\ x_4=4,\ y_0=1,$ $y_1=2,\ y_2=3,\ y_3=4,\ y_4=6$։

179. *Մնացորդով բաժանել $f(x)$ բազմանդամը $g(x)$-ի վրա.*

ա) $f(x)=2x^4-4x^3+4x^2-6,\ g(x)=x^2-3x-1,$

բ) $f(x)=2x^4-3x^3+3x^2-5x+6,\ g(x)=x^2-3x+1,$

գ) $f(x)=x^3-3x^2-x-1,\ g(x)=3x^2-x-1,$

դ) $f(x)=(10+5i)x^4-(15+5i)x^2+(10+30i)x+(10-5i),$ $g(x)=(2+i)x^2-3x+i$։

180. *Գտնել $g(x)$ բաժանարարը, եթե հայտնի են $f(x)$ բաժանելին, $q(x)$ քանորդը և $r(x)$ մնացորդը.*

ա) $f(x)=2x^5+3x^4+2x^3+1,\ q(x)=x^2+3x+1,\ r(x)=63x+25,$

բ) $f(x)=x^5-2x^4-x^3-7x^2-5x+3,\ q(x)=x^3-3x^2-1,$ $r(x)=-4x+5,$

գ) $f(x)=2x^4-13x^3+7x^2+\frac{1}{2}x-4,\ q(x)=\frac{1}{2}x-3,\ r(x)=x^2-x+5,$

դ) $f(x)=x^4+3x^3-x^2+1,\ q(x)=x^2+(3-i)x-(4+3i),$ $r(x)=(-2+5i)x+(9+6i)$։

181. *Գտնել a-ի և b-ի այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում $f(x)$ բազմանդամը բաժանվում է $g(x)$-ի վրա.*

ա) $f(x)=x^3+ax+b,\ g(x)=x^2+1,$

բ) $f(x) = x^3 + ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + 1$,

գ) $f(x) = x^4 + ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + 1$,

դ) $f(x) = x^5 + ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + 1$:

182. *Գտնել բազմանդամների* $d(x)$ *ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն ու* $m(x)$ *ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը.*

ա) $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$, $g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$,

բ) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$,

գ) $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$, $g(x) = x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 6x^2 + 4\sqrt{2}x + 1$,

դ) $f(x) = x^5 + (1-i)x^4 + x^3 - ix^2 - 1$, $g(x) = x^4 - ix^3 - (1-i)x^2 - x + 1$:

183. *Էվկլիդեսի ալգորիթմով գտնել* $f(x)$ *և* $g(x)$ *բազմանդամների* $d(x)$ *ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի* $d(x) = f(x)u(x) + g(x)v(x)$ *գծային ներկայացում.*

ա) $f(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9$, $g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$,

բ) $f(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1$, $g(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2$,

գ) $f(x) = x^5 - (2+i)x^4 - x^2 + (2+i)x$,

$g(x) = 2x^4 - (4+2i)x^3 - x^2 - x + 1$,

դ) $f(x) = x^4 - ix^3 - (1-i)x^2 - x + 1$,

$g(x) = x^5 + (1-i)x^4 + x^3 - ix^2 - 1$,

184. *Ապացուցել, որ եթե* $d(x) = f(x)u(x) + g(x)v(x)$, *որտեղ* $d(x)$*-ն* $f(x)$ *և* $g(x)$ *բազմանդամների ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է, ապա տեղի ունի նաև* $d(x) = f(x)u_1(x) + g(x)v_1(x)$ *հավասարությունը, որտեղ* $u_1(x)$*-ը* $u(x)$ *բազմանդամը* $g_1(x) = \dfrac{g(x)}{d(x)}$ *բազմանդամի վրա* *բաժանելուց ստացված մնացորդն է, իսկ* $v_1(x)$*-ը՝* $v(x)$*-ը* $f_1(x) = \dfrac{f(x)}{d(x)}$*-ի վրա բաժանելուց ստացված մնացորդը (հետևաբար՝* $deg(u_1(x)) < deg(g(x)) - deg(d(x))$ *և* $deg(v_1(x)) < deg(f(x)) - deg(d(x)))$*:*

185. *Օգտվելով* *184* *խնդրից՝ անորոշ գործակիցների մեթոդով գտնել* $f(x)$ *և* $g(x)$ *բազմանդամների* $d(x)$ *ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի* $d(x) = f(x)u(x) + g(x)v(x)$ *գծային ներկայացում.*

ա) $f(x) = x^3 + 3x + 3$, $g(x) = x^2 - x - 2$, $d(x) = 1$,

բ) $f(x) = x^3$, $g(x) = (1 - x)^2$, $d(x) = 1$,

գ) $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$, $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$, $d(x) = x + 1$,

դ) $f(x) = 2x^2 + (4 + 5i)x + (3 - 2i)$,
$g(x) = 3ix^2 - (8 - 7i)x - (1 - 5i)$, $d(x) = x + 2 + 3i$*:*

186. *Վերլուծել* $f(x)$ *բազմանդամը* $(x - a)$*-ի աստիճաններով և գտնել ածանցյալների արժեքները* a*-ում.*

ա) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 1$, $a = -1$,

բ) $f(x) = 2x^5 - x^3 - 2x^2 - 6x + 10$, $a = 2$,

գ) $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1 + i)x^2 - 3x + 7 + i$, $a = -3$,

դ) $f(x) = x^6 + (2 - i)x^4 - (1 - i)x^3 + 2x + 1 + i$, $a = i$*:*

187. *Կոմպլեքս թվերի դաշտի նկատմամբ հետևյալ բազմանդամները վերլուծել գծային արտադրիչների.*

ա) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, *բ)* $f(x) = x^4 + 4$, *գ)* $f(x) = x^6 + 27$*:*

188. *Կառուցել կոմպլեքս գործակիցներով նվազագույն աստիճանի այնպիսի բազմանդամ, որի համար* *ա) 1-ը կրկնապատիկ արմատ է, 2-ը, 3-ը և* $(1+i)$*-ն՝ միապատիկ,*

բ) i*-ն կրկնապատիկ արմատ է,* $(-1-i)$*-ն՝ միապատիկ:*

189. *Կառուցել իրական գործակիցներով նվազագույն աստիճանի այնպիսի բազմանդամ, որի համար*

ա) 1-ը կրկնապատիկ արմատ է, 2-ը, 3-ը և $(1+i)$*-ն՝ միապատիկ,*

բ) i*-ն կրկնապատիկ արմատ է,* $(-1-i)$*-ն՝ միապատիկ:*

190. *Հորների սխեմայի միջոցով ներկայացնել պարզագույն կոտորակների գումարի տեսքով.*

ա) $\dfrac{x^3-x+1}{(x-2)^5}$, *բ)* $\dfrac{x^4-2x^2+3}{(x+1)^5}$*:*

191. *Ներկայացնել պարզագույն կոտորակների գումարի տեսքով՝ իրական թվերի դաշտի նկատմամբ.*

ա) $\dfrac{x^2}{x^4-16}$, *բ)* $\dfrac{1}{x^4+4}$, *գ)* $\dfrac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}$, *դ)* $\dfrac{1}{(x^4-1)^2}$*:*

192. *Գտնել բազմանդամի բոլոր արմատների քառակուսիների գումարը և արտադրյալը.*

ա) $3x^5-x^3+x+2$, *բ)* $x^n+ax^{n-1}+b$, $(n\geq 3)$*:*

193. *Առանձնացնել* $f(x)$ *բազմանդամի չբերվող արտադրիչներն իրական թվերի դաշտի նկատմամբ,* $f(x)$*-ը վերլուծել չբերվող արտադրիչների.*

ա) $f(x)=x^5-15x^3-10x^2+60x+72$,

բ) $f(x)=x^5-7x^3-2x^2+12x+8$,

գ) $f(x)=x^6-15x^4+8x^3+51x^2-72x+27$,

դ) $f(x)=x^5-6x^4+16x^3-24x^2+20x-8$,

ե) $f(x)=x^6-6x^4-4x^3+9x^2+12x+4$*:*

194. *Ապացուցել, որ* $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$ *բազմանդամը բաժանվում է* $x^2 + x + 1$ *բազմանդամի վրա:*

195. *Ապացուցել, որ եթե* $\frac{p}{q}$ *ռացիոնալ կոտորակը ամբողջ գործակիցներով*

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$$

բազմանդամի արմատ է, ապա $a_n \vdots p$ *և* $a_0 \vdots q$*:*

196. *Գտնել հետևյալ բազմանդամների բոլոր ռացիոնալ արմատները.*

ա) $x^3 - 6x^2 + 15x - 14$,

բ) $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24$,

գ) $6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$,

դ) $24x^4 - 42x^3 - 77x^2 + 56x + 60$*:*

197. *Ապացուցել հետևյալ բազմանդամների չբերվող լինելը ռացիոնալ թվերի դաշտի նկատմամբ.*

ա) $x^3 - 2$, *բ)* $x^4 + 2$, *գ)* $x^4 - 10x^2 + 1$*:*

198. *Ապացուցել, որ կամայական դաշտի նկատմամբ գոյություն ունեն անթիվ քանակով չբերվող բազմանդամներ:*

9 Գծային փարածություններ

199. *Հաշվել սյուների գծային զուգակցության արժեքը.*

ա) $3\begin{pmatrix} -3 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 6 \end{pmatrix}$,

բ) $-\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,

գ) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}$,

դ) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$,

200. *Հաշվել մատրիցների գծային զուգակցության արժեքը.*

ա) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 6 & 3 & -3 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} +$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & 2 \\ -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$:

201. *Հետևյալ հավասարումներից գտնել անհայտ սյունը կամ տողը.*

ա) $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - 2x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$,

բ) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

գ) $3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 3x + 2\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - 2x = 4\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - 4x$,

դ) $(5, -8, -1, 2) + 2\,(2, -1, 4, -3) + 4x = 3\,(3, -2, 5, -4)$,

ե) $3(v_1 - x) + 2(v_2 + x) = 5(v_3 + x)$, *որտեղ*
$v_1 = (2, 5, 1, 3)$, $v_2 = (10, 1, 5, 10)$, $v_3 = (4, 1, -1, 1)$:

202. *Պարզել վեկտորների համակարգի գծորեն կախված կամ գծորեն անկախ լինելը.*

ա) $v_1 = (1, 1, 1, 2)$, $v_2 = (3, 3, 3, 5)$,
բ) $v_1 = (2, 1, 3)$, $v_2 = (4, 2, 6)$,
գ) $v_1 = (4, -6, 2)$, $v_2 = (3, -1, 5)$, $v_3 = (1, -4, 3)$,
դ) $v_1 = (3, 3, 2)$, $v_2 = (8, 1, 3)$, $v_3 = (5, 4, 3)$,
ե) $v_1 = (8, -10, 4, 12)$, $v_2 = (2, -2, 1, 3)$,
$v_3 = (6, -3, 3, 9)$, $v_4 = (8, -2, 10, 12)$,
զ) $v_1 = (2, -3, 4, 11, 12)$, $v_2 = (0, 1, 0, 3, 4)$,
$v_3 = (0, 0, 1, 4, 7)$, $v_4 = (1, 0, 0, 2, 5)$:

203. *Դիցուք վեկտորների* v_1, v_2, v_3, v_4 *համակարգը գծորեն անկախ է: Արդյո՞ք գծորեն անկախ է վեկտորների*

$$\begin{aligned} b_1 &= 3v_1 + 2v_2 + v_3 + v_4, \\ b_2 &= 2v_1 + 5v_2 + 3v_3 + 2v_4, \\ b_3 &= 3v_1 + 4v_2 + 2v_3 + 3v_4 \end{aligned}$$

համակարգը:

204. *Դիցուք վեկտորների* v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 *համակարգը գծորեն անկախ է: Արդյո՞ք գծորեն անկախ է վեկտորների*

$$\begin{aligned} b_1 &= 3v_1 + 4v_2 - 5v_3 - 2v_4 + 4v_5, \\ b_2 &= 8v_1 + 7v_2 - 2v_3 + 5v_4 - 10v_5, \\ b_3 &= 2v_1 - v_2 + 8v_3 - v_4 + 2v_5 \end{aligned}$$

համակարգը:

205. *Ապացուցել, որ տրված վեկտորների* $e_1, e_2, ..., e_n$ *համակարգը* $\mathbb{R}_n$ *տարածության հենք է և այդ հենքում գտնել* x *վեկտորի կոորդինատների տողը.*

ա) $e_1 = (1,1,1),\ e_2 = (1,1,2),\ e_3 = (1,2,3),\ x = (6,9,14)$,

բ) $e_1 = (2,1,-3),\ e_2 = (3,2,-5),\ e_3 = (1,-1,1)$,
$x = (6,2,-7)$,

գ) $e_1 = (1,2,-1,-2),\ e_2 = (2,3,0,-1),\ e_3 = (1,2,1,4)$,
$e_4 = (1,3,-1,0),\ x = (7,-14,-1,2)$:

206. *Ապացուցել, որ վեկտորների* $e_1, e_2, ..., e_n$ *և* $a_1, a_2, ..., a_n$ *տրված համակարգերը* $\mathbb{R}_n$ *տարածության հենքեր են և գտնել առաջին հենքից երկրորդին անցման մատրիցը.*

ա) $e_1 = (1,2,1),\ e_2 = (2,\ \ 3,\ \ 3),\ e_3 = (3,8,2)$,
$a_1 = (3,5,8),\ a_2 = (5,14,13),\ a_3 = (1,9,2)$,

բ) $e_1 = (1,1,1,1),\ e_2 = (1,2,1,1)$,
$e_3 = (1,1,2,1),\ e_4 = (1,3,2,3)$,
$a_1 = (1,0,3,3),\ a_2 = (-2,-3,-5,-4)$,
$a_3 = (2,2,5,4),\ a_4 = (-2,-3,-4,-4)$:

10 Պատասխաններ

1 ա) $x = 4$, $y = 2$, բ) $x = 2$, $y = 3$, գ) $x = 1$, $y = 2$,
դ) $x = \frac{19}{13}$, $y = -\frac{4}{13}$, ե) $x = 2$, $y = -3$, զ) $x = 3$, $y = -5$:

2 ա) $1 + 18i$, բ) $4i$, գ) $7 + 17i$, դ) $10 - 11i$, ե) $14 - 5i$,
զ) $5 + i$, է) $\frac{13}{2} - \frac{1}{2}i$, ը) $\frac{11}{5} - \frac{27}{5}i$, թ) 4, ժ) $52i$, ի) 2, լ) 1:

3 ա) $2\sqrt{2}\left[\cos(\frac{7\pi}{12} + \alpha) + i\sin(\frac{7\pi}{12} + \alpha)\right]$,
բ) $\cos(\alpha + \beta) + i\sin(\alpha + \beta)$,
գ) $\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos(2\alpha - \frac{\pi}{12}) + i\sin(2\alpha - \frac{\pi}{12})\right]$:

4 ա) $x_1 = i$, $x_2 = 1 + i$, բ) $x_1 = 2$, $x_2 = 1 - i$,
գ) լուծում չունի, դ) $x_1 = \frac{(2 + i)x_2 - i}{2}$:

5 ա) $z \in \mathbb{R}$, բ) $iz \in \mathbb{R}$, գ) 0, 1, $-\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$, դ) 0, ± 1, $\pm i$:

6 ա) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$, բ) $\pm(2 - i)$, գ) $\pm(3 - 2i)$,
դ) $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 3i$, ե) $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = 2i$,
զ) $z_1 = 5 - 3i$, $z_2 = 2 + i$:

7 ա) -1, բ) i, գ) $-i$, դ) 2^{500}, ե) 1, երբ $n = 4k$, i, երբ $n = 4k + 1$,
-1, երբ $n = 4k + 2$, $-i$, երբ $n = 4k + 3$:

8 ա) 1, բ) $6+6i$:

13 ա) $\cos 0 + i\sin 0$, բ) $\cos\pi + i\sin\pi$, գ) $\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$,
դ) $\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}$, ե) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$,
զ) $\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$, է) $\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$,
ը) $\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$, թ) $2(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3})$,
ժ) $2(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6})$, ի) $\frac{2}{\sqrt{3}}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$,
լ) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$,
խ) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}(\cos(-\frac{5\pi}{12}) + i\sin(-\frac{5\pi}{12}))$,
ծ) $\cos(-\alpha) + i\sin(-\alpha)$, կ) $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) + i\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$,
հ) $\cos(2\alpha) + i\sin(2\alpha)$, ձ) $2\cos\frac{\varphi}{2}(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2})$:

14 դ) -2^6, ե) 2^{4n}, զ) $(-1)^n 2^{2n}$, է) $-2^{12}(2-\sqrt{3})^6$:

16 Ցուցում. $(\cos x + i\sin x)^n$ արտահայտությունը հաշվել և՛ Մուավրի բանաձևով, և՛ Նյուտոնի երկանդամով:

17 1 մոդուլ ունեցող թիվը ներկայացնել $\cos 2x + i\sin 2x$ տեսքով: Քանի որ $\cos 2x + i\sin 2x = (\cos x + i\sin x)^2 = \dfrac{\cos x + i\sin x}{\cos x - i\sin x}$, ապա $t = tgx$ ($\cos 2x \neq -1 \Rightarrow \cos x \neq 0$):

19 Գծում է $\frac{1}{r}$ շառավղով և 0 կենտրոնով շրջանագիծ:

23 q-ն իրական թիվ է:

24 Ոչ, եթե $s > 1$:

27 ա) $\cos\dfrac{(4k+1)\pi}{12}+i\sin\dfrac{(4k+1)\pi}{12}\ 0\le k\le 5$,

բ) $2(\cos\dfrac{(6k-1)\pi}{30}+i\sin\dfrac{(6k-1)\pi}{30})\ 0\le k\le 9$,

գ) $\sqrt{2}(\cos\dfrac{(8k-1)\pi}{32}+i\sin\dfrac{(8k-1)\pi}{32})\ 0\le k\le 7$:

28 ա) $1,\ -\dfrac{1}{2}\pm i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, բ) $\pm1,\ \pm i$,

գ) $\pm1,\ \pm\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2},\ \pm\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$, դ) $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i,\ -i$,

ե) $1\pm i,\ -1\pm i$, զ) $2\sqrt[6]{1}$ (տե՛ս գ)-ն),

է) $\pm\sqrt{2},\ \pm\sqrt{2}i,\ \pm(1+i),\ \pm(1-i)$,

ը) $\pm i\sqrt{3},\ \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}+i),\ \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}-i)$,

թ) $\pm(\sqrt{3}+i),\ \pm(1-i\sqrt{3})$,

ժ) $\pm(3-i\sqrt{3}),\ \pm(\sqrt{3}+3i)$,

ի) $\dfrac{1}{2}\sqrt[6]{2}(\sqrt[4]{12}+i\sqrt[4]{12}),\ \dfrac{1}{2}\sqrt[3]{4}(i-1),\ -\dfrac{1}{6}\sqrt[6]{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}}+i\sqrt{2+\sqrt{3}})$,

լ) $\dfrac{1}{2}\sqrt{2}(\sqrt{2+\sqrt{3}}-i\sqrt{2-\sqrt{3}}),\ -\dfrac{1}{2}\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}}-i\sqrt{2+\sqrt{3}}),\ -1-i$,

խ) $\pm\sqrt{3}+i,\ -2i$, ծ) $\dfrac{3}{2}(\pm\sqrt{3}-i),3i$,

կ)$\pm(\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}),\ \pm(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{2}i)$,

հ) $\pm(1-i\dfrac{\sqrt{3}}{3}),\ \pm(\dfrac{\sqrt{3}}{3}+i)$:

30 ա) $\dfrac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$, բ) $\dfrac{1}{4}(\sqrt{10+2\sqrt{5}})$:

31 ա) $(-1)^{n-1}$, բ) 0:

32 $\dfrac{n(n+1)}{2}$, եթե $\varepsilon = 1$, $\dfrac{n}{\varepsilon - 1}$, եթե $\varepsilon \neq 1$:

35 Ո՛չ: Ցուցում. $(3+4i)^{2k+1} \neq 5^{2k+1}$, քանի որ $Re((3+4i)^{2k+1}) \equiv 3 \pmod 4$ և $5^{2k+1} \equiv 1 \pmod 4$: Մնում է համոզվել, որ եթե a-ն կենտ է, իսկ b-ն զույգ, ապա $(a+bi)^{2^n} \notin \mathbb{R}$:

36 Ցուցում. եթե նշված թիվը ռացիոնալ է, ապա որևէ k բնական թվի համար $\left(\dfrac{3}{5} + \dfrac{4}{5}i\right)^k = 1$, որը հնարավոր չէ՝ ըստ 35 խնդրի:

37 ա) $2^{\frac{n}{2}} \cos \dfrac{n\pi}{4}$: Ցուցում. $(1+i)^n$-ը հաշվել Մուավրի բանաձևով և Նյուտոնի երկանդամով, բ) $2^{\frac{n}{2}} \sin \dfrac{n\pi}{4}$,

գ) $\dfrac{1}{2}(2^{n-1} + 2^{\frac{n}{2}} \cos \dfrac{n\pi}{4})$: Ցուցում. օգտվել

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

և

$$C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0$$

հավասարություններից,

դ) $\dfrac{1}{2}(2^{n-1} + 2^{\frac{n}{2}} \sin \dfrac{n\pi}{4})$:

38 ա) $\dfrac{\sin \dfrac{nx}{2} \cos \dfrac{(n+1)x}{2}}{\sin \dfrac{x}{2}}$: Ցուցում. օգտվել այն բանից, որ պրված գումարը $z + z^2 + z^3 + \ldots + z^n = \dfrac{z^{n+1} - z}{z - 1}$ կոմպլեքս թվի իրական մասն է, որտեղ $z = \cos x + i \sin x$, բ) $\dfrac{\sin\dfrac{nx}{2}\sin\dfrac{(n+1)x}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}}$,

գ) $\dfrac{\sin^2 nx}{\sin x}$:

39 ա) 7, բ) 3, գ) 1, դ) 8:

41 ա) 15, բ) 2, գ) 2, դ) -6, ե) -7, զ) 5, է) 6:

42 ա) $(a,b) = 3 = -21a + 8b$,

բ) $(a,b) = 1 = -7192a + 2249b$,

գ) $(a,b) = 11 = 53a - 50b$:

43 -341 և -331:

44 ա) 0, եթե $n = 2$ և 1, եթե $n > 2$, բ) 0, եթե $n = 1$ և 3, եթե $n > 1$:

45 ա) 0, 2, 3, բ) 0, 1, 2:

52 ա) $p = 5$: Ցուցում. դիտարկել p-ն 5-ի վրա բաժանելուց ստացվող մնացորդները, բ) $p = 3$: Ցուցում. դիտարկել p-ն 3-ի վրա բաժանելուց ստացվող մնացորդները:

53 2, 3: Ցուցում. $\dfrac{n(n+1)}{2} - 1 = \dfrac{(n-1)(n+2)}{2}$:

57 24, 480 կամ 120, 96. օգտվել պարզ արտադրիչների վերլուծությունից:

58 Ցուցում. օգտվել 59 խնդրից:

60 Ցուցում. օգտվել Էվկլիդեսի ալգորիթմից:

61 $x = 9 + 47k$, $y = -4 - 21k$, $k \in \mathbb{Z}$:

61 Ցուցում. օգտվել Էվկլիդեսի ալգորիթմից և խնդիր 63-ից:

62 $x = 45 + 47k$, $y = -20 - 21k$, $k \in \mathbb{Z}$:

64 ա) $x \equiv 6 \pmod{13}$, բ) $x \equiv 14 \pmod{21}$,
գ) $x \equiv 15 \pmod{49}$, դ) $x \equiv \pm 5 \pmod{21}$,
ե) լուծում չունի, զ) լուծում չունի, է) $x \equiv \pm 8 \pmod{21}$:

65 $n!$ արտադրյալի այն արտադրիչները, որոնք p թվի պատիկ են հավասար է $\left[\frac{n}{p}\right]$, դրանցից p^2-ու պատիկների թիվը $\left[\frac{n}{p^2}\right]$ է և այլն: $n!$ արտադրյալի յուրաքանչյուր արտադրիչ, որը բաժանվում է p^m-ի, բայց p^{m+1}-ի չի բաժանվում, նշված գումարում հաշված է ճիշտ m անգամ:

68 Ցուցում. օգտվել խնդիր 65-ից: Քանի որ $\left[\frac{n}{p^s}\right] \geq \left[\frac{m}{p^s}\right] + \left[\frac{n-m}{p^s}\right]$, ապա կամայական $p \leq n$ պարզ թիվ $\frac{n!}{m!(n-m)!}$ թվի պարզ թվերի ամբողջ աստիճաններով արտադրյալի վերլուծության մեջ մասնակցում է ոչ բացասական ցուցիչով:

70 Դիցուք $mu + nv = 1$, որտեղ $u > 0, v < 0$: Եթե $2^n = sk + 1$ և $2^m = st + 1$, ապա $2(sk + 1)^{-v} = (st + 1)^u$, որտեղից հետևում է, որ $1 \vdots s$:

71 Ցուցում. օգտվել $d = pu + qv$ ներկայացումից և $a^p = mk + 1$, $a^q = ms + 1$ հավասարություններից:

72 ա) 5, բ) 8, գ) 13, դ) 18, ե) $\dfrac{n(n-1)}{2}$,

զ) $\dfrac{n(n+1)}{2}$, է) $(n-k+1)(k-1)$,

ը) $(k-1)(n-k+1)+\dfrac{(k-1)(k-2)}{2}$,

թ) $\dfrac{3n(n-1)}{2}$, ժ) $\dfrac{3n(n+1)}{2}$, ի) $\dfrac{n(3n-1)}{2}$,

լ) $\dfrac{n(3n+1)}{2}$, խ) $n(3n-2)$, ծ) $n(5n+1)$:

73 ա) $i=8, k=3$ բ) $i=3, k=6$:

74 C_n^2:

76 ա) $k-1$, բ) $n-k$:

77 C_n^2:

78 Եթե թվերի զույգը փարբեր է q և $q+1$ զույգից, ապա այն առաջացնում է կարգի խախտում երկու հաջորդականություններում միաժամանակ:

80 Լուծում: Վերցնենք փվյալ փեղափոխության մեջ կամայական երկու a_i, a_j փարրեր $(i<j)$: Եթե փվյալ փեղափոխության մեջ a_i, a_j փարրերը կարգ են կազմում, ապա $(1,2,...,n)$ փեղափոխության մեջ a_i-ն կանգնած է a_j-ից առաջ և i, j ինդեքսները կկազմեն կարգ: Իսկ եթե փվյալ փեղափոխության մեջ a_i, a_j փարրերը կազմում են ինվերսիա, ապա $(1,2,...,n)$ մեջ a_j-ն կանգնած է a_i-ից առաջ և այդ պատճառով դրանց i, j ինդեքսները ևս կազմում են ինվերսիա: Այսպիսով փվյալ հաջորդականության ինվերսիաները փոխմիարժեք համապատասխանում են $(1,2,...,n)$ փեղադրության մեջ այդ փարրերի ինդեքսներից կազմած փեղափոխության ինվերսիաներին, և հետևաբար՝ ինվերսիաների քանակները նույնն են:

81 Ցուցում. $a_1, a_2, ..., a_n$ փեղափոխության մեջ b_1 փարրը փեղափոխում ենք առաջին փեղը, սփացված փեղափոխության մեջ b_2 փարրը փեղափոխում ենք երկրորդ փեղը, և այլն:

82 Օրինակ. $2, 3, 4, ..., n, 1$, կամ $n, 1, 2, ..., n-1$: Ցուցում. պարզել, թե ինչ փոփոխության է ենթարկվում ցիկլը, երբ այն բազմապկում ենք դիրքափոխությամբ` կախված դիրքափոխության — ցիկլի ընդհանուր թվերի քանակից:

83 ${C_n}^2 - d$

84 $\frac{1}{2} n! {C_n}^2$: Ցուցում. օգտվել նախորդ խնդրից:

85 ա. Կենտ, բ. զույգ, գ. զույգ, դ. կենտ, ե. կենտ, զ. զույգ,
է. $(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$, ը. $(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$, թ. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$, ժ. $(-1)^{[\frac{n}{2}][\frac{n+1}{2}]}$:

86 ա. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ և $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$,
բ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ և $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,
գ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,
դ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$:

87 ա. $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$,
բ. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 7 \end{pmatrix}$,
գ. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 2 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$,
դ. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$,
ե. $(1\,4\,6)\,(2\,3\,8)\,(5\,7)$,
զ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} ... \begin{pmatrix} 2n-1 & 2n \end{pmatrix}$,
է. $\begin{pmatrix} 1 & n+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & n+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & 2n \end{pmatrix}$:

88 ա. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

բ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 7 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$,

գ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$,

դ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 2 & 3 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$,

ե. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & ... & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & ... & n & 1 \end{pmatrix}$,

զ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & ... & 2n-1 & 2n \\ 3 & 4 & 5 & 6 & ... & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

է. $\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 & ... & i_{n-1} & i_n \\ i_2 & i_3 & i_4 & ... & i_n & i_1 \end{pmatrix}$

ը. $\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & ... & i_{2n-1} & i_{2n} \\ i_2 & i_1 & i_4 & i_3 & ... & i_{2n} & i_{2n-1} \end{pmatrix}$:

89 ա. $(\, 1 \;\; 5 \;\; 4 \;\; 2 \;\; 7 \;\; 3 \;\; 6 \,)$,
բ. $(\, 1 \;\; 5 \;\; 6 \;\; 4 \;\; 7 \,)$,
գ. $(1\;2\;8)\,(4\;7\;5\;3\;6)$:

ա. $\pi^{100} = \pi$, բ. $\pi^{100} = \pi^4$:

91 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 7 & 5 & 3 & 8 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

92 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 8 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$:

93 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 7 & 2 & 3 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$:

97 ա) -4, բ) 0, գ) 1, դ) 0, ե) 0, զ) -2, է) -1:

98 ա) -8, բ) -50, գ) 16, դ) 0, ե) $3abc - a^3 - b^3 - c^3$, զ) 0, է) -2, ը) 0:

99 ա) 3, 3, 2, բ) 3, 3, -2, գ) 0, 0, 6:

101 4

102 2

103 ա) Որոշիչի նշանը կփոխվի, բ) որոշիչը չի փոխվի,
գ) որոշիչը կբազմապատկվի λ թվով,
դ) որոշիչը կբազմապատկվի $(-1)^n$ թվով,
ե) որոշիչը կփոխարինվի իր համալուծով,
զ) որոշիչը կբազմապատկվի $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$ թվով,
է) որոշիչը չի փոխվի (օգտվել զ) կետից):

105 ա) 24, բ) 120:

106 ոչ, այո:

107 -1, +1:

108 ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, -1, բ) 1155:

109 ա) 1, բ) 1, գ) 1, դ) 1, ե) -7, զ) 0, է) -1, ը) 1, թ) 1, ժ) 1, ի) -5, լ) -1, խ) 0, ծ) 10, կ) 0, հ) 1:

110 ա) -2, բ) -10, գ) 0, դ) 0, ե) 48, զ) 100:

111 ա) +, բ) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$:

114 1, 0 կամ -1:

115 0:

117 ա) $n!$, բ) $2n+1$, գ) $n(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$,
դ) $(a_0+a_1+a_2+...+a_n)x^n$, ե) $(-1)^{n-1}n!$,
զ) 0, է) $(-1)^{n-1}(n-1)$, ը) $(2n-1)(n-1)^{n-1}$,
թ) $(a+(n-1)b)(a-b)^{n-1}$, ժ) $x^n+(-1)^{n+1}y^n$,
ի) 1, լ) $\prod\limits_{i>j}(x_i-x_j)$, խ) $\prod\limits_{k=1}^{n}(k!)$, ծ) $n+1$, կ) $\dfrac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a-b}$:

121 ա) -1, բ) $\begin{pmatrix} 8 & -12 & 0 \\ 6 & -9 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 8 & 14 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & n+m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} \cos(a+b) & -\sin(a+b) \\ \sin(a+b) & coa(a+b) \end{pmatrix}$,

զ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, է) $\begin{pmatrix} 6 & 14 & -2 \\ 10 & -19 & 17 \end{pmatrix}$,

ը) $\begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$, թ) $\begin{pmatrix} 7 & 5 & 0 \\ -7 & -5 & 0 \\ 14 & 10 & 0 \end{pmatrix}$,

ժ) $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, ի) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$,

լ) $\begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix}$, խ) $\begin{pmatrix} 8 & 16 \end{pmatrix}$:

122 ա) $\begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 2 & 9 & -7 \\ 13 & -9 & 15 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 11 \\ 6 & 4 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$:

123 ա) $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$:

124 ա) $\begin{pmatrix} \cos na & \sin na \\ -\sin na & \cos na \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} c^n & nc^{n-1} \\ 0 & c^n \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 3n+1 & -n \\ 9n & -3n+1 \end{pmatrix}$. ցուցում. նկատել, որ առաջին և երրորդ արտադրիչներն իրար հակադարձ մատրիցներ են,

դ) $\begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

զ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$:

125 ա) $\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & a_n \\ 0 & 0 & \ldots & a_{n-1} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_2 & \ldots & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$:

127 A-ն և B-ն միևնույն չափի քառակուսի մատրիցներ են:

129 $A = 0$: Ցուցում. A-ն բազմապատկել E_{ii} մատրիցներով:

130 ա) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$:

131 ա) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$:

132 ա) աջից բազմապատկել $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ մատրիցով,

բ) ձախից բազմապատկել $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ մատրիցով:

133 F մատրիցն ստացվում է E միավոր մատրիցից՝ նշված տարրական ձևափոխության օգնությամբ:

135 ա) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & ... & 0 & a_1^{-1} \\ 0 & 0 & ... & a_2^{-1} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_{n-1}^{-1} & ... & 0 & 0 \\ a_n^{-1} & 0 & ... & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} 21 & -10 & -4 \\ -10 & 5 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, է) $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$,

ը) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$:

136 ա) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$,

դ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, զ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ը) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$:

137 ա)-ն, բ)-ն, գ)-ն, դ)-ն, ե)-ն նույնություններ են, զ)-ն նույնություն չէ:

140 $\begin{pmatrix} A & E \end{pmatrix}$ մատրիցից տողերի տարրական ձևափոխություններով ստանալ $\begin{pmatrix} E & B \end{pmatrix}$ տեսքի մատրից: Այդ դեպքում $B = A^{-1}$:

141 ա) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, բ) $\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 6 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

գ) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & -1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, զ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

է) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & ... & (-1)^{n-1} \\ 0 & 1 & -1 & ... & (-1)^{n-2} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \end{pmatrix}$,

ը) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

142 $A^{-1} = -A - E$:

146 ա) Տողերի պարրական ձևափոխություններով $(A \ \ B)$ մատրիցից ստանալ $(C \ \ E)$ տեսքի մատրից: Այդ դեպքում $C = A^{-1}B$:

բ) Սյուների պարրական ձևափոխություններով $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$ մատրիցից ստանալ $\begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}$ տեսքի մատրից: Այդ դեպքում $C = AB^{-1}$:

147 ա) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, բ) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, գ) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

ե) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & ... & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & ... & 1 & 1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

148 ա) $X = 0$, բ) $X = A^{-1}B$, գ) $X = BA^{-1}$,
դ) $X = A^{-1}BC^{-1}$, ե) $X = A^{-1}B - C$:

149 ա) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} -7 \\ 24 \end{pmatrix}$, դ) $\begin{pmatrix} 21 & -14 & -10 \\ -10 & 7 & 5 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, ե) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, զ) լուծում չունի, է) $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, որտեղ a-ն, b-ն կամայական թվեր են:

156 Հենքային մինորը մատրիցի որոշիչն է, բոլոր տողերը և բոլոր սյուները հենքային են: Ռանգը հավասար է մատրիցի չափին:

162 $rank(\begin{pmatrix} A & B \end{pmatrix}) \leq rank(A) + rank(B)$:

163 ա) 1, բ) 1, գ) 1, դ) 2, ե) 2, զ) 1, է) 1, ը) 1, թ) 1,
ժ) 3, ի) 2, լ) 1, խ) 3, ծ) 2, կ) 2, հ) 2, ձ) 3,
ղ) 2, ճ) 2, մ) 3, յ) 4, ն) 3, շ) 4, ո) 3,
չ) n, եթե n-ը զույգ է, $n-1$, եթե n-ը կենտ է,
պ) n, եթե n-ը զույգ է, $n-1$, եթե n-ը կենտ է:

164 ա) 3, բ) 3, գ) 2, դ) 4, ե) 4:

165 ա) 2, բ) 3, գ) 2:

166 ա) 1, երբ $a = \pm i$,

2՝ այլ a-երի դեպքում,

բ) 2, բոլոր a-երի դեպքում,

գ) 1, երբ $a = 1$,

2՝ այլ a-երի դեպքում,

դ) 2, երբ $a = 3$,

3՝ այլ a-երի դեպքում

ե) 1, երբ $a = 1$,

2, երբ $a = -1$,

3, երբ $a \neq \pm 1$,

զ) 2, երբ $a = 0$,

3, երբ $a \neq 0$,

է) 3, երբ $a = \pm 1$ կամ $a = \pm 2$,

4՝ մնացած դեպքերում,

ը) 2, երբ $a = 1$,

3, երբ $a = 2$, 3,

4, երբ $a \neq 1$, 2, 3,

թ) 1, երբ $a = 0$,

$n - 1$, երբ $a = \frac{1}{2}n(n+1)$,

n՝ այլ a-երի դեպքում,

ժ) 2, երբ $a = 0$,

k, երբ a-ն միավորից k աստիճանի նախնական արմատ է և $k < n$,

n՝ այլ a-երի դեպքում:

167 ա) $(-7;\ 24)$, բ) $(-1;\ 1)$, գ) $(2;\ -1;\ 1)$, դ) $(1;\ 2;\ -1)$,

ե) $(1;\ 3;\ 0;\ 1)$, զ) $(4;\ 3;\ 2;\ 1)$, է) $(0, 2, \frac{1}{3}, -\frac{3}{2})$,

ը) $(-5;\ 4;\ 3;\ -2;\ 1)$, թ) $(1;\ 2;\ 3;\ -3;\ -2;\ -1)$:

168 ա) $(x_2-2x_3;\ x_2;\ x_3)$ բ) $(-x_2-x_3-x_4-x_5;\ x_2;\ x_3;\ x_4;\ x_5)$,

գ) $(-\frac{1}{2}x_3;\ -\frac{1}{2}x_3;\ x_3)$, դ) $(x_3;\ x_3;\ x_3)$, ե) $(x_3;\ -2x_3;\ x_3)$,

զ) $(x_3+5x_4;\ x_3+\frac{7}{2}x_4;\ x_3;\ x_4)$, է) $(0;\ x_4;\ -x_4;\ x_4)$,

ը) $(-2x_2-3x_3;\ x_2;\ x_3;\ 0)$,

թ) $(x_3-2x_4+x_5;\ -2x_3+3x_4-x_5;\ x_3;\ x_4;x_5)$,

ժ) $(-\frac{1}{2}x_4;\ -\frac{1}{2}x_4-x_5;\ -x_5;\ x_4;\ x_5)$,

ի) $(-\frac{1}{2}x_4;\ -\frac{1}{2}x_4-x_5;\ -x_5;\ x_4;\ x_5)$,

լ) $(x_4-x_5, x_4-x_6, x_4, x_4, x_5, x_6)$,

խ) $(-3x_3-5x_5, 2x_3+3x_5, x_3, 0, x_5)$:

169 ա) $(1-x_2-2x_3-3x_4;\ x_2;\ x_3;\ x_4)$,

բ) $(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}x_3;\ \frac{4}{3}-\frac{1}{3}x_3;\ x_3)$,

գ) $(1-(3-2\sqrt{2})x_2-(\sqrt{2}-2)x_3;\ x_2;\ x_3)$,

դ) $(14+x_3;\ -9-2x_3;\ x_3)$,

ե) $(3x_3-2x_4-4;\ -2x_3+x_4+3;\ x_3;\ x_4)$,

զ) $(-x_3;\ x_3-2;\ x_3;\ 1)$,

է) $(-\frac{5}{7}x_4-\frac{2}{7};\ \frac{6}{7}x_4-\frac{6}{7};\ -\frac{5}{7}x_4-\frac{2}{7};\ x_4)$,

ը) $(6-x_3-x_4-x_5;\ 8-x_3-x_4-x_5;\ x_3;\ x_4;\ x_5)$,

թ) $(\frac{4}{3}x_3-\frac{11}{15}x_4-\frac{14}{15}x_5+\frac{5}{3};\ -\frac{22}{3}x_3+\frac{32}{15}x_4+\frac{23}{15}x_5-\frac{8}{3};\ x_3;\ x_4;\ x_5)$,

ժ) $(\frac{3}{2}x_2-\frac{1}{16}x_4+\frac{1}{2};\ x_2;\ -\frac{11}{8}x_4;\ x_4)$,

ի) համակարգն անհամատեղելի է,

լ) $(-\frac{6}{7}+\frac{8}{7}x_4, \frac{1}{7}-\frac{13}{7}x_4, \frac{15}{7}-\frac{6}{7}x_4, x_4)$,

խ) համակարգն անհամատեղելի է,

ծ) $(-2x_2-\frac{1}{2}x_5-\frac{15}{4};\ x_2;\ \frac{1}{2}x_5-\frac{3}{4};\ x_5-5;\ x_5)$,

կ) $(\frac{1}{2}x_4+\frac{31}{6}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}x_4-\frac{7}{6}, x_4)$, ի) համակարգն անհամատեղելի է,

ծ) $(1, 2, -4, -3)$,

ղ) $(-\frac{1}{2} - \frac{7}{12}x_2 - \frac{5}{4}x_3 - \frac{7}{8}x_5, x_2, x_3, 1 - \frac{1}{2}x_5, x_5)$,

ճ) համակարգն անհամատեղելի է:

170 ա) Համակարգն անհամատեղելի է $a = 0$ դեպքում, անորոշ է $a \neq 0$ դեպքում,

բ) համակարգն անհամատեղելի է $a \neq 0$ դեպքում, անորոշ է $a = 0$ դեպքում,

գ) համակարգն անհամատեղելի է $a = 1$ դեպքում, անորոշ է $a \neq 1$ դեպքում,

դ) համակարգը անորոշ է կամայական a-ի դեպքում,

ե) համակարգը անորոշ է կամայական a-ի դեպքում,

զ) համակարգն անհամատեղելի է $a = -2$ դեպքում, անորոշ է $a = 1$ դեպքում, մնացած դեպքերում՝ որոշյալ է,

է) համակարգն անհամատեղելի է $a = -3$ դեպքում, անորոշ է $a = 1$ դեպքում, մնացած դեպքերում՝ որոշյալ է,

ը) համակարգն անհամատեղելի է $a = -3$ և $a = 0$ դեպքերում,

171 ա) $a(a+3) \neq 0$ դեպքում համակարգը որոշյալ է.
$x_1 = 2 - a^2; x_2 = 2a - 1; x_3 = a^3 + 2a^2 - a - 1$,

եթե $a = 0$, ապա $x_1 = -x_2 - x_3$,

եթե $a = -3$, ապա $x_1 = x_2 = x_3$,

բ) համակարգն անհամատեղելի է $a \neq 0$ դեպքում,

եթե $a = 0$, ապա $x_1 = \frac{-5x_3 - 13x_4 - 3}{2}; x_2 = \frac{-7x_3 - 19x_4 - 7}{2}$,

գ) համակարգն անհամատեղելի է $a = 0$ դեպքում,

եթե $a \neq 0$, ապա $x_1 = \frac{4-a}{5a} - \frac{3}{5}x_3; x_2 = \frac{9a-16}{5a} - \frac{8}{5}x_3; x_4 = \frac{1}{a}$:

173 ա) $f(\alpha) = 5$, բ) $f(\alpha) = -327$, գ) $f(\alpha) = 0$, դ) $f(\alpha) = 1$:

174 ա) $f(\alpha) = 136$, բ) $f(\alpha) = 1$, գ) $f(\alpha) = 1$, դ) $f(\alpha) = 67$:

175 ա) $m = 3$, բ) $m = 4$, գ) $m = 3$, դ) $m_1 = m_2 = 4$, ե) $m_1 = m_2 = 2$:

177 ա) $a = 1$, $b = 1$, բ) $a = 8$, $b = -5$, գ) $a = n$, $b = -n - 1$:

178 ա) $f(x) = \frac{5}{8}x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{5}{8}x + \frac{5}{4}$,
բ) $f(x) = -\frac{4}{3}x^3 + 10x^2 - \frac{65}{3}x + 15$,
գ) $f(x) = -\frac{1+i}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1-i}{2}x + \frac{5}{2}$,
դ) $f(x) = \frac{1}{24}(x^4 - 6x^3 + 11x^2 + 18x + 24)$:

179 ա) $q(x) = 2x^2 + 2x + 12$, $r(x) = 38x + 6$,
բ) $q(x) = 2x^2 + 3x + 10$, $r(x) = 22x - 4$,
գ) $q(x) = \frac{1}{3}x - \frac{8}{9}$, $r(x) = -1\frac{5}{9}x - 1\frac{8}{9}$,
դ) $q(x) = 5x^2 + (6 - 3i)x - \frac{13 + 41i}{5}$, $r(x) = -\frac{4 + 3i}{5}x + \frac{9 - 12i}{5}$:

180 ա) $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 9x - 24$, բ) $g(x) = x^2 + x + 2$,
գ) $g(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3$, դ) $g(x) = x^2 + ix + 2$:

181 ա) $a = 1, b = 0$, բ) $a = 1 - c^2, b = -c$, գ) $a = c^3 - 2c, b = c^2 - 1$, դ) $a = -c^4 + 3c^2 - 1, b = -c^3 + 2c$:

182 ա) $d(x) = x^2 + 1$, $m(x) = x^5 - x^4 - 3x^2 - x - 2$,
բ) $d(x) = 1$, $m(x) = x^7 + 5x^6 + 8x^5 + 10x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 4x + 4$,
գ) $d(x) = x^2 - 2\sqrt{2}x - 1$,
$m(x) = x^6 - 2\sqrt{2}x^5 - 11x^4 + 20\sqrt{2}x^3 + 11x^2 - 2\sqrt{2}x - 1$,
դ) $d(x) = x^3 + (1 - i)x^2 - 1$,
$m(x) = x^6 - ix^5 + ix^4 - (1 + i)x^3 + ix^2 - x + 1$:

183 ա) $d(x)=x-1$, $u(x)=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$, $v(x)=\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x-1$,

բ) $d(x)=x^3+1$, $u(x)=-1$, $v(x)=x+1$,

գ) $d(x)=x^2-(2+i)x$, $u(x)=-\dfrac{4}{7}x-1\dfrac{1}{7}$, $v(x)=\dfrac{2}{7}x^2+\dfrac{4}{7}x+\dfrac{1}{7}$,

դ) $d(x)=x^3+(1-i)x^2-1$, $u(x)=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$, $v(x)=\dfrac{1}{2}$:

184 Ցուցում. նախ դիտարկել $d(x)=1$ դեպքը:

185 ա) $u(x)=\dfrac{6}{17}x-\dfrac{11}{17}$, $v(x)=-\dfrac{6}{17}x^2+\dfrac{5}{17}x-\dfrac{25}{17}$,

բ) $u(x)=-3x+4$, $v(x)=3x^2+2x+1$,

գ) $u(x)=\dfrac{6}{91}x+\dfrac{11}{91}$, $v(x)=-\dfrac{6}{91}x+\dfrac{25}{91}$,

դ) $u(x)=-\dfrac{6}{5}+\dfrac{3}{5}i$, $v(x)=-\dfrac{2}{5}-\dfrac{4}{5}i$:

186 ա) $4(x+1)^4-16(x+1)^3+27(x+1)^2-22(x+1)+8$,

բ) $2(x-2)^5+20(x-2)^4+79(x-2)^3+152(x-2)^2+$
$+134(x-2)+46$,

գ) $(x+3)^4+(-12+2i)(x+3)^3+(53-19i)(x+3)^2+$
$+(-105+60i)(x+3)+(88-62i)$,

դ) $(x-i)^6+6i(x-i)^5+(-13-i)(x-i)^4+$
$+(3-11i)(x-i)^3+3i(x-i)^2+(1-5i)(x-i)+(3+3i)$:

187 ա) $(x-1)(x-2)(x-3)$, բ) $(x-1-i)(x-1+i)(x+1-i)(x+1+i)$, գ) $(x-i\sqrt{3})(x+i\sqrt{3})(x-\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)(x-\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)(x+\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)(x+\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)$,

188 ա) $(x-1)^2(x-2)(x-3)(x-1-i)$,

բ) $(x-i)^2(x+1+i)$:

189 **ա)** $(x-1)^2(x-2)(x-3)(x^2-2x+2)$,
բ) $(x^2+1)^2(x^2+2x+2)$:

190 **ա)** $\dfrac{1}{(x-2)^2}+\dfrac{6}{(x-2)^3}+\dfrac{11}{(x-2)^4}+\dfrac{7}{(x-2)^5}$,
բ) $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{4}{(x+1)^2}+\dfrac{4}{(x+1)^3}+\dfrac{2}{(x+1)^5}$:

192 **ա)** $\dfrac{2}{3}$, $-\dfrac{2}{3}$, **բ)** a^2, $(-1)^n b$:

193 **ա)** $f(x)=(x-3)^2(x+2)^3$,
բ) $f(x)=(x+1)^2(x-2)^2(x+2)$,
գ) $f(x)=(x-1)^3(x+3)^2(x-3)$,
դ) $f(x)=(x-2)(x^2-2x+2)^2$,
ե) $f(x)=(x+1)^4(x-2)^2$:

196 **ա)** 2, **բ)** -3, **գ)** -3, $\dfrac{1}{2}$, **դ)** $\dfrac{5}{2}$, $-\dfrac{3}{4}$:

198 Դիցուք $f_1, f_2, ..., f_k$ բազմանդամները չբերվող են: Այդ դեպ– քում $f_1 f_2 \cdots f_k + 1$ բազմանդամը դրանց հետ փոխադարձաբար պարզ է և ունի չբերվող բաժանարար:

199 **ա)** $\begin{pmatrix} -11 \end{pmatrix}$, **բ)** $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, **գ)** $\begin{pmatrix} -3 \\ \frac{1}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$, **դ)** $\begin{pmatrix} 5 \\ -11 \\ 14 \\ -2 \end{pmatrix}$:

200 $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{14}{3} \\ \frac{7}{2} & 1 & -3 \\ \frac{16}{3} & 1 & -1 \end{pmatrix}$:

201 ա) $\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$, բ) $\begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$, գ) $\begin{pmatrix} \frac{7}{5} \\ \frac{9}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$, դ) $x = (0, 1, 2, -2)$, ե) $x = (1, 2, 3, 4)$:

202 ա) Գծորեն անկախ է, բ) գծորեն կախված է, գ) գծորեն անկախ է, դ) գծորեն կախված է, ե) գծորեն կախված է, զ) գծորեն անկախ է:

203 Այո:

204 Ոչ:

205 ա) $(1, 2, 3)$, բ) $(1, 1, 1)$, գ) $(0, 2, 1, 2)$:

206 ա) $\begin{pmatrix} -27 & -71 & -43 \\ 9 & 20 & 9 \\ 4 & 12 & 8 \end{pmatrix}$,

բ) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$: