Վ.Խ. ՆԱՎՈՅԱՆ, Ք.Վ. ՕԹԱՐՅԱՆ

ԲԱՐՁՐԱԳՈՒՅՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐ (ԹՎԱՅԻՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ)

ԵՊՀ հրատարակչություն
ԵՐԵՎԱՆ – 2011

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ԻՋԵՎԱՆԻ ՄԱՍՆԱՃՅՈՒՂ

ՎԱՐԱԶԴԱՏ ԽԱԺԱԿԻ ՆԱՎՈՅԱՆ,
ՔՆԱՐ ՎԼԱԴԻՄԻՐԻ ՕԹԱՐՅԱՆ

ԲԱՐՁՐԱԳՈՒՅՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐ (ԹՎԱՅԻՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ)

(ՈՒՍՈՒՄՆԱՄԵԹՈԴԱԿԱՆ ՁԵՌՆԱՐԿ)

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՊՀ հրատարակչություն
2011

ՀՏԴ
ԳՄԴ

Հրատարակության է երաշխավորել ԵՊՀ
Իջևանի մասնաճյուղի գիտական խորհուրդը

Գրախոս՝ ֆիզմաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Յու.Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Բարձրագույն մաթեմատիկայի լաբորատոր աշխատանքներ (թվային մեթոդներ): – Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2010 թ., 70 էջ:

Ուսումնական ձեռնարկը նվիրված է «Թվային մեթոդներ» առարկայի լաբորատոր աշխատանքներին:

Ձեռնարկի I և II մասերում դիտարկվում են հիմնական թվային մեթոդները և նկարագրվում է որոշ մաթեմատիկական խնդիրների լուծումը նրանց միջոցով: III մասում բերվում են C++ լեզվով գրված համապատասխան լաբորատոր աշխատանքների ամփոփ ծրագրերը:

Յուրաքանչյուր աշխատանքից հետո զետեղված են առաջադրանքներ՝ ինքնուրույն աշխատանքի համար:

Ձեռնարկը նախատեսված է բուհերի բնագիտական ֆակուլտետների ուսանողների համար: Այն կարող է օգտակար լինել մագիստրանտներին և ասպիրանտներին,որոնք իրենց հետազոտություններում առնչվում են թվային մեթոդների հետ:

ՆԱԽԱԲԱՆ

Կիրառական խնդիրների մեծ մասը (ինժեներական, տնտեսագիտական, կենսաբանական և այլն), որոնց արդյունքները պետք է ստացվեն թվային տեսքով, բերվում են մաթեմատիկական խնդիրների, որոնք էլ իրենց հերթին լուծվում են տարբեր հաշվողական մեթոդներով:

Ուսումնական ձեռնարկում դիտարկվում են հիմնական թվային մեթոդները և նրանց միջոցով տրվում է որոշ մաթեմատիկական խնդիրների լուծումը:

Ձեռնարկը կազմված է 3 մասից:

Ձեռնարկի I մասում ընդգրկված են 8 լաբորատոր աշխատանքներ՝ նվիրված թվային անալիզի ավանդական հարցերին. ֆունկցիայի մոտավոր արժեքների հաշվումը, գծային հավասարումների համակարգերի մոտավոր լուծումը Գաուս-Ժորդանի մեթոդով, ոչ գծային հավասարումների մոտավոր լուծումը, Լագրանժի ինտերպոլացիոն բանաձևը, Նյուտոնի ինտերպոլացիոն բանաձևերը, թվային ածանցում, երկու փոփոխականի ֆունկցիայի ինտերպոլացիան, ինտեգրալների մոտավոր հաշվումը Սիմպսոնի բանաձևով:

Ձեռնարկի II մասում ընդգրկված են լաբորատոր աշխատանքներ՝ նվիրված դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման թվային մեթոդներին. դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման անալիտիկ մեթոդները, Էյլերի մեթոդը, Էյլերի մոդիֆիկացված մեթոդը:

Ձեռնարկի III մասում բերված են C++ լեզվով գրված համապատասխան լաբորատոր աշխատանքների ամփոփ ծրագրերը:

Յուրաքանչյուր լաբորատոր աշխատանքից հետո բերվում է լուծված տիպային օրինակ և տրվում առաջադրանքներ ինքնուրույն աշխատանքի համար (20-ական տարբերակներ) :

Ձեռնարկը նախատեսված է բուհերի բնագիտական ֆակուլտետների ուսանողների համար: Այն կարող է օգտակար լինել նաև մագիստրանտներին և ասպիրանտներին:

Ինչպես երևում է ձեռնարկի վերջում բերված գրականության ցանկից, թվային մեթոդներից մինչ այժմ հայերեն հրատարակված են ընդամենը մեկ դասագիրք և մեկ բրոշյուր: Այս առումով նույնպես հուսով ենք, որ սույն ձեռնարկի լույս ընծայումը ավելորդ չի ընկալվի:

Ձեռնարկի մասնագիտական խմբագրումն իրականացրել ու երրորդ մասի ծրագրերը կազմել է Ք.Վ. Օթարյանը:

Բոլոր դիտողությունները և ցանկություններն՝ ուսումնական ձեռնարկի հետագա կատարելագործման համար շնորհակալությամբ կընդունվեն հեղինակների կողմից:

ԹՎԱՅԻՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՓՈՒԼԵՐԸ

Թվային մեթոդներով խնդրի լուծման փուլերն են.

1. ***Խնդրի դրվածքը***՝ բովանդակային ձևակերպումը և առաջադրվող պահանջները:
2. ***Խնդրի մաթեմատիկական մոդելը***՝ խնդրի դրվածքի մաթեմատիկական նկարագրությունը:Որոշ դեպքերում առաջանում է խնդրի դրվածքի ճշգրտման,գլխավոր որոշիչ փաստերի առանձնացման, արդյունքի վրա քիչ ազդեցություն ունեցող պայմանների անտեսման անհրաժեշտություն:
3. ***Հաշվողական մեթոդի ընտրությունը***: Այն կարևոր է կիրառական խնդիրներ լուծելու համար,քանի որ էականորեն ազդում է արդյունքի վրա: Ընդ որում նույն հաշվողական մեթոդը կարելի է օգտագործել տարբեր կիրառական խնդիրների լուծման համար, և միաժամանակ նույն խնդիրը հնարավոր է լուծել տարբեր հաշվողական մեթոդներով: Նշենք որ, մեթոդի ընտրությունը մասնակիորեն կախված է նաև մուտքային տվյալներից:
4. ***Մեթոդի ալգորիթմը***՝ գործողությունների կատարման քայլերի ճշգրիտ հաջորդականությունը:

Ալգորիթմը կարելի է ներկայացնել լեզվաբանաձևային տեսքով: Որպես օրինակ դիտարկենք տրված $x\left(|x|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ արգումենտի համար $\sin x$ արժեքը հաշվելու ալգորիթմը:

Ինչպես հայտնի է $\sin x$ ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել աստիճանային շարքի տեսքով.

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

Անհրաժեշտ է սահմանափակվել վերջավոր թվով գումարելիներով, որոնց գումարը կլինի $\sin x$ ֆունկցիայի մոտավոր արժեքը: Ընդ որում, սխալանքը փոքր կլինի ցանկացած $\varepsilon > 0$ թվից, եթե շարքի անտեսված առաջին անդամի մոդուլը փոքր լինի ε -ից:

Մեթոդի ալգորիթմը: Շարքի հաջորդական անդամների հաշվումը, նրանց գումարումը կատարենք ռեկուրենտ (անդրադարձ) բանաձևով.

$$u_1 = x, u_n = -u_{n-1}\frac{x^2}{(2n-2)(2n-1)}(n = 2,3,...);$$

$$s_1 = x, s_n = s_{n-1} + u_n(n = 2,3,...):$$

Ալգորիթմի լեզվաբանաձևային նկարագրությունը.

Սկիզբ

$$u_1 = x, s_1 = x, n = 1;$$

Կրկնության սկիզբ

$$n = n + 1;$$

Հաշվել $u_n = -u_{n-1}\frac{x^2}{(2n-2)(2n-1)}$;

Հաշվել $s_n = s_{n-1} + u_n$, *եթե* $|u_n| < \varepsilon$;

ապա կրկնության ավարտ

$sin\, x = s_n$;

Վերջ:

5. *ԷՀՄ-ի միջոցով ալգորիթմի իրականացում:*
6. *Ստացված արդյունքների անալիզ:*

ՄԱՍ I

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 1

ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Դիցուք տրված է $y = f(x)$ ֆունկցիան $[a,b]$ հատվածում: Տրոհենք $[a,b]$ հատվածը n հավասար մասերի` $x_k = a + kh, \quad k = 0,1,\ldots n$: Այստեղ $h = \dfrac{b-a}{n}$: Պահանջվում է հաշվել $y = f(x)$ ֆունկցիայի արժեքները $[a,b]$ հատվածի h քայլով տրոհման կետերում և ծայրակետերում:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

1. Հաշվել $y = f(x)$ ֆունկցիայի արժեքները $[a,b]$ հատվածի h քայլով տրոհման կետերում և ծայրակետերում:
2. Կառուցել ֆունկցիայի գրաֆիկը:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ
Սկիզբ
Ներմուծել n , a , b *մեծությունները:* $x = a;\ k = 0;$
Հաշվել.

$h = \dfrac{b-a}{n};$

Ընդհանուր քայլ
կրկնության սկիզբ
$x = a + kh;$
$y = f(x);$
$k = k + 1;$
եթե $k = n$ *, ապա*
կրկնության ավարտ;
վերջ:

ՕՐԻՆԱԿ

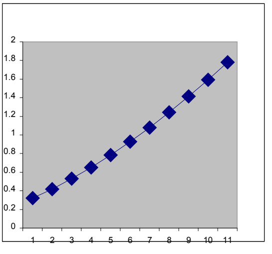
Հաշվել $f(x)=\dfrac{0.382x^2+\sqrt{x}}{0.4385x+5}$ ֆունկցիայի արժեքները $[1,3;5,3]$ հատվածում՝ h քայլով:

ԼՈՒԾՈՒՄ

Եթե $n=10,$ ապա $h=0,4$: Տրոհենք $[1,3;5,3]$ հատվածը n հավասար մասերի: Հաշվենք ֆունկցիայի արժեքները տրոհման կետերում ու $[1,3;5,3]$ հատվածի ծայրակետերում: Հաշվարկի հաջորդական արդյունքները բերված են աղյուսակում:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	3,3	3,7	4,1	4,5	4,9	5,3
y_i	0,32	0,41	0,52	0,65	0,78	0,92	1,08	1,24	1,41	1,59	1,77

Այժմ կառուցենք $y=\dfrac{0.382x^2+\sqrt{x}}{0.4385x+5}$ ֆունկցիայի մոտավոր գրաֆիկը՝ սահուն միացնելով համապատասխան կետերը:



ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ. Ֆունկցիան մոնոտոն աճում է $[1,3;5,3]$ միջակայքում:

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

N	f(x)	a	b	h
1	$\frac{x^2}{1+0,25\sqrt{x}}$	1,1	3,1	0,2
2	$\frac{x^3-0.3x}{\sqrt{1+2x}}$	2.05	3.05	0.1
3	$\frac{2e^{-x}}{2\pi+x^3}$	0	1.6	0.16
4	$\frac{\cos\pi x^2}{\sqrt{1-3x}}$	-1	0	0.1
5	$\sqrt{1+4x}\sin\pi x$	0.1	0.8	0.07
6	$\frac{e^x}{1+x^3}$	1.4	2.4	0.1
7	$e^{-2x}+x^2-1$	0.25	2.25	0.2
8	$(e+x)\sin(\pi\sqrt{x-1})$	1.8	2.8	0.1
9	$\sqrt{3+2x}\,tg\frac{\pi x^3}{2}$	0.1	0.9	0.08
10	$\sqrt{2+3x}\,ln(1+3x^2)$	-0.1	0.9	0.1
11	$\sqrt[3]{x^2+3}\cos\frac{\pi x}{2}$	1	2.5	0.15
12	$(4+7x)\sin(\pi\sqrt[3]{1+x})$	0	7	0.7
13	$e^{-x^2}(1+3x-x^3)$	0	2	0.2
14	$x^3-3x+\frac{8}{\sqrt{1+x^2}}$	0	1.7	0.17
15	$\sqrt{sh\sqrt{2\pi x}}\left(shx=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)$	0	1.2	0.12
16	$\sqrt{ch\frac{x}{\sqrt{2\pi}}}\left(chx=\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)$	0.5	1.5	0.1
17	$\frac{x^3+2x}{\sqrt{1+e^x}}$	-0.2	0.8	0.1
18	$\sqrt{1+2x^2}\sin\frac{3x}{2}$	2	4	0.2
19	$\sqrt{3x^2+5}\cos\frac{\pi x}{2}$	0.5	1.5	0.1
20	$arccos\,e^{-\sqrt[3]{3x}}$	0.2	0.5	0.03

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 2

ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԳԱՈՒՍ-ԺՈՐԴԱՆԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Գծային հավասարումների n-րդ կարգի համակարգը ընդհանուր դեպքում ունի հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \ldots + a_{1n}x_n = h_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \ldots + a_{in}x_n = h_i, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nj}x_j + \ldots + a_{nn}x_n = h_n, \end{cases}, \qquad (1)$$

կամ՝ $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = h_i \quad \left(i = \overline{1,n}\right)$:

n անհայտներից n գծային հավասարումների (1) համակարգը լուծելու համար, որի որոշիչը զրո չէ ,կարելի է կիրառել այսպես կոչված ժորդանյան արտաքսումները:

Դիցուք տրված է $x_1,\ldots,x_j,\ldots,x_n$ n անկախ փոփոխականներով $y_1,\ldots,y_j,\ldots,y_m$ m գծային ձևերի հետևյալ համակարգը.

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \ldots + a_{in}x_n \qquad (i = \overline{1,n}) \qquad (2)$$

(2) համակարգը կարելի է գրել աղյուսակի տեսքով.

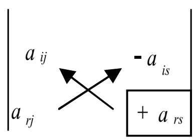
$$\begin{array}{c} \\ y_1 = \\ \ldots \\ y_r = \\ \ldots \\ y_m = \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2\ldots\ldots & & x_s\ldots\ldots & & x_n \end{array} \\ \boxed{\begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1s} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{r1} & a_{r2} & \ldots & a_{rs} & \ldots & a_{yrn} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mr} & \ldots & a_{mn} \end{array}} \end{array} \qquad (3)$$

Դիցուք պահանջվում է (3) համակարգի r-րդ հավասարումից գտնել x_s փոփոխականը, իսկ այնուհետև տեղադրել ստացված արտահայտությունը համակարգի մնացած բոլոր հավասարումների մեջ:

(3) համակարգի այդպիսի ձևափոխությունը կոչվում է a_{rs} լուծող տարրով ժորդանյան արտաքսման քայլ:

Այդ ձևափոխությունը հարմար է կատարել, օգտվելով (3) աղյուսակից, որն էլ իր հերթին ձևափոխվում է մեկ ուրիշ աղյուսակի հետևյալ կանոնով.

1. Լուծող տարրը փոխարինվում է 1-ով (լուծող սյունակի վերևում գրվում է y_r իսկ լուծող տողի մոտ x_s):
2. Լուծող սյունակի (s -րդ) մնացած տարրերը մնում են անփոփոխ:
3. Լուծող տողի (r -րդ) մնացած տարրերը փոխում են միայն իրենց նշանը:
4. Լուծող սյունակին կամ տողին չպատկանող տարրերը հաշվվում են հետևյալ բանաձևով. $b_{ij}=a_{rs}a_{ij}-a_{rj}a_{is}\left(i\neq r, j\neq s\right)$, կամ հետևյալ սխեմայով
5. Նոր աղյուսակի բոլոր տարրերը բաժանվում են a_{rs} լուծվող տարրի վրա(ստորև դա նշված է ամբողջ աղյուսակի սիմվոլիկ բաժանումով a_{rs} -ի վրա)



$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2\ldots & & y_r\ldots & & x_n \end{array} \\ \begin{array}{r} y_1= \\ \ldots \\ x_s= \\ \ldots \\ y_m= \end{array} & \boxed{\begin{array}{cccccc} b_{11} & b_{12} & \ldots & a_{1s} & \ldots & b_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -a_{r1} & -a_{r2} & \ldots & 1 & \ldots & -a_{rrn} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots. \\ b_{m1} & b_{m2} & \ldots & a_{ms} & \ldots & b_{mn} \end{array}} : a_{rs} \end{array} \qquad (4)$$

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

Գտնել գծային հավասարումների համակարգի լուծումը Գաուս-Ժորդանի մեթոդով կամ համոզվել նրա անհամատեղելիության մեջ:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Սկիզբ

Գրենք (1) համակարգը հետևյալ տեսքով.

և ներկայացնենք այն աղյուսակով:

$$\begin{array}{cc} & \\ 0 & = \\ .. & .. \\ 0 & = \\ .. & .. \\ 0 & = \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & \cdots & x_n & 1 \end{array} \\ \boxed{\begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & -h_1 \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ a_{i1} & a_{i2} & .. & a_{in} & -h_i \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ a_{n1} & a_{n2} & .. & a_{nn} & -h_n \end{array}} \end{array} \qquad (5)$$

Ընդհանուր մաս

Կրկնության սկիզբ

Աղյուսակում ընտրենք ազատ անդամների սյունակում չգտնվող որևէ զրոյից տարբեր լուծող տարր,(եթե հնարավոր է, ապա հարմար է որպես լուծող տարր վերցնել 1-ի հավասար տարր): Կատարենք ընտրված լուծող տարրով ժորդանյան արտաքսման քայլ: Արդյունքում կստանանք աղյուսակ,որի ձախ մասում կհայտնվի մի որոշ x_j *, իսկ սյունակի վերևում՝ 0: Ջնջում ենք այդ սյունակը (այսինքն նախկին լուծող սյունակը):*

Կրկնում ենք 2 գործողությունը այնքան անգամ, մինչև որ բոլոր x_j *-երը հայտնվեն աղյուսակի ձախ մասում, այսինքն մինչև ստանանք հետևյալ աղյուսակը.*

$$\begin{array}{cc} & \\ x_1 & = \\ x_2 & = \\ \ldots\ldots & \\ x_n & = \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ \boxed{\begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ .. \\ b_n \end{array}} \end{array}$$

Կրկնության ավարտ:

Որից էլ ստանում ենք լուծումը՝ $x_1 = b_1, x_2 = b_2, ..., x_n = b_n$:

Վերջ:

ՕՐԻՆԱԿ

Գտնել

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 4 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 6 = 0, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 12 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 6 = 0 \end{cases}$$

հավասարումների համակարգի լուծումը Գաուս-Ժորդանի մեթոդով:

ԼՈՒԾՈՒՄ.

1. Գրենք տրված համակարգը հետևյալ տեսքով.

$$\begin{array}{c} \\ 0 = \\ 0 = \\ 0 = \\ 0 = \end{array} \begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & 1 \\ \hline 2 & 2 & -1 & \boxed{1} & -4 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & -6 \\ 8 & 5 & -3 & 4 & -12 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & -6 \end{array}$$

Կատարելով $a_{14} = 1$ լուծող տարրով ժորդանյան արտաքսման մեկ քայլ և այնուհետև ջնջելով 0 դարձած չորրորդ սյունակը կստանանք.

$$\begin{array}{c} \\ x_4 = \\ 0 = \\ 0 = \\ 0 = \end{array} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & 1 \\ \hline -2 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & -3 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{array}$$

2. Հաջորդ քայլը կկատարենք լուծող երկրորդ տողի և երրորդ սյունակի հետ:

Երրորդ սյունակը ջնջելուց հետո կստանանք.

$$\begin{array}{c} \\ x_4 = \\ x_3 = \\ 0 = \\ 0 = \end{array} \begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & 1 \\ \hline -2 & -1 & 2 \\ 0 & \boxed{1} & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{array}$$

3. Երրորդ քայլը՝ կատարված լուծող չորրորդ տողի և երկրորդ

սյունակի հետ, բերում է հետյալ աղյուսակին.

$$\begin{array}{r} \\ x_4 = \\ x_3 = \\ 0 = \\ x_2 = \end{array} \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{x_1} & \multicolumn{1}{c}{1} \\ \hline -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \\ -1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

4. Չորրորդ քայլից հետո վերջնականապես գտնում ենք.

$$\begin{array}{r} \\ x_4 = \\ x_3 = \\ x_1 = \\ x_2 = \end{array} \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{1} \\ \hline -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

որտեղից` $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = -1$:

Դիտողություն. եթե համակարգի որոշիչը հավասար է զրոյի (այսինքն համակարգը կամ անհամատեղելի է կամ ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ, ինչը պարզվում է լուծման ընթացքում), ապա հաշվարկների արդյունքում կստացվի մի իրավիճակ, երբ որոշ x_j-եր կմնան (5) աղյուսակի վերևում,իսկ ձախ մասում` զրոներ և հնարավոր չի լինի ընտրել լուծող տարր,քանի որ բոլոր տարրերը զրոյական տողերում զրոներ են: Եթե այդ դեպքում տողերի ազատ անդամներն էլ են հավասար զրոյի, ապա համակարգը ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ: Հակառակ դեպքում համակարգը լուծում չունի:

Նշենք, որ նկարագրված մեթոդը կարելի է կիրառել նաև ուղղանկյունաձև համակարգերի(հավասարումների թիվը հավասար չէ անհայտների թվին) լուծման համար:

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ
ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

N	A	H	N	A	H	N	A	H
1	2 2 -1 1 4 3 -1 2 8 5 -3 4 3 3 -2 2	4 6 12 6	2	2 3 11 5 1 1 5 2 2 1 3 2 1 1 3 4	2 1 -3 3	3	2 5 4 1 1 3 2 1 2 10 9 7 3 8 9 2	20 11 40 37
4	2 -1 0 1 2 3 1 3 3 4 -1 2 1 3 1 1	-3 -6 8 -5	5	1 1 -6 4 3 -1 -6 -4 2 3 9 2 3 2 3 8	6 2 4 -4	6	7 9 4 2 2 -2 1 1 5 6 3 2 2 4 1 1	2 6 3 0
7	1 1 2 3 3 -1 -1 -2 3 -1 -1 2 1 2 3 1	1 -4 -6 -4	8	2 -1 -6 3 7 -4 2 15 1 -2 - 4 9 1 -1 2 -6	-1 -7 3 -4	9	2 1 4 8 1 3 -6 2 3 -2 2 -2 3 -7 18 2	-1 3 8 4
13	1 -2 -1 3 2 -4 -2 6 2 1 0 1 3 -5 1 4	5 10 20 15	14	4 -3 -7 1 2 3 -2 -5 1 -1 -1 0 2 -2 3 1	6 4 2 3	15	2 3 4 1 1 1 7 1 3 2 1 5 1 3 4 2	2 6 8 -3
16	1 3 5 7 3 5 7 1 5 7 1 3 7 1 3 5	12 0 4 16	17	3 3 5 1 3 5 3 1 3 5 1 3 0 2 -2 0	2 -3 -3 -5	18	3 -1 1 4 2 -7 1 -1 5 7 -3 7	0 0 -6 -6
19	1 1 1 1 0 1 1 1 1 2 3 0 0 1 2 3	0 -1 0 -2	20	1 2 -1 3 2 -1 -1 1 1 3 2 0 0 2 1 -3	8 5 -1 -7			

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 3

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Ոչ գծային հավասարման որևէ արմատի ճշգրիտ արժեքը գտնելը հնարավոր է միայն որոշ մասնավոր դեպքերում, ընդ որում նույնիսկ այդ դեպքերում արմատների որոշման բանաձևերը սովորաբար լինում են բավականին ծավալուն (օրինակ, երրորդ և չորրորդ աստիճանի հանրահաշվական հավասարումների արմատների բանաձևերը) և նրանցից օգտվելը կապված է լինում դժվարությունների հետ: Այդ պատճառով, հավասարումներ լուծելիս լայնորեն օգտագործվում են մոտավոր մեթոդներ, որոնք թույլ են տալիս ստանալ մոտավոր լուծումը պահանջվող ճշտությամբ:

Դիցուք տրված է $f(x)=0$ հավասարումը,որտեղ $f(x)$ ֆունկցիան որոշված է և անընդհատ ինչ-որ հատվածում և այնտեղ նրա առաջին և երկրորդ կարգի ածանցյալները անընդհատ են: Տրված հավասարման արմատները $y=f(x)$ ֆունկցիայի զրոներն են և երկրաչափորեն հանդիսանում են նրա գրաֆիկի և Ox առանցքի հատման կետերը:

Դիտարկենք $f(x)=0$ հավասարման իրական արմատների ցանկացած տրված ճշտությամբ մոտավոր արժեքների որոնման խնդիրը: Խնդրի լուծումը բաղկացած է 2 փուլից.

1) արմատի առանձնացումը,այսինքն $y=f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթին պատկանող այնպիսի $[a,b]$ հատվածի որոշումը, որտեղ գտնվում է $f(x)=0$ հավասարման մեկ և միայն մեկ արմատ:

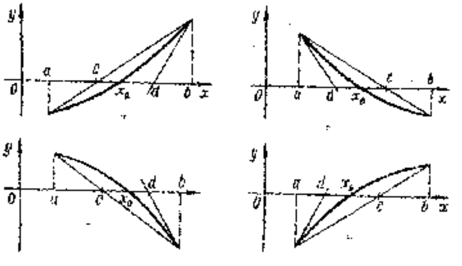
2) Արմատի արժեքի հաշվումը տրված ճշտությամբ:

Արմատի առանձնացումը կարելի է կատարել ինչպես անալիտիկորեն, այնպես էլ գրաֆիկորեն: Որպեսզի $[a,b]$ հատվածում $f(x)=0$ հավասարումն ունենա մեկ արմատ բավարար են հետևյալ երկու պայմանները.

ա) հատվածի ծայրակետերում ֆունկցիան ունի տարբեր նշաններ, այսինքն $f(a)f(b)<0$,

բ) ֆունկցիան մոնոտոն է, այսինքն նրա ածանցյալը՝ $f'(x)$-ը նշանը չի փոխում այդ հատվածում:

Արմատը հաշվելու համար կիրառենք համակցական մեթոդը, որն ըստ էության լարերի և շոշափողների մեթոդների միավորումն է: Նշենք, որ լարերի մեթոդով հաշվարկվող c_n մոտավորությունները ձգտում են x_0 արմատին կորի գոգավորության կողմից, իսկ շոշափողների մեթոդով հաշվարկվող d_n մոտավորությունները՝ կորի ուռուցիկության կողմից (տես նկ. 1): Ընդ որում յուրաքանչյուր մոտավորության համար ունենք.



$c_n<x_0<d_n$ եթե $f'(x)f''(x)>0$,

$d_n<x_0<c_n$, եթե $f'(x)f''(x)<0$:

Նկ. 1

Հետևաբար,համակցելով այդ 2 մեթոդները և հաջորդաբար որոշելով c_n և d_n թվերը, յուրաքանչյուր քայլում երկու կողմից նեղացնում ենք հատվածը, որի ներսում գտնվում է x_0 արմատը: Գործընթացն ընդհատում ենք, երբ $\left|d_n - c_n\right|<\varepsilon$, որտեղ ε-ը մոտարկման տրված ճշտությունն է: Որպես արմատի մոտավոր արժեք սովորաբար վերցնում են հատվածի միջնակետը, այսինքն $\bar{x}=(c_n+d_n)/2$, այնպես որ $|x_0-\bar{x}|\le|d_n-c_n|<\varepsilon$:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

1. Առանձնացնել $f(x)=0$ հավասարման արմատը գրաֆիկական եղանակով:
2. Հաշվել համակցական մեթոդով որոնելի արմատը $\varepsilon=10^{-4}$ ճշտությամբ:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Դիցուք $[a,b]$ հատվածում $f(x)=0$ հավասարման արմատն առանձնացված է :

Սկիզբ

$n=1$:

Որոշել $f'(x)f''(x)$ արտահայտության նշանը $[a,b]$ հատվածում

եթե $f'(x)f''(x)>0$, ապա $c_0=a,\ d_0=b$;

եթե $f'(x)f''(x)<0$, ապա $d_0=a,\ c_0=b$;

$[c_{n-1},d_{n-1}]$-ը կամ $[d_{n-1},c_{n-1}]$-ը (n-1)-րդ հատվածն է:
Յաշվել $f(c_{n-1}),f(d_{n-1}),f'(d_{n-1})$ և c_n, d_n թվերը`
կրկնության սկիզբ

$$c_n=c_{n-1}-\frac{f(c_{n-1})(d_{n-1}-c_{n-1})}{f(d_{n-1})-f(c_{n-1})}; \quad d_n=d_{n-1}-\frac{f(d_{n-1})}{f'(d_{n-1})}:$$

Եթե $|c_n-d_n|\geq\varepsilon$, ապա $n=n+1$ և անցում կրկնությանը,
Եթե $|c_n-d_n|<\varepsilon$, ապա
կրկնության ավարտ:

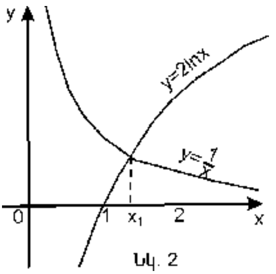
$\bar{x}=\frac{c_n+d_n}{2}$;

Վերջ:

ՕՐԻՆԱԿ

Գտնել $2\ln x-\frac{1}{x}=0$ հավասարման արմատի մոտավոր արժեքը $\varepsilon=10^{-4}$ ճշտությամբ: Ունենք $f(x)=2\ln x-\frac{1}{x}$:

$f(x)=0$ հավասարումը ներկայացնենք $2\ln x=\frac{1}{x}$ տեսքով: Կառուցենք $y=2\ln x$ և $y=\frac{1}{x}$ ֆունկցիաների գրաֆիկները (տես նկ. 2):



Նկ. 2

Դժվար չէ նկատել,որ տրված հավասարումն ունի միայն մեկ արմատ, որը պատկանում է [1,2] հատվածին:

Իրոք.

ա) $f(1)=2\ln1-1=-1<0$,

$f(2)=2\ln2-0.5\approx0{,}8863>0$, $f(1)f(2)<0$;

բ) $f'(x)=\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}>0$, երբ $x\in[1,2]$ $f''(x)=-\frac{2}{x^2}-\frac{2}{x^3}$:

Յետևաբար $f'(x)f''(x)<0$, $d_0=a=1$, $c_0=b=2$:

Ալգորիթմի մնացած քայլերում ստացված արդյունքները բերված են աղյուսակ 1-ում:

Ալգորիթը ավարտվում է երրորդ քայլից հետո, քանի որ $|d_3-c_3|=0.2\cdot10^{-5}<\varepsilon$ և արմատի ստացված մոտավոր արժեքն է` x=1,42153:

Աղյուսակ 1

n	c_n	d_n	$f(c_n)$	$f(d_n)$
0	2	1	0.88629	-1
1	1.53014	1.33333	0.19718	-0.17464
2	1.42577	1.41800	0.00805	-0.00671
3	1.42154	1.42152		

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

1. $x^2 - 2x + ln\, x = 0$
2. $x^2 - 2\, lg(x+2) = 0$
3. $x^4 - 6x + 12x - 8 = 0$
4. $2^x + 2x^2 - 3 = 0$
5. $x^3 + 2x - 13 = 0$
6. $x^2 + arctagx - 0.5 = 0$
7. $xe^{2x} - 2x = 0$
8. $ctg 0.8x - 2x^2 = 0$
9. $x^5 + 5x + 1 = 0$
10. $x^5 + 18x^3 - 34 = 0$
11. $(x-2)^2 - e^x = 0$
12. $2xe^{x^2} - 5 = 0$
13. $x^3 + 2x^2 - 11 = 0$
14. $2e^{-x^2} - 3x + 4 = 0$
15. $x^2 - 1 - cos 1.2x = 0$
16. $2x - 3\, sin\, 2x - 1 = 0$
17. $(x-0.5)^2 - sin\, \pi x = 0$
18. $x^3 + 3x^2 - 6x - 1 = 0$
19. $x^3 - 2\, cos\, \pi x = 0$
20. $tg 0.8x - x - 2 = 0$

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 4

ԼԱԳՐԱՆԺԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻՈՆ ԲԱՆԱՁԵՎԸ

Ինտերպոլացիան՝ ֆունկցիայի միջանկյալ արժեքների որոշումն է ըստ նրա տրված մի շարք արժեքների:

Դիցուք $[a,b]$ հատվածի $x_0,x_1,....,x_n$ կետերում հայտնի են որևէ $f(x)$ ֆունկցիայի արժեքները՝ $y_0=f(x_0),y_1=f(x_1),...., y_n=f(x_n)$:

Պահանջվում է որոշել $f(x)$ ֆունկցիայի արժեքը տրված կետերի հետ չհամընկնող $x\in[a,b]$ կետում:

Ավելի ստույգ, $f(x)$ ֆունկցիայի ինտերպոլացման խնդրում պահանջվում է կառուցել որոշակի դասի պատկանող $F(x)$ ֆունկցիա, որը տրված x_i կետերում ընդունում է նույն $y_i=f(x_i)$ արժեքները, ինչ որ և $f(x)$ ֆունկցիան.$F(x_i) = y_i$ $(i=0,1,....,n)$:

Այդ դեպքում, $x\in[a,b]$ կետում համարում են $f(x)\approx F(x)$:

$x_0,x_1,....,x_n$ կետերը կոչվում են ինտերպոլացիոն հանգույցներ, իսկ $F(x)$ ֆունկցիան՝ ինտերպոլացնող ֆունկցիա:

Սովորաբար ինտերպոլացիոն ֆունկցիան փնտրում են $L_n(x)$՝n-ը չգերազանցող աստիճանի բազմանդամների մեջ, որոնք բավարարում են

$$L_n(x_0)=y_0=f(x_0),L_n(x_1)=y_1=f(x_1),...,L_n(x_n)=y_n=f(x_n) \quad (1)$$

պայմաններին: Գոյություն ունի միայն մեկ՝ n-ը չգերազանցող աստիճանի $L_n(x)$ բազմանդամ,որը բավարարում է բոլոր (1) պայմաններին:(1) պայմաններով որոշվող $L_n(x)$ բազմանդամը կոչվում է ինտերպոլացիոն բազմանդամ ($f(x)$-ի համար), իսկ նրա կառուցման բանաձևերը՝ իտերպոլացիոն բանաձևեր:

$y=f(x)$ ֆունկցիայի փոխարինումը իր ինտերպոլացիոն բազմանդամով՝

$$f(x) \approx L_n(x),x\in[a,b] \quad (2)$$

կոչվում է ֆունկցիայի իտերպոլացիա (հանրահաշվական):

Իտերպոլացիայի երկրաչափական իմաստը՝ $y=f(x)$ կորի փոխարինումն է $y=L_n(x)$ պարաբոլով (n-րդ կարգի),որն անցնում է տրված $(x_0; y_0), (x_1; y_1),....., (x_n; y_n)$ կետերով:

Վերը բերված (2) բանաձևը համարվում է իտերպոլացիոն, եթե $x\in[x_0;x_n]$, այսինքն կետը գտնվում է ինտերպոլացիոն հանգույցների միջև, իսկ եթե $x \notin [x_0, x_n]$, այսինքն կետը գտնվում է հատվածից դուրս, ապա (2) բանաձևը անվանում են էքստրապոլացիոն:

Դիցուք տրված են $x_0, x_1, \ldots, x_n$ իրարից տարբեր կետերը [a,b] հատվածում և $y=f(x)$ ֆունկցիայի արժեքները այդ կետերում.

$$y_0 = f(x_0),\ y_1 = f(x_1), \ldots,\ y_n = f(x_n):$$

Որոշակիության համար ենթադրենք, որ $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$: Կառուցենք n-րդ աստիճանի $L_n(x)$ բազմանդամը, որը տրված n+1 ինտերպոլացիոն հանգույցներում ընդունում է նույն արժեքները, ինչ որ և տրված ֆունկցիան, այսինքն

$$L_n(x_i) = y_i,\ i = 0,1,2,\ldots,n \tag{3}$$

Դրա համար նախօրոք կառուցենք n-րդ աստիճանի օժանդակ բազմանդամներ

$$P_n^{(i)}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)} \quad i = 0,1,2,\ldots,n \tag{4}$$

Դժվար չէ համոզվել, որ $P_n^{(i)}(x)$ բազմանդամը $x = x_k,\ k \neq i$ դեպքում վերածվում է 0-ի, քանի որ համարիչում արտադրիչներից մեկը կլինի $(x_k - x_k) = 0$, իսկ $x = x_i$ դեպքում բազմանդամը հվասար է 1-ի, այսինքն

$$P_n^{(i)}(x_k) = \begin{cases} 0, \text{»Ã»}\ k \neq i, \\ 1, \text{»Ã»}\ k = i: \end{cases} \tag{5}$$

²ÛÅÙ ·ñ»Ýù $L_n(x)$ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ Ñ»ï¨Û³É ï»ëùáí.

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} P_n^{(i)}(x)\, y_i = P_n^{(0)}(x) y_0 + P_n^{(1)}(x) y_1 + \ldots + P_n^{(n)}(x) y_n =$$

$$= \frac{(x-x_1)\ldots(x-x_n)}{(x_0-x_1)\ldots(x_0-x_n)} y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\ldots(x_1-x_n)} y_1 + \ldots +$$

$$+ \frac{(x-x_0)\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)\ldots(x_n-x_{n-1})} y_n : \tag{6}$$

$L_n(x)$-Á n-ñ¹ ³ëïÇ×³ÝÇ µ³½Ù³Ý¹³Ù ¿, áñÁ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ (3) å³ÛÙ³ÝÝ»ñÇÝ ¨ ³Û¹åÇëáí ïñí³Í ÇÝï»ñåáÉÛ³óÇáÝ ËÝ¹ñÇ ÉáõÍáõÙÝ ¿: $L_n(x)$ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ ÏáãíáõÙ ¿ È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³Ù, ÆëÏ $P_n^{(i)}(x)$ µ³½Ù³Ý¹³ÙÝ»ñÁ È³·ñ³ÝÅÇ ·áñÍ³ÏÇó-Ý»ñ: Î³ï³ñ»Ýù Ñ»ï¨Û³É Ýß³Ý³ÏáõÙÁ.

$$\omega_{n+1}(x) = (x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n):$$

Î³ñáÕ »Ýù ·ñ»É.

$$L_n(x)=\sum_{i=0}^{n} y_i \frac{\omega_{n+1}(x)}{(x-x_i)\omega'_{n+1}(x_i)} \qquad (7)$$

(7) µ³Ý³Ó¨Á »ñµ»ÙÝ ³Ýí³ÝáõÙ »Ý È³·ñ³ÝÅÇ Çï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨: ¸Çï³ñÏ»Ýù (7) µ³Ý³Ó¨Ç Ù³ëÝ³íáñ ¹»åù»ñÁ.

1) n=1« ³ÛëÇÝùÝ áõÝ»Ýù ÇÝï»ñåáÉÛ³óÇ³ÛÇ 2 Ñ³Ý·áõÛóª x_0,x_1: ²Ûë ¹»åùáõÙ

$$L_1(x)=P_1^{(0)}(x)y_0+P_1^{(1)}(x)y_1=\frac{x-x_1}{x_0-x_1}y_0+\frac{x-x_0}{x_1-x_0}y_1 \qquad (8)$$

$L_1(x)$-Á ³é³çÇÝ ³ëïÇ×³ÝÇ È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½-Ù³Ý¹³ÙÝ ¿:

2) n=2, ³ÛëÇÝùÝ áõÝ»Ýù ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ 3 Ñ³Ý·áõÛóª x_0,x_1,x_2: ²Ûë ¹»åùáõÙ.

$$L_2(x)=P_2^{(0)}(x)y_0+P_2^{(1)}(x)y_1+P_2^{(2)}(x)y_2=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}\cdot y_0+$$

$$\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}\cdot y_1+\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}\cdot y_2 \qquad (9)$$

$L_2(x)$-ը 2-րդ աստիճանի Լագրանժի ինտերպոլացիոն բազմանդամն է:

ÜáõÝÏóÇ³ÛÇ ÷áË³ñÇÝáõÙÁ $L_2(x)$-áí ÏáãíáõÙ ¿ ù³é³Ïáõë³ÛÇÝ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³£

²ÛÅÙ ³Ý¹ñ³¹³éÝ³Ýù (2) Ùáï³íáñ µ³Ý³Ó¨Ç ëË³É³ÝùÇ ·Ý³-Ñ³ï³Ï³ÝÇ Ñ³ñóÇÝ:

ä³ñ½ ¿, áñ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÇó ï³ñµ»ñ ó³ÝÏ³-ó³Í x Ï»ïáõÙ, $f(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý ï³ñµ»ñíáõÙ ¿ $L_n(x)$-Çó :

Üß³Ý³Ï»Ýù $R_n(x)= f(x) - L_n(x)$:

$R_n(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý ÏáãíáõÙ ¿ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ ÙÝ³óáñ¹³ÛÇÝ ³Ý-¹³Ù Ï³Ù È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉÇ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨Ç ÙÝ³óáñ¹³ÛÇÝ ³Ý-¹³Ù£ ²ÛÝ áñáßáõÙ ¿ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ ëË³É³ÝùÁ x Ï»ïáõÙ£ ºÃ» $f(x)$-Á $n+1$ ³Ý·³Ù ¹Çý»ñ»Ýó»ÉÇ ýáõÝÏóÇ³ ¿ $x_0, x_1 \ldots x_n$ ¨ x Ï»ï»ñÁ å³ñáõ-Ý³ÏáÕ $[a,b]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ, ³å³

$$|R_n(x)|\le M_{n+1}\frac{|(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)|}{(n+1)!} \quad \text{Ï³Ù} \quad |R_n(x)|\le\frac{M_{n+1}|\omega_{n+1}(x)|}{(n+1)!} \qquad (10)$$

áñï»Õ $M_{n+1}=\max\limits_{a\le x\le b}\left|f^{(n+1)}(x)\right|$

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

1. Î³éáõó»É È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ£
2. ¶ïÝ»É È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ Éñ³óáõóÇã 5 Ï»ï»ñáõÙ£
3. Î³éáõó»É ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ùáï³íáñ ·ñ³ýÇÏÁ ëï³óí³Í 10 Ï»ï»ñÇ û·ÝáõÃÛ³Ùµ£

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

êÏÇ½µ

Ներմուծել n-ի արժեքը, (x_i) $\left(i=\overline{1,n}\right)$ *հանգույցները և ֆունկցիայի* (y_i) $\left(i=\overline{1,n}\right)$ *արժեքները*

Ընդհանուր քայլ

Հաշվել գործակիցները

Հաշվել $L_n(x)$ *արժեքները x կետում:*

ì»ñç

ՕՐԻՆԱԿ

Î³éáõó»É $f(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ñ³Ù³ñ È³·ñ³ÝÅÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ x_0=1, x_1=2, x_2=3 Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáí£

ÆÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ ëË³É³ÝùÁ ·Ý³Ñ³ï»É, »ñµ x=2.5:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Øáõïù³ÛÇÝ ïíÛ³ÉÝ»ñÁ µ»ñí³Í »Ý ³ÕÛáõë³ÏáõÙ

x_i	1	2	3
y_i	1	1.260	1.442

ø³ÝÇ áñ n=2, ³å³ ÇÝï»ñåáÉÛ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ Ý»ñÏ³Û³óíáõÙ ¿ Ñ»ï¨Û³É µ³Ý³Ó¨áí (ï»ë (6))

$$L_2(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}y_0+\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}y_1+\frac{(x-x_1)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}y_2,$$

$$L_2(x)=\frac{(x\ \ 2)(x\ \ 3)}{2}.1+\frac{(x\ \ 1)(x\ \ 3)}{1}.1.260+\frac{(x\ \ 1)(x\ \ 2)}{2}.1.442=0.039x^2+0.377x+0.662\cdot$$

êË³É³ÝùÁ ·Ý³Ñ³ïíáõÙ ¿ Ñ»ï¨Û³É µ³Ý³Ó¨áí.

$$|R_n(x)|\le M_{n+1}\frac{|(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)|}{(n+1)!},$$

áñï»Õ $M_{n+1}=\max\limits_{a\le x\le b}\left|f^{(n+1)}(x)\right|$, $|R_2(x)|\le M_3\dfrac{|(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)|}{3!}$, áñï»Õ

$M_3=\max\limits_{1\le x\le 3}\left|f'''(x)\right|$

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

N	x	0	1	2	3	4
N1	xi	0,11	0,3	0,55	0,75	0,9
	yi	0,1098	0,2955	0,5229	0,6816	0,7833
N2	xi	0,15	0,2	0,4	0,8	0,85
	yi	0,1489	0,1974	0,3805	0,6747	0,7045
N3	xi	1	5	25	85	100
	yi	0	1,6094	3,2189	4,4427	4,6052
N4	xi	0,05	0,3	0,4	0,9	0,95
	yi	1,0513	1,3499	1,4918	2,4596	2,5857
N5	xi	0,1	0,2	0,5	0,75	0,8
	yi	0,904	0,8187	0,6065	0,4724	0,4493
N6	xi	0,2	0,25	0,4	0,9	0,99
	yi	1,0201	1,0314	1,0811	1,4331	1,5314
N7	xi	0,2	0,5	0,7	0,95	1
	yi	0,2013	0,5211	0,7586	1,0995	1,1752
N8	xi	0,25	0,4	0,8	0,9	0,95
	yi	0,2449	0,3799	0,664	0,7163	0,7398
N9	xi	0,01	0,1	0,2	0,45	0,5
	yi	1,5747	1,6124	1,6596	1,8139	1,8541
N10	xi	-2,5	-2	-1	3,5	4,2
	yi	5,25	3	0	11,25	16,64
N11	xi	-6,5	-5	-3,5	0	0,7
	yi	-37,25	-20	-7,25	5	4,51
N12	xi	-4,5	-4	-3,5	-1,5	0,6
	yi	10,25	7	4,25	-1,75	0,56
N13	xi	-7,5	-6,4	-4,3	-1,4	-0,5
	yi	-16,25	-7,56	2,31	1,44	-2,25
N14	xi	4,55	5,42	7,5	8,25	9,34
	yi	-3	0,5	2,75	1,44	-2,48
N15	xi	-2,5	-1,8	-0,5	0	0,8
	yi	36,06	7,5	-2,9	-3	-2,6
N16	xi	10	15	17	20	22
	yi	0	1,6094	3,2189	4,4427	4,6052
N17	xi	3,55	4,42	6,5	7,25	9,34
	yi	-3	0,5	2,7	1,46	-2,4
N18	xi	-1,5	-2,8	-0,5	0	1,5
	yi	30	7,1	-2,4	-3	-2,3
N19	xi	0,2	0,4	0,6	0,95	1,5
	yi	0,20	0,52	0,75	1,23	1,75
N20	xi	0,25	0,36	0,75	0,83	0,95
	yi	0,26	0,42	0,91	0,74	0,98

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 5

ՆՅՈՒՏՈՆԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻՈՆ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԸ

¸Çóáõù ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÁ Ñ³í³ë³ñ³Ñ»é »Ý h ù³ÛÉáí, ³ÛëÇÝùÝª $x_i = x_0 + ih, i = \overline{0,n}$, ¨ Ñ³Û ïÝÇ »Ý $y = f(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ ³Û¹ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙª $y_i = f(x_i), \overline{i = 0,n}$£ $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i,} i = \overline{0,n-1}$ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÁ Ïáãíáõ٠»Ý ³é³çÇÝ Ï³ñ·Ç í»ñç³íáñ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñ£

ÀÝ¹³Ýñ³å»ë, k-ñ¹ Ï³ñ·Ç í»ñç³íáñ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÁ áñáß-íáõÙ »Ý (k-1)-ñ¹ Ï³ñ·Ç ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ ÙÇçáóáí Ñ»ï¨Û³É µ³-Ý³Ó¨»ñáí.

$$\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_{i,} \quad (k = \overline{1,n}, \Delta^0 y = y) \tag{1}$$

(1) µ³Ý³Ó¨»ñÁ ³Ý¹ñ³¹³ñÓ (é»Ïáõñ»Ýï) µÝáõÛÃÇ »Ý£ ê³Ï³ÛÝ í»ñç³íáñ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÁ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ³ñï³Ñ³Ûï»É Ý³¨ ³ÝÙÇ-ç³Ï³Ýáñ»Ý ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÇ ÙÇçáóáíª

$$\Delta^k y_i = \sum_{m=0}^{k} (-1)^m C_k^m y_{i+k-m}, \quad \text{áñï»Õ} \quad C_k^m = \frac{k(k-1)...(k-m+1)}{m!}$$

µÇÝáÙÇ³É ·áñÍ³ÏÇóÝ»ñÝ »Ý£

¸Çï³ñÏ»Ýù n-ñ¹ ³ëïÇ×³ÝÇ Ñ»ï¨Û³É µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ.

$$L_n(x) = q_0 + q_1(x - x_0) + ... + q_k(x - x_0)...(x - x_{k-1}) + ... + q_n(x - x_0)...(x - x_{n-1}):$$

àñå»ë½Ç ï»ÕÇ áõÝ»Ý³Ý

$$L_n(x_i) = y_i = f(x_i) \quad \left(i = \overline{0,n}\right)$$

å³ÛÙ³ÝÝ»ñÁ å»ïù ¿ q_k ·áñÍ³ÏÇóÝ»ñÁ ÁÝïñ»É Ñ»ï¨Û³É Ó¨áí.

$$q_k = \frac{\Delta^k y_0}{k!\,h^k} \left(k = \overline{0,n}\right), \qquad \text{³ÛëÇÝùÝª}$$

$$L_n(x) = y_0 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta^k y_0}{k!\,h^k} (x - x_0)...(x - x_{k-1})\text{£} \tag{2}$$

²Ûë µ³Ý³Ó¨Á Ïáãíáõ٠¿ ÜÛáõïáÝÇ ³é³çÇÝ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨£ Ü»ñÙáõÍ»Éáí Ýáñ $t = \dfrac{x - x_0}{h}$ ÷á÷áË³Ï³Ý (2) µ³Ý³Ó¨Á Ï³ñ»ÉÇ ¿ ·ñ»É Ñ»ï¨Û³É ï»ëùáí`

$$L_n(x\;) = L_n(x_0 + th) = y_0 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta^k y_0}{k!} t(t-1)\ldots(t-k+1)£ \qquad (2')$$

(2) Ï³Ù (2′) µ³Ý³Ó¨Á »ñµ»ÙÝ ³Ýí³ÝáõÙ »Ý ÇÝï»ñå áÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨ ¹»åÇ ³é³ç ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ù³ñ,ù³ÝÇ áñ ³ÛÝ Ï³-éáõóíáõÙ ¿ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÇ ¨ Ýñ³ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ ÙÇçáóáí ëÏ½µÝ³Ï³Ý x_0 ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóáõÙ£

²ÛÝ ëáíáñ³µ³ñ ÏÇñ³éáõÙ »Ý x_0 Ï»ïÇ ÙáïÇ x Ï»ï»ñáõÙ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ù³ñ (ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ ëË³É³ÝùÁ Ýí³½»óÝ»Éáõ Ýå³-ï³Ïáí)£

ºÃ» å»ïù ¿ ÇÝï»ñåáÉ³óÝ»É x_n ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóÇÝ Ùáï x Ï»ï»ñáõÙ, ³å³ ·»ñ³¹³ë»ÉÇ ¿ û·ïí»É ³Ûëå»ë Ïáãí³Í ¹»åÇ »ï ÇÝï»ñåáÉ³óÝ»Éáõ µ³Ý³Ó¨Çó.

$$L_n(x) = y_n + \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta^k y_{n-k}}{k!\,h^k}(x - x_n)\ldots\left(x - x_{n-(k-1)}\right): \qquad (3)$$

ê³ ÜÛáõïáÝÇ »ñÏñáñ¹ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨Ý ¿£

Ü»ñÙáõÍ»Éáí Ýáñ $t = \dfrac{x - x_n}{h}$ ÷á÷áËÇ³Ï³Ý, (3) µ³Ý³Ó¨Á Ï³ñ»ÉÇ ¿ ·ñ»É Ñ»ï¨Û³É ï»ëùáí.

$$L_n(x) = L_n(x_n + th) = y_n + \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta^k y_{n-k}}{k!} t(t+1)\ldots(t+k-1): \qquad (3')$$

ÜÛáõïáÝÇ µ³Ý³Ó¨»ñÇ ÙÝ³óáñ¹³ÛÇÝ ³Ý¹³ÙÝ»ñÁ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ·Ý³-Ñ³ï»É ³ÛÝå»ë, ÇÝãå»ë È³·ñ³ÝÅÇ µ³Ý³Ó¨Ç ÙÝ³óáñ¹³ÛÇÝ ³Ý¹³ÙÁ£

Ð³ßíÇ ³éÝ»Éáí,áñ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÁ Ñ³í³ë³-ñ³Ñ»é »Ý (2′)° ¨ (3′)° µ³Ý³Ó¨»ñÇ Ñ³Ù³ñ Ñ³Ù³å³ï³ëË³Ý³µ³ñ Ïëï³Ý³Ýù Ñ»ï¨Û³É ·Ý³Ñ³ï³Ï³ÝÝ»ñÁ.

$$\left|R_n(x)\right| = \left|R_n(x_0 + th)\right| \le \frac{h^{n+1}\left|t(t-1)\ldots(t-n)\right|}{(n+1)!} M_{n+1}, \qquad (4)$$

$$\left|R_n(x)\right| = \left|R_n(x_n + th)\right| \le \frac{h^{n+1}\left|t(t+1)\ldots(t+n)\right|}{(n+1)!} M_{n+1}, \qquad (5)$$

áñï»Õ $M_{n+1} = \max\limits_{a \le x \le b}\left|f^{(n+1)}(x)\right|$:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

1. ¶ïÝ»É ·áñÍ³ÏÇóÝ»ñÁ ¨ Ï³éáõó»É ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³-ÙÁ ÜÛáõïáÝÇ »ñÏñáñ¹ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨áí£
2. ÆÝï»ñåáÉ³óÝ»É ýáõÝÏóÇ³Ý $x_i+\frac{h}{2},\left(i=0,1,2,3\right)$ Ï»ï»ñáõÙ, áñï»Õ x_i Ï»ï»ñÁ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÝ »Ý:
3. Î³éáõó»É $y=f(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ùáï³íáñ ·ñ³ýÇÏÁ ïñí³Í 5 ¨ ëï³óí³Í 4 Ï»ï»ñáí£

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

êÏÇ½µ

Ներմուծել n աստիճանը, x_n -ը և h քայլը:

Ընդհանուր քայլ:Հաշվել y_i, Δy_{i-1}, $\Delta^2 y_{i-2}$,…, $\Delta^i y_0$ արժեքները:

Հաշվել $c_0=y_n, c_k=\frac{\Delta^k y_{n-k}}{k!}\ \left(k=\overline{1,n}\right)$ *գործակիցները:*

Հաշվել $L_n(x)$ արժեքը x կետում:

Ì»ñç£

ՕՐԻՆԱԿ

$\phi(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ x_i Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙ ($i=\overline{0,5}$) ¨ $h=0,1$ ù³ÛÉáí Ñ³ßí³ñÏí³Í Ñ³çáñ¹³Ï³Ý í»ñç³íáñ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñÁ µ»ñí³Í »Ý ³ÕÛáõë³ÏáõÙ£

¶ïÝ»É $\phi(0,4)$-Ý ¨ ·Ý³Ñ³ï»É ëË³É³ÝùÁ£

ԼՈՒԾՈՒՄ

Աղյուսակ 1

i	x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
0	0,0	0,0000	0,0797	-0,0009	-0.0006
1	0,1	0,0797	0,0788	-0,0015	-0,0008
2	0,2	0,1585	0,0773	-0,0023	-0,0006
3	0,3	0,2358	0,0750	-0,0029	
4	0,4	0,3108	0,0721		
5	0,5	0,3829			

Î³½Ù»Ýù 3-ñ¹ ³ëïÇ×³ÝÇ ÜÛáõïáÝÇ ³é³çÇÝ ÇÝï»ñåáÉÇ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ, ÁÝ¹áõÝ»Éáí n=3.

$$L_3(x) = y_0 + \Delta y_0 t + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} t(t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!} t(t-1)(t-2), \; t = \frac{x - x_0}{h},$$

$$L_3(x) = 0 + 0{,}0797 \quad t - \frac{0{,}0009}{2!} t(t-1) - \frac{0{,}0006}{3!} t(t-1)(t-2):$$

ø³ÝÇ áñ å³Ñ³ÝçíáõÙ ¿ Ñ³ßí»É $\phi(0{,}04)$-Á, ³å³ ÁÝ¹áõÝ»Éáí x=0,04, Ïëï³Ý³Ýùª $t = \dfrac{x - x_0}{h} = \dfrac{0{,}04 - 0}{0{,}1} = 0{,}4$:

î»Õ³¹ñ»Éáí $L_3(x)$-áõÙ t=0,4 Ïëï³Ý³Ý³ù.

$\phi(0{,}04) \approx 0{,}0797.\ 0{,}4 + 0{,}00045.\ 0{,}4.\ 0{,}6 - 0{,}0001.\ 0{,}4.\ 0{,}6.\ 1{,}6 = 0{,}0321$:

êË³É³ÝùÁ ·Ý³Ñ³ï»Ýù (4) µ³Ý³Ó¨áí.

$$|R_3(x)| \le \frac{0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}6 \cdot 2{,}6}{4!} \cdot 0{,}0002 < 0{,}5 \cdot 10^{-4}$$

²Ûëå»ëáí, ýáõÝÏóÇ³ÛÇ áñáÝ»ÉÇ ³ñÅ»ùÁ ÏÉÇÝÇª

$$\phi(0{,}04) \approx 0{,}0321£$$

ø³ÝÇ áñ ³Ûë ¨ Ñ³çáñ¹ É³µáñ³ïáñ ³ßË³ï³ÝùÝ»ñÇ ë½µÝ³Ï³Ý ïíÛ³ÉÝ»ñÝ ÁÝ¹Ñ³Ýáõñ »Ý, ³å³ ÇÝùÝáõñáõÛÝ ³ßË³ï³ÝùÇ Ñ³Ù³ñ ³é³ç³¹ñ³ÝùÝ»ñÁ µ»ñí³Í »Ý È³µáñ³ïáñ ³ßË³ï³Ýù 6-áõÙ:

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 6

ԹՎԱՅԻՆ ԱԾԱՆՑՈՒՄ

Âí³ÛÇÝ ³Í³ÝóÙ³Ý »Ý ¹ÇÙáõÙ,»Ã» ýáõÝÏóÇ³Ý ïñí³Í ¿ ³ÕÛáõë³Ï³ÛÇÝ ï»ëùáí, ÇÝãå»ë Ý³¨ ³Ý³ÉÇïÇÏáñ»Ý ïñí³Í ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ùáï³íáñ Ñ³ßíÙ³Ý Ñ³Ù³ñ,áñÇ ³ÝÙÇç³Ï³Ý ³Í³ÝóáõÙÁ Ï³åí³Í ¿ ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ Ñ»ï£

²Í³ÝóÛ³ÉÁ ·ïÝ»Éáõ Ñ³Ù³ñ Çñ³Ï³Ý³óÝáõÙ »Ý *f(x)* ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³Ý $[a;b]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ $L_n(x)$ µ³½Ù³Ý¹³Ùáí ¨ Ýñ³ $L'_n(x)$ ³Í³ÝóÛ³ÉÁ ÁÝ¹áõÝáõÙ »Ý áñå»ë *f'(x)*, ³ÛëÇÝùÝ Ñ³Ù³ñáõÙ »Ý.

$$f'(x)=L'_n(x),\ a\le x\le b \text{ :} \tag{1}$$

ÜÙ³Ý Ó¨áí Ï³ñ»ÉÇ ¿ í³ñí»É Ý³¨ µ³ñÓñ Ï³ñ·Ç ³Í³ÝóÛ³ÉÝ»ñ Ñ³ßí»ÉÇë,»³Ï³ÛÝ å»ïù ¿ Ýß»É, áñ ³Í³ÝóÛ³ÉÇ Ï³ñ·Ç ³×Ù³Ý Ñ»ï Ãí³ÛÇÝ ³Í³ÝóÙ³Ý ×ß·ñïáõÃÛáõÝÁ ëáíáñ³µ³ñ Ïïñáõ Ï ÁÝÏÝáõÙ ¿£

Ð³í³ë³ñ³Ñ»é Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáí ³ÕÛáõë³Ïáí ïñí³Í *f(x)* ýáõÝÏóÇ³ÛÇ *f'(x)* ³Í³ÝóÛ³ÉÁ ·ïÝ»Éáõ Ñ³Ù³ñ û·ï³·áñÍáõÙ »Ýù ÜÛáõïáÝÇ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ í»ñç³íáñ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÝ»ñáí (ï»ë É³µáñ³ïáñ ³ßË³ï³Ýù 5), ÁÝ¹ áñáõÙª I ÇåÇ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ, »Ã» x-Á Ùáï ¿ x_0-ÇÝ, ¨ II ÇåÇ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ, »Ã» x-Á Ùáï ¿ x_n-ÇÝ£ Ð³ßíÇ ³éÝ»Éáí, áñ $t=\dfrac{x-x_0}{h}$ ¨ û·ï³·áñÍ»Éáí Ý³Ëáñ¹ É³µáñ³ïáñ ³ßË³ï³ÝùÇ (2′) µ³Ý³Ó¨Çó, Ïëï³Ý³Ýù.

$$L'_n(x)=(L_n(x_0+th))'_x=\left(L_n\right)'_t t'_x=\frac{1}{h}\left(\Delta y_0+(2t-1)\frac{\Delta^2 y_0}{2!}+\left(3t^2-6t+2\right)\frac{\Delta^3 y_0}{3!}+\cdots\right),$$

$$L''_n(x)=(L'_n(x_0+th))'_x=\left(L'_n\right)'_t t'_x=\frac{1}{h^2}\left(\Delta^2 y_0+(t-1)\Delta^3 y_0+\cdots\right)\text{:} \tag{2}$$

Ð³Ù³ÝÙ³Ýáñ»Ý, $t=\dfrac{x-x_n}{h}$ ¹»åùáõÙ ÝáõÛÝ ³ßË³ï³ÝùÇ (3′) µ³Ý³Ó¨Çó Ïëï³Ý³Ýù.

$$L'_n(x)=(L_n(x_n+th))'_x=\left(L'_n\right)_t t'_x=\frac{1}{h}\left(\Delta y_{n-1}+(2t+1)\frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!}+\left(3t^2+6t+2\right)\frac{\Delta^3 y_{n-3}}{3!}+\cdots\right),$$

$$L''_n(x)=(L'_n(x_n+th))'_x=\left(L'_n\right)'_t.t'_x=\frac{1}{h^2}\left(\Delta^2 y_{n-2}+(t+1)\Delta^3 y_{n-3}+\cdots\right)\text{:}$$

Üß»Ýù, áñ áñå»ë x_0 Ï³Ù x_n Ï³ñ»ÉÇ ¿ í»ñóÝ»É ³ÕÛáõë³ÏÇ ó³Ý-Ï³ó³Í ÙÇç³ÝÏÛ³É Ñ³Ý·áõÛó, ³Û¹ å³ï×³éáí ëáíáñ³µ³ñ ÁÝïñáõÙ »Ý ³ñ·áõÙ»ÝïÇ x-ÇÝ ³Ù»Ý³Ùáï ³ÕÛáõë³Ï³ÛÇÝ ³ñÅ»ùÁ (»Ã» $L_n(x)$ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ Ý³ËÁñáù Ï³½Ùí³Í ã¿)£ Âí³ÛÇÝ ³Í³ÝóÙ³Ý µ³Ý³-Ó¨»ñÁ ¿³å»ë å³ñ½»óíáõÙ »Ý, »Ã» ³Í³ÝóÛ³ÉÁ Ñ³ßí³ñÏíáõÙ ¿ ÇÝ-ï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóáõÙ, ûñÇÝ³Ïª x_k Ï»ïáõÙ£ ²Û¹ Å³Ù³Ý³Ï ÁÝ-¹áõÝ»Éáí x_k-Ý áñå»ë x_0, Ïëï³Ý³Ýù $t=0$, Çëï (2) µ³Ý³Ó¨»ñÇó ÏµËÇ.

$$L_n'(x_0)=\frac{1}{h}\left(\Delta y_0+\frac{\Delta^2 y_0}{2}+\frac{\Delta^3 y_0}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{\Delta^n y_0}{n}\right),$$

$$L_n''(x_0)=\frac{1}{h^2}\left(\Delta^2 y_0+\Delta^3 y_0+\cdots\right): \qquad (3)$$

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

ÜÛáõïáÝÇ »ñÏñáñ¹ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨Ç û·ÝáõÃÛ³Ùµ ·ïÝ»É $L'(x)$ ¨ $L''(x)$ ³Í³ÝóÛ³ÉÝ»ñÁ $x_4, x_{3+\frac{h}{2}}$ Ï»ï»ñáõÙ£

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

êÏÇ½µ

Ներմուծել n աստիճան, x_n - ը և h քայլը: $t=\dfrac{x-x_0}{h}$;

Ընդհանուր քայլ

Հաշվել y_i, Δy_{i-1}, $\Delta^2 y_{i-2}$, $\Delta^i y_0$ արժեքները:

ՕՐԻՆԱԿ` üáõÝÏóÇ³Ý ïñí³Í ¿ È³µáñ³ïáñ ³ßË³ï³Ýù 5-Ç ³ÕÛáõë³Ï 1-áõÙ£

ԼՈՒԾՈՒՄ` ÆÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ ù³ÛÉÁª h=0.1: ú·ïí»Éáí 2 µ³Ý³-Ó¨»ñÇóª

$$t=\frac{x_4-x_0}{h}=\frac{0.4-0}{0.1}=4, \qquad t=\frac{x_{3+\frac{h}{2}}-x_0}{h}=\frac{0.35-0}{0.1}=3.5,$$

$$L'(x_4)=\frac{1}{0.1}\left(0.0797-\frac{0.0009}{2!}(2t-1)-\frac{0.0006}{3!}(3t^2-6t+2)-\frac{0.0002}{4!}(4t^3-18t^2+22t-6)\right)=0.74;$$

$$L'\left(x_{3+\frac{h}{2}}\right)=\frac{1}{0.1}\left(0.0797-\frac{0.0009}{2!}(2t-1)-\frac{0.0006}{3!}(3t^2-6t+2)-\frac{0.0002}{4!}(4t^3-18t^2+22t-6)\right)=0.75;$$

$$L''\left(x_{3+\frac{h}{2}}\right)=\frac{1}{0.01}\left(-0.0009-6(t-1)\cdot 0.006/6-0.0002\left(12t^2-36t+22\right)/24\right)=-0,06006$$

$$L''(x_4)=\frac{1}{0.01}\left(-0.0009-6(t-1)\cdot 0.006/6\pm 0.0002\cdot\left(12t^2-36t+22\right)/24\right)=-0,3283:$$

Յաշվել

$$L_n'(x)=(L_n(x_0+th))_x'=\left(Ln\right)_t' t_x'=\frac{1}{h}\left(\Delta y_0+(2t-1)\frac{\Delta^2 y_0}{2!}+\left(3t^2-6t+2\right)\frac{\Delta^3 y_0}{3!}+\cdots\right),$$

$$L_n''(x)=(L_n'(x_0+th))_x'=\left(L_n'\right)_t' t_x'=\frac{1}{h^2}\left(\Delta^2 y_0+(t-1)\Delta^3 y_0+\cdots\right):$$

Ì »ñç£

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՅԱՄԱՐ

N	B	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
1	4,4	-14,7	-8,2	-5,3	-1,4	-7,5
2	4,8	-0,8	-1,7	-3,8	-2	3,1
3	5,2	13,4	21,4	15,9	12,1	10
4	5,6	4,6	10,2	8,5	4,7	2,1
5	6	0,4	-1,1	0,7	-0,5	0,3
6	6,4	-5,6	-3,2	-1,5	-4,5	-7
7	6,8	-3,7	-0,2	1,5	4,3	2,2
8	7,2	14,7	21,3	27,9	35,5	28,3
9	7,6	-1,4	-7,9	-2,5	0,8	-1,3
10	8	23,7	15,6	21,6	17,4	28
11	8,4	-1,5	2,6	-3,5	0,4	1,5
12	8,8	3,4	10,2	7,7	11,2	5,6
13	9,2	-7,5	-1,4	-5,3	-8,2	-14,7
14	9,6	3,1	-2	-3,8	-1,7	-0,8
15	10	10	12,1	15,9	21,4	13,4
16	10,4	-2,1	-4,7	-8,5	-10,2	-4,6
17	1 0.8	-0,3	0,5	-0,7	1,1	-0,4
18	11,2	-7	-4,5	-1,5	-3,2	-5,6
19	11,6	2,2	4,3	1,5	-0,2	-3,7
20	12	28,3	35,3	27,9	21,3	14,7

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 7

ԵՐԿՈՒ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻԱ

ºñÏáõ ÷á÷áË³Ï³ÝÇ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³Ý ¿³å»ë ³í»ÉÇ ¹Åí³ñ ¿, ù³Ý Ù»Ï ÷á÷áË³Ï³ÝÇ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³Ý£ ¸³ Ï³åí³Í ¿ áã ÙÇ³ÛÝ Ýñ³ Ñ»ï ,áñ ÙÇ ù³ÝÇ ÷á÷áË³Ï³ÝÝ»ñÇ ³éÏ³Ûáõ³Ý ¹»åùáõÙ ¹³ ïáõÅáõÃÛáõÝÝ»ñÁ ¹³éÝáõÙ »Ý ³í»ÉÇ Í³í³ÉáõÝ, ³ÛÉ Ý³¨ ÙÇ ß³ñù ëÏ½µáõÝù³ÛÇÝ ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ ³é³ç³óÙ³Ý Ñ»ï£

ê³ÑÙ³Ý³÷³Ïí»Ýù »ñÏáõ ÷á÷áË³Ï³ÝÝ»ñÇ ¹»åùáí£

¸Çóáõù $0xy$ Ñ³ñÃáõÃÛ³Ý íñ³ ïñí³Í »Ý $n+1$ Ï»ï»ñ`(x_0,y_0), $(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$:

öÝïñ»Ýù x,y ÷á÷áË³Ï³ÝÝ»ñÇ ÑÝ³ñ³íáñÇÝë ó³Íñ ³ëïÇ×³ÝÇ $L(x,y)$ µ³½Ù³Ý¹³Ù, áñÝ ³Û¹ Ï»ï»ñáõÙ ÁÝ¹áõÝÇ Ñ³Ù³å³ï³ëË³Ý³µ³ñ $z_0, z_1,\ldots\ldots,z_n$ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ£

ºÃ» áñáÝ»ÉÇ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ ·ñ»Ýù Ñ»ï¨Û³É ï»ëùáí

$$L(x;y)=a_{00}+a_{10}x+a_{01}y+a_{20}x^2+a_{11}xy+a_{02}y^2+\ldots+a_{m0}x^m+a_{m-1,1}x^{m-1}y+\ldots+a_{0m}y^m,$$

³å³ ï»Õ³¹ñ»Éáí Ï»ï»ñÇ ïñí³Í Ïááñ¹ÇÝ³ïÝ»ñÁ ¨ Ñ³í³ë³ñ»óÝ»Éáí ó³Ë Ù³ëÁ Ñ³Ù³å³ï³ëË³Ý z_i ³ñÅ»ùÝ»ñÇÝ Ïëï³Ý³Ýù $n+1$ ·Í³ÛÇÝ Ñ³Ýñ³Ñ³ßí³Ï³Ý Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ Ñ³Ù³Ï³ñ· $1+2+\ldots+(m+1)=\dfrac{(m+1)(m+2)}{2}$ Ñ³ï a_{ij} ³ÝÑ³ÛïÝ»ñÇ ÝÏ³ïÙ³Ùµ£

ÀÝ¹Ñ³Ýáõñ ³éÙ³Ùµ ³Ûë Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÁ ³ÝÏ³Ë »Ý£

Ð»ï¨³µ³ñ, »Ã» $L(x;y)$-Ç íñ³ Éñ³óáõóÇã å³ÛÙ³ÝÝ»ñ ãÝ»Ýù, ³å³ $n+1=\dfrac{(m+1)(m+2)}{2}$:

ê³ ³é³çÇÝ ëÏ½µáõÝù³ÛÇÝ ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÝ ¿£ Ø»Ýù ³ñ¹»Ý ã»Ýù Ï³ñáÕ ÉáõÍ»É ËÝ¹ÇñÁ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÇ Ï³Ù³Û³Ï³Ý ÃíÇ Ñ³Ù³ñ£

²ÛÅÙ ¹Çï³ñÏ»Ýù Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ëï³óí³Í Ñ³Ù³Ï³ñ·Ç áñáßÇãÁ£

ºÃ» $n=2$, ³å³ $m=1$ ¨ áñáßÇãÁ ÁÝ¹áõÝáõÙ ¿ Ñ»ï¨Û³É ï»ëùÁ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_0 & y_0 \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \end{vmatrix}:$$

²ÛÝ Ï¹³éÝ³ ½ñá, »Ã»‘ (x_0,y_0), (x_1,y_1), (x_2,y_2) »ñ»ù Ï» ï»ñÁ · ïÝí»Ý ÙÇ áõÕÕÇ íñ³£

ê³ ³é³ç³óÝáõÙ ¿ »ñÏñáñ¹ ëÏ½µáõÝù³ÛÇÝ ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÁ. ÇÝ-ï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñÁ ã»Ý Ï³ñáÕ ¹³ë³íáñí³Í ÉÇÝ»É Ï³-Ù³Û³Ï³Ýáñ»Ý£ àñáßÇãÇ ½ñá ÉÇÝ»ÉÁ ëïáõ·»ÉÁ µ³í³Ï³Ý ¹Åí³ñ ¿£

ºññáñ¹ ëÏ½µáõÝù³ÛÇÝ ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÁ ³é³ç³ÝáõÙ ¿ ÙÝ³óáñ-¹³ÛÇÝ ³Ý¹³ÙÝ»ñÁ ·Ý³Ñ³ï»ÉÇë èáÉÇ Ã»áñ»ÙÁ ³Ûë ¹»åùáõÙ ãÇ ·áñÍáõÙ£

²Ûë ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ å³ï×³éáí ë³ÑÙ³Ý³÷³Ïí»Ýù ÙÇ³ÛÝ »ñÏáõ ÷á÷áË³Ï³ÝÇ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ï³ñ¨áñ³·áõÛÝ Ù³ëÝ³íáñ ¹»åùáí£

àñå»ë ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³ÛÇ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñ í»ñóÝ»Ýù Ñ³Ù³å³-ï³ëË³Ý³µ³ñ h ¨ τ ù³ÛÉ»ñáí áõÕÕ³ÝÏÛáõÝ³Ó¨ ó³ÝóÇ (x_i, y_j) Ñ³Ý-·áõÛóÝ»ñÁ, ³ÛëÇÝùÝ

$$x_i=x_0+ih, \qquad i=0,1,\ldots,m,$$

$$y_j=y_0+j\tau, \qquad j=0,1,\ldots,n:$$

ºÝÃ³¹ñ»Ýù ïñí³Í »Ý $z=f(x,y)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ ³Û¹ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙ.

$$z_{ij}=f(x_i,y_j),\ i=0,1,\ldots,m, j=0,1,\ldots,n:$$

Î³éáõó»Ýù mn ³ëïÇ×³ÝÇ $L_{mn}(x,y)$ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ, áñÁ

$$\left.\begin{array}{l}(x_0,y_0),(x_1,y_0),\ldots,(x_m,y_0)\\(x_0,y_1),(x_1,y_1),\ldots,(x_m,y_1)\\\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\(x_0,y_n),(x_1,y_n),\ldots,(x_m,y_n)\end{array}\right\} \tag{1}$$

Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙ ÁÝ¹áõÝÇ z_{ij} $(i=0,1,\ldots,m;j=0,1,\ldots n)$ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ£

¸ñ³ Ñ³Ù³ñ ÇÝïñåáÉ»³óÝ»Ýù Ù»ñ ýáõÝÏóÇ³Ý áñå»ë Ù»Ïª x ÷á÷áË³Ï³ÝÇ ýáõÝÏóÇ³ ýÇùëí³Í $y_j(j=0,1,\ldots,n)$ ³ñÅ»ùÝ»ñÇ Ñ³-Ù³ñ£ ÀÝ¹ áñáõÙ ³Ù»Ý ³Ý·³Ù Ù»Ýù û·ï³·áñÍáõÙ »Ýù (1) ³ÕÛáõë³-ÏÇ Ù»Ï ïáÕÁ£ ²Ûë å»ëáí, Ù»Ýù Ï³ñáÕ »Ýù · ïÝ»É $f(x_i,y_j)$-Ç $(j=0,1,\ldots n)$ Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ£ àõÝ»Ýù.

$$L_m^{(j)}(x)=\sum_{i=0}^{m} z_{ij}\,\frac{\omega_{m+1}(x)}{(x-x_i)\omega'_{m+1}(x_m)},$$

áñï»Õ $\omega_{m+1}(x)=(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_m)$: ä³ñ½ ¿, áñ $L_m^{(j)}(x)$ µ³½Ù³Ý-¹³ÙÁ $(x_0;y_j),(x_1;y_j),\ldots,(x_m,y_j)$ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙ ÁÝ¹áõÝáõÙ ¿ Ñ³Ù³å³-ï³ëË³Ý³µ³ñ $z_{oj},z_{1j},\ldots,z_{mj}$ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ£

²ÛÅÙ ·ïÝí³Í $L_m^{(j)}(x)$ ³ñÅ»ùÝ»ñÇ û·ÝáõÃÛ³Ùµ ÇÝï»ñåáÉ³óÝ»-Éáí Áëï y-Ç ·ÁïÝáõÙ »Ýù *f(x,y)*-Á Ùáï³ñÏáÕ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½-Ù³Ý¹³ÙÁ.

$$L_{mn}(x;y)=\sum_{j=0}^{n} L_m^{(j)}(x)\frac{\omega_{n+1}(y)}{(y-y_j)\omega'_{n+1}(y_j)}:$$

ÆÝï»ñåáÉ³óÇáÝ Ñ³Ý·áõÛóÝ»ñáõÙ $L_{mn}(x;y)$-Á Ñ³ÙÁÝÏÝáõÙ ¿ *f(x,y)* ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ñ»ï£

²ÛëåÇëÇ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³Ý ÏáãíáõÙ ¿ Ñ³çáñ¹³Ï³Ý ÇÝï»ñåá-É³óÇ³£

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՆՊԱՏԱԿԸ

1. Î³éáõó»É $l(x;y)$ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³½Ù³Ý¹³ÙÁ $(m=1,n=1)$:
2. ¶ïÝ»É áñáÝ»ÉÇ *l=f(x,y)* ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ Éñ³-óáõóÇã »ñ»ù Ï»ï»ñáõÙ ¨ µáÉáñ Ï»ï»ñÁ Ýß»É Ñ³ñÃáõÃÛ³Ý íñ³£

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

êÏÇ½µ

Ներմուծել տրված x_i *և* y_i *հանգույցները:*

Ներմուծել z_i *արժեքները:*

Ներմուծել xx_i *և* yy_i *լրացուցիչ հանգույցները:*

Ընդհանուր մաս

a[0]=(z[2]-z[0])/ y[i]-y[0];

a[1]=(z[1]-z[0])/ x[i]-x[0];

*a[2]=z[0]-a[1]*x[0]-a[0]*y[0];*

*l[00]=a[2]+a[1]*xx[0]+a[0]*yy[0] ;*

*l[01]=a[2]+a[1]*xx[0]+a[0]*yy[1] ;*

*l[10]=a[2]+a[1]*xx[1]+a[0]*yy[0] ;*

Ï³Ù

Ընդհանուր մաս

P=(xx-x[0])/h;h-Á *x*-Ç ÷á÷áËÙ³Ý ù³ÛÉÝ ¿: *h=x[1]-x[0];*

q=(yy-y[0]/t); t-Ý *y*-Ç ÷á÷áËÙ³Ý ù³ÛÉÝ ¿:

t=y[1]-y[0];

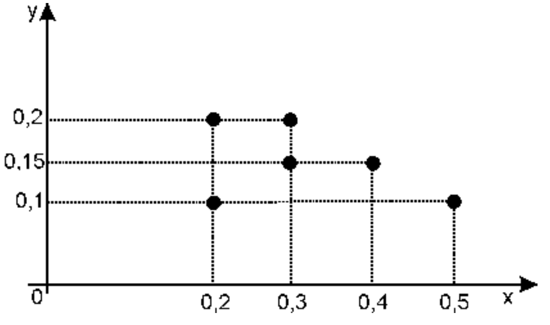
L=(1-p-q)z[0,0]+pz[10]+qz[01];

ì»ñç£

ՕՐԻՆԱԿ

$y_j \backslash x_i$	0.2	0.5
0.1	1.5	1.4
0.3	2.45	

$$a_0 = \frac{z_2 - z_0}{y_1 - y_0} = 4.75 \quad a_1 = \frac{z_1 - z_0}{x_1 - x_0} = -0.33$$



$a_{2=} z_0 - a_1 x_0 - a_0 y_0 = 1.09$

*l[00]=a[2]+a[1]*xx[0]+a[0]*yy[0]=1,7045;*

*l[01]=a[2]+a[1]*xx[0]+a[0]*yy[1]=0,9785;*

*l[10]=a[2]+a[1]*xx[1]+a[0]*yy[0]=1,942;*

$y_j \backslash x_i$	0.3	0.4
0.15	1.7045	0.9785
0.2	1.942	

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

N 1

y_i \ xi	0,1	0,3
0,2	2,51	1,43
0,3	2,4	

N 2

y_i \ x_i	0,2	0,5
0,1	1,5	1,4
0,3	2,45	

N 3

y_i \ x_i	0,1	0,4
0,2	3,52	2,72
0,3	1,85	

N 4

y_i \ x_i	0,3	0,7
0,1	4,75	3,65
0,2	5,84	

N 5

y_i \ x_i	0,5	0,7
0,2	1,5	0,48
0,5	1,35	

N 6

y_i \ x_i	0,1	0,2
0,1	5,65	4,47
0,4	3,75	

N 7

y_i \ x_i	0,2	0,3
0,3	9,54	7,45
0,7	6,85	

N 8

yi \ x_i	0,1	0,6
0,2	8,56	8
0,4	7,56	

N 9

y_i \ x_i	0,2	0,7
0,4	6,55	3,85
0,6	4,48	

N 10

y_i \ x_i	0,3	0,8
0,2	4,75	3,45
0,4	2,35	

N 11

y_i \ x_i	0,4	0,6
0,5	5,74	4,45
0,8	4,35	

N 12

y_i \ x_i	0,2	0,4
0,1	1,5	1,4
0,3	2,4	

N 13

y_i \ x_i	0,5	0,8
0,2	4,75	3,45
0,4	2,35	

N 14

y_i \ x_i	0,5	0,7
0,5	5,74	4,46
0,8	4,37	

N 15

y_i \ x_i	0,2	0,3
0,1	1,5	1,6
0,3	2,6	

N 16

y_i \ x_i	0,5	0,7
0,2	4,75	3,4
0,4	2,35	

N 17

y_i \ x_i	0,5	0,8
0,5	5,74	
0,6	4,3	4,46

N 18

y_i \ x_i	0,2	0,4
0,1	1,5	1,75
0,3	2,6	

N 19

y_i \ x_i	0,3	0,6
0,2	4,75	3,4
0,4	2,35	

N 20

y_i \ x_i	0,4	0,6
0,5	5,64	4,45
0,7	4,32	

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 8

ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ՀԱՇՎՈՒՄԸ ՍԻՄՊՍՈՆԻ ԲԱՆԱՁԵՎՈՎ

¸Çï³ñÏ»Ýù $\int_a^b f(x)dx$ áñáßÛ³É ÇÝï»·ñ³ÉÁ:

ºÃ» $f(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ñ³Ù³ñ Ñ³Ûï ÝÇ ¿ $F(x)$ Ý³ËÝ³Ï³ÝÁ, ³å³ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ÇÝï»·ñ³ÉÁ ×ß·ñÇï Ñ³ßí»É ÜÛáõïáÝ-È³ÛµÝÇóÇ ÑÇÙ³Ï³Ý µ³Ý³Ó¨áí£

ê³Ï³ÛÝ Ý³ËÝ³Ï³ÝÁ ýáõÝÏóÇ³Ý»ñÇ ÙÇ³ÛÝ ß³ï Ý»Õ ¹³ëÇ Ñ³Ù³ñ ¿ ³ñï³Ñ³Ûïíáõ٠ﳤñ³Ï³Ý ýáõÝÏóÇ³Ý»ñÇ ÙÇçáóáí, ÁÝ¹áñáõÙ Ñ³×³Ë Ýñ³ áñáÝáõÙÁ Ï³åí³Í ¿ Í³í³ÉáõÝ Ñ³ßí³ñÏÝ»ñÇ Ñ»ï£´³óÇ ¹ñ³ÝÇó,ÑÝ³ñ³íáñ ¿,áñ »ÝÃ³ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ýáõÝÏóÇ³Ý ïñí³Í ÉÇÝÇ ·ñ³ýÇÏáñ»Ý Ï³Ù ³ÕÛáõë³ÏÇ ï»ëùáí£ ²Û¹ å³ï×³éáí, áñáßÛ³É ÇÝï»·ñ³ÉÁ Ñ³ßí»Éáõ Ñ³Ù³ñ, Ñ³×³Ë ³ÝÑñ³Å»ßï ¿ ÉÇÝáõÙ ¹ÇÙ»É ï³ñµ»ñ Ùáï³íáñ µ³Ý³Ó¨»ñÇ û·ÝáõÃÛ³ÝÁ£ ´³í³Ï³Ý³ã³÷ ¹Ûáõñáõ-ÃÛ³Ùµ ³Û¹ µ³Ý³Ó¨»ñÁ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ëï³Ý³É »ÉÝ»Éáí áñáßÛ³É ÇÝï»·ñ³ÉÇ »ñÏñ³ã³÷³Ï³Ý ÇÙ³ëïÇó. »Ã» $f(x)\geq 0$ $[a,b]$-áõÙ, ³å³ $\int_a^b f(x)dx$ -Á Ãíáñ³·ÇÍ ë»Õ³ÝÇ Ù³Ï»ñ»ëÝ ¿‘ ë³ÑÙ³Ý³÷³Ïí³Í Ox ³é³ÝóùÇ $[a,b]$ Ñ³ïí³Íáí, $y=f(x)$ Ïáñáí ¨ $x=a$, $x=b$ áõÕÇÕÝ»ñáí£ Øáï³íáñ Ñ³ßí»Çëª Ïáñ³·ÇÍ ë»Õ³ÝÁ ÷áË³ñÇÝáõÙ »Ý å³ïÏ»ñáíª ë³ÑÙ³Ý³÷³Ïí³Í ÝáõÛÝ $[a,b]$ Ñ³ïí³Íáí, $x=a$, $x=b$ áõÕÇÕÝ»ñáí, í»ñ¨Çó‘ å³ñ³µáÉÇ ³Õ»Õáí, áñÇ Ù³Ï»ñ»ëÁ Ñ³ßíáõÙ ¿ ß³ï ³í»ÉÇ Ñ»ßï£²Ûëï»Õ ëï³ÝáõÙ »Ý Ùáï³íáñ µ³Ý³Ó¨Á,áñÝ û·ï³·áñÍáõÙ »Ý ÙÇ³ÛÝ ³ÛÝ Å³Ù³Ý³Ï,»ñµ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ·Ý³Ñ³ï»É Ýñ³ ëË³É³ÝùÁ£

êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨áíª áñáßÛ³É ÇÝï»·ñ³ÉÇ Ùáï³íáñ Ñ³ßíÙ³Ý »Õ³Ý³ÏÁ Ï³Û³ÝáõÙ ¿ Ýñ³ÝáõÙ, áñ $[x_0; x_0+2h]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ $y=f(x)$ ÏáñÇ ³Õ»ÕÁ ÷áË³ñÇÝáõÙ »Ý $A(x_0;f(x_0))$, $B(x_0+h;f(x_0+h))$, $C(x_0+2h;f(x_0+2h))$ Ï»ï»ñáí ³ÝóÝáÕ ù³é³Ïáõë³ÛÇÝ å³ñ³µáÉÇ ³Õ»Õáí, ³ÛëÇÝùÝ Ï³ï³ñáõÙ »Ý $y=f(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ù³é³Ïáõë³ÛÇÝ ÇÝï»ñåáÉ³óÇ³, ¨ Áëï ÜÛáõïáÝÇ ³é³çÇÝ ÇÝï»ñåáÉ³óÇáÝ µ³Ý³Ó¨Ç‘

$$L_2(x)=y_0+\frac{\Delta y_0}{h}(x-x_0)+\frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}(x-x_0)(x-x_1):$$

Ò¨ ³ ÷áË»Ýù ³Ûë ³ñï ³Ñ ³Û ïáõÃÛáõÝÁ (ù ³ÝÇ áñ $x_1 = x_0 + h$).

$$(x-x_0)(x-x_1)=(x-x_0)((x-x_0)-h)=(x-x_0)^2-(x-x_0)h$$

..

$$L_2(x)=y_0+\frac{\Delta y_0}{h}(x-x_0)+\frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}((x-x_0)^2-(x-x_0)h):$$

²Û¹ Å ³Ù ³Ý ³Ï áñå»ë Ïáñ ³·ÇÍ ë»Õ ³ÝÇ Ù ³Ï»ñ»ëÇ Ùáï ³íáñ ³ñÅ»ù ÁÝ¹áõÝáõÙ »Ý [x_0; x_0+2h] å ³ñ ³µáÉ ³Ï ³Ý ë»Õ ³ÝÇ Ù ³Ï»ñ»ëÁ, áñÝ áõÝÇ ÝáõÛÝ [x_0; x_0+2h] ÑÇÙùÁ ¨ í»ñ¨Çó ë ³ÑÙ ³Ý ³÷ ³Ï ³Í ¿ å ³ñ ³µáÉÇ ³Õ»Õáí£

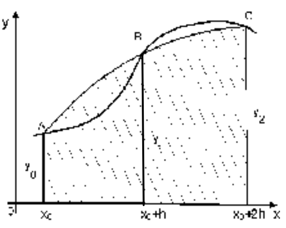
$$S=\int_{x_0}^{x_0+2h}L_2(x)dx=\int_{x_0}^{x_0+2h}(y_0+\frac{\Delta y_0}{h}(x-x_0)+\frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}((x-x_0)^2-(x-x_0)h)dx=$$

$$=2hy_0+2h\Delta y_0+\frac{h}{3}\Delta^2 y_0=\frac{h}{3}(6y_0+6(y_1-y_0)+(y_2-2y_1+y_0))=\frac{h}{3}(y_0+4y_1+y_2):$$

ºÃ» Ýß ³Ý ³Ï»Ýù $y_0=y_ë$ Ñ ³ïí ³ÍÇ ëÏ½µÇ ûñ¹ÇÝ ³ïÁ, $y_1=y_ÙJ$ Ñ ³ïí ³ÍÇ ÙÇçÝ ³Ï»ïÇ ûñ¹ÇÝ ³ïÁ ¨ $y_2=y_í$ Ñ ³ïí ³ÍÇ í ³Ûñ ³Ï»ïÇ ûñ¹ÇÝ ³ïÁ, ³å ³ å ³ñ ³µáÉ ³Ï ³Ý ë»Õ ³ÝÇ Ù ³Ï»ñ»ëÇ Ñ ³Ù ³ñ Ïëï ³Ý ³Ýù Ñ»ï¨Û ³É µ ³Ý ³Ó¨Á.

$$S_{u\text{ëη}}=\frac{h}{3}(y_u+4y_{ÙJ}+y_í),\qquad (1)$$

áñï»Õ $x_í-x_u=2h$ (ÜÏ.1):



Üϳ.1

îñáÑ»Ýù [a,b] Ñ ³ïí ³ÍÁ n Ñ ³í ³ë ³ñ Ù ³ë»ñÇ, ÁÝ¹ áñáõÙ Ñ ³Ù ³ñ»Ýù, áñ n-Á ½áõÛ· ÃÇí ¿, ³ÛëÇÝùÝ $n=2m$£

²Û¹ Å ³Ù ³Ý ³Ï $h=\frac{b-a}{n}=\frac{b-a}{2m}$:

¸Çóáõù $x_0=a_1,x_1,...,x_n=b$ – ïñáÑÙ ³Ý Ï»ï»ñÝ »Ý£

²Û¹ Ï»ï»ñáõÙ ï ³Ý»Ýù $y_0=f(x_0)$, $y_1=f(x_1),...,y_n=f(x_n)$ ûñ¹ÇÝ ³ïÝ»ñÁ£ ØÇ ³óÝ»Ýù Ûáõñ ³ù ³ÝãÛáõñ »ñ»ù Ñ ³ñ¨ ³Ý ûñ¹ÇÝ ³ïÝ»ñÇ Í ³Ûñ»ñÁ å ³ñ ³µáÉÝ»ñÇ ³Õ»ÕÝ»ñáí, ³ÛëÇÝùÝ [x_o;x_2],[x_2;x_4],…,[x_{n-2};x_n] Ñ ³ïí ³ÍÝ»ñáõÙ ÷áË ³ñÇÝ»ñù ÏáñÁ å ³ñ ³µáÉÝ»ñÇ ³Õ»ÕÝ»ñáí£ ÎÇñ ³é»Éáí ³Û¹ Ñ ³ïí ³ÍÝ»ñÇó Ûáõñ ³ù ³ÝãÛáõñÇ áõÙ (1) µ ³Ý ³Ó¨Áª Ïëï ³Ý ³Ýù.

$$S_n=\frac{h}{3}(y_0+y_{2m}+4\sum_{k=1}^{m}y_{2k-1}+2\sum_{k=1}^{m-1}y_{2k})\qquad (n=2m),$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{h}{3}\left(f(a) + f(b) + 4\sum_{k=1}^{m} f(x_{2k-1}) + 2\sum_{k=1}^{m-1} f(x_{2k})\right): \qquad (2)$$

(2) µ³Ý³Ó¨Á Ïáãíáõ٠¿ å³ñ³µáÉÝ»ñÇ Ï³Ù êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨:

Ð³ßíáÕ³Ï³Ý Ù»Ãá¹Ý»ñÇ ï»ëáõÃÛáõÝÇó Ñ³Ûï ÝÇ ¿ êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨Ç µ³ó³ñÓ³Ï ëË³É³ÝùÇ ·Ý³Ñ³ï³Ï³ÝÁª

$$\Delta = \frac{(b-a)^5 M_4}{180n^4} = \frac{h^4 M_4(b-a)}{180}, \qquad (3),$$

áñï»Õ

$$M_4 = \max_{a\le x\le b}\left|f^{IV}(x)\right|, f(x)\text{-Á}$$

»ÝÃÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ýáõÝÏóÇ³Ý ¿, [a,b]-Ý ÇÝï»·ñÙ³Ý Ñ³ïí³ÍÝ ¿, h-Áª ÇÝï»·ñÙ³Ý ù³ÛÉÁ£

ê³Ï³ÛÝ (3) µ³Ý³Ó¨Çó û·ïí»ÉÁ Ñ³ñÙ³ñ ã¿, ù³ÝÇ áñ ³ÝÑñ³Å»ßï ¿ ·Ý³Ñ³ï»É ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ãáññáñ¹ Ï³ñ·Ç ³Í³ÝóÛ³ÉÁ, áñÁ ÙÇßï ã¿, áñ Ñ»ßï ¿ ·ïÝ»É£

¶áñÍÝ³Ï³ÝáõÙ, ëï³óí³Í $S(h)$ Ùáï³íáñáõÃÛ³Ý ·Ý³Ñ³ï³Ï³ÝÇ Ñ³Ù³ñ ÏñÏÝáõÙ »Ý Ñ³ßí³ñÏÁ Ýáõ۲ (2) µ³Ý³Ó¨áí, µ³Ûó $2h$ ù³ÛÉáí£

$$\Delta_h = \frac{|S(h) - S(2h)|}{15} \qquad (4)$$

ÃÇíÁ ÁÝ¹áõÝáõÙ »Ý áñå»ë S(h) Ùáï³íáñáõÃÛ³Ý ëË³É³Ýù£

²ÞÊ²î²ÜøÆ Üä²î²ÎÀ

1. Ð³ßí»É êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨áí $\int_a^b f(x)dx$ áñáßÛ³É ÇÝï»·ñ³ÉÁ n=12 ¹»åùáõÙ£
2. ÎñÏÝ»É Ñ³ßí³ñÏÁ,ÁÝ¹áõÝ»Éáí‘ n=6 ¨ ·ïÝ»É ³ñ¹ÛáõÝùÇ ëË³É³ÝùÁ (4) µ³Ý³Ó¨áí£

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Դայտնի են $y=f(x)$ ֆունկցիան ,ինտեգրման [a,b] hատվածը ;

êÏÇ½µ

Ներմուծել a,b; $x_0=a$; $k=1$:

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{b-a}{2m}:$$

Հաշվել $y=f(x)$ ֆունկցիայի արժեքները՝

$v_0=f(x_0)+f(x_n)=f(a)+f(b)$:

Կրկնության սկիզբ

$x_{2k-1}=x_{2k-2}+h;$

$x_{2k}=x_{2k-1}+h;$

$v_1=f(x_1)+f(x_3)+\ldots+f(x_{2k-1});$

$v_2=f(x_2)+f(x_4)+\ldots+f(x_{2k-2});$

$k:=k+1;$

եթե $k=m$ ապա

ÎñÏÝáõÃÛ³Ý ³í³ñï£

Հաշվել՝ $S_n=\frac{h}{3}(v_0+4v_1+2v_2)\approx\int_a^b f(x)dx$

ì»ñç:

ՕՐԻՆԱԿ

Ð³ßí»É $\int_0^{1.2} e^{-x^2}dx$ -Á êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨áíª ÁÝïñ»Éáí n=12:

ԼՈՒԾՈՒՄ

ÎÇñ³é»Éáí ³É·áñÇÃÙÁ Ñ³ßí»Ýù v_0, v_1, v_2, ³ÛÝáõÑ»ï¨

Ñ³ßí»Ýùª »Ã» n=12, ³å³ $h=\frac{b-a}{n}=\frac{1,2}{12}=0,1$ ¨

$$S_{12}=\frac{0.1}{3}(1,2369278+4\cdot4,0384636+2\cdot3,4057813)=0,8067448$$

»Ã» n=6, ³å³ h=0,2 ¨

$$S_6=\frac{0,2}{3}=(1,2369278+4\cdot2,0263451+2\cdot1,3794362)=0,8067454$$

êï³óí³Í ³ñ¹ÛáõÝùÝ»ñÁ µ»ñí³Í »Ý ³ÕÛáõë³Ï 1-áõÙ.

²Ûëåáí,

$$\int_0^{1.2} e^{-x^2}dx\approx S_{12}=0,8067448,$$

ÇëÏ ëË³É³ÝùÁª $$\Delta_h=\frac{|S(h)-S(2h)|}{15}\approx4\cdot10^{-8}:$$

Աղյուսակ 1

i	x_i	$y_i = e^{-x_i^2}$		
		»Ã» i=0,12	»Ã» i-Ý Ï»Ý Ï ¿	»Ã» i-Ý ½áõÛ· ¿
0	0	1		
1	0,1		0,9900498	
2	0,2			0,9607894
3	0,3		0,9139312	
4	0,4			0,8521438
5	0,5		0,7788008	
6	0,6			0,6976763
7	0,7		0,6126264	
8	0,8			0,5272924
9	0,9		0,4448581	
10	1,0			0,3678794
11	1,1		0,2981973	
12	1,2	0.2369278		
	$\sum$	V_0=1,2369278	V_1=4,0384636	V_2=3,4057813

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

1	$\int_{-1.5}^{-0.3} \sqrt{1+x^4}\,dx$	6	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos\sqrt{x}\,dx$	11	$\int_0^{2,4} cos\left(x^2\right)dx$	16	$\int_2^5 \frac{dx}{ln\,x}$
2	$\int_0^{\pi} \sqrt{1-0{,}1\,sin^2 x dx}$	7	$\int_0^{2.4} sin(x^2)dx$	12	$\int_0^{1,2} sin\sqrt{x}\,dx$	17	$\int_{-0.3}^{0.9} e^{-x^2}\,dx$
3	$\int_0^{\pi} \sqrt{1-\frac{1}{4}sin^2 x}\;dx$	8	$\int_{-0.2}^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$	13	$\int_{-1.4}^{-0.2} xe^{-x^3}\,dx$	18	$\int_0^{2\pi} e^{sin\,x}dx$
4	$\int_{2.1}^{3.3} \sqrt{x^3+x+1}\,dx$	9	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3+cos\,x}\,dx$	14	$\int_{0.2}^{1.4} \frac{dx}{1+x^3}$	19	$\int_{0.9}^{0.8} e^{-\frac{3x^2}{2}}\,dx$
5	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3+cos\,x}\,dx$	10	$\int_{-1.3}^{-0.1} \sqrt{3+x^3}\,dx$	15	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{sin\,x}{x}dx$	20	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{cos\,x}{x}dx$

ՄԱՍ II

ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԹՎԱՅԻՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

êáíáñ³Ï³Ý ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÁ É³ÛÝ ÏÇñ³éáõÃÛáõÝ áõÝ»Ý ·ÇïáõÃÛ³Ý »í ï»ËÝÇÏ³ÛÇ ï³ñµ»ñ »ñ¨áõÛÃÝ»ñÇ ¨ åñáó»ëÝ»ñÇ Ù³Ã»Ù³ïÇÏ³Ï³Ý Ùá¹»É³íáñÙ³Ý Ñ³Ù³ñ:

²ÝóáÕÇÏ åñáó»ëÝ»ñÁ é³¹Çáï»ËÝÇÏ³ÛáõÙ, ùÇÙÇ³Ï³Ý é»³ÏóÇ³Ý»ñÁ, ïÇ»½»ñ³Ï³Ý Ù³ñÙÇÝÝ»ñÇ ÏÇÝ»ïÇÏ³Ï³Ý ß³ñÅáõÙÁ Ñ»ï³½áïíáõÙ »Ý ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ û·ÝáõÃÛ³Ùµ: ¸Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ×ß·ñÇï ÉáõÍáõÙÁ áã ÙÇßï ¿ Ñ³çáÕíáõÙ ëï³Ý³É, áñÇ å³ï×³éáí åñ³ÏïÇÏ³ÛáõÙ û·ï³·áñÍáõÙ »Ý ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ÇÝï»·ñÙ³Ý Ùáï³íáñ Ù»Ãá¹Ý»ñÁ: ²Ûë Ù»Ãá¹Ý»ñÁ å³ÛÙ³Ý³Ï³Ýáñ»Ý µ³Å³ÝíáõÙ »Ý 3 ïÇå»ñÇ' ³Ý³ÉÇïÇÏ, Ãí³ÛÇÝ ¨ ·ñ³ýÇÏ³Ï³Ý:

²ÛÝ Ñ³í³ë³ñáõÙÁ, áñÇ Ù»ç Ù³ëÝ³ÏóáõÙ »Ý x ³ÝÏ³Ë ÷á÷áË³Ï³ÝÁ, y ýáõÝÏóÇ³Ý x-Çó Ï³Ëí³Í ¨ Ýñ³ $y', y'', ..., y^{(n)}$ ³Í³ÝóÛ³ÉÝ»ñÁ Ïáãíáõ٠¿ n Ï³ñ·Ç *դիֆերենցիալ հավասարում:*

¸Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý Ï³ñ·Á áñáßíáõÙ ¿ Ýñ³ Ù»ç ÙïÝáÕ ³Í³ÝóÛ³ÉÝ»ñÇ ³Ù»Ý³µ³ñÓñ Ï³ñ·áí:

$$F(x, y, y', y'', ..., y^{(n)}) = 0 \qquad ¥*¤$$

¥*¤-Á n Ï³ñ·Ç ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÁÝ¹Ñ³Ýáõñ ï»ëùÝ ¿: ºÃ» ¥*¤ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÁ Ï³ñ»ÉÇ ¿ ÉáõÍ»É ³Í³ÝóÛ³ÉÇ ³Ù»Ý³µ³ñÓñ Ï³ñ·Ç ÝÏ³ïÙ³Ùµ, ³å³ ³ÛÝ Ï·ñíÇ Ñ»ï¨Û³É ï»ëùáí'

$$y^{(n)} = f(x, y', ..., y^{(n-1)}):$$

êï³ó³Ýù n Ï³ñ·Ç ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙ ÉáõÍí³Í $y^{(n)}$ ³Í³ÝóÛ³ÉÇ ÝÏ³ïÙ³Ùµ:

Կոշիի խնդիրը I կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների համար

¸Çóáõù ïñí³Í ¿ $y' = f(x, y)$ (1)

I Ï³ñ·Ç ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÁ ¨ $y(x_0) = y_0$ (2)

ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÁ:

Îáßçç ËÝ¹çñÁ Ñ» ï ¨Û³ ÉÝ ¿.

¶ïÝ»É (2) å³ÛÙ³ÝçÝ µ³í³ñ³ñáÕ (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý *y=y(x)* Éáõ-íáõÙÁ:

²ÏÝÑ³Ûï ¿, áñ ÙÇ³ÛÝ ³ÛÝ ¹»åùáõÙ, »ñµ Îáßçç ËÝ¹ñÇ Éáõ íáõÙÁ ·áÛáõÃÛáõÝ áõÝÇ ¨ ÙÇ³ ÏÝ ¿, ÇÙ³ëï áõÝÇ ÷Ýïñ»É Ýñ³ Ùáï³ íáñ Ý»ñ-Ï³Û³óáõÙÝ»ñÁ:

¸çÝ»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ÁÝ¹ÑÝ³Ýáõñ ï»ëáõÃÛáõÝÇó Ñ³Ûï Ý¿ ¿, áñ »Ã» *x0y* Ñ³ñÃáõÃÛ³Ý ÇÝã áñ *D* ïÇñáõÛÃáõÙ *f(x;y)* ýáõÝÏóÇ³Ý ³ÝÁÝ¹Ñ³ï ¿ ¨ áõÝÇ ë³ÑÙ³Ý³÷³Ï $\dfrac{\partial f}{dy}$ Ù³ëÝ³ÏÇ ³í³ÝóÛ³É, ³å³ x_0 Ï»ïÇ ßñç³Ï³ÛùáõÙ ·áÛáõÃÛáõÝ áõÝÇ *y=y(x)* ÙÇ³Ï ýáõÝÏóÇ³Ý, áñÁ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ (2) å³ÛÙ³ÝÇÝ ¨ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ (1)-Ç Éáõ íáõÙÁ (Îáßçç Ã»áñ»Ù):

Ð³Ù³ÝÙ³Ýáñ»Ý Îáßçç ËÝ¹ñÁ ¹ñíáõÙ ¿.

³) $y'' = f(x,y,y')$ (3) ï»ëùÇ $y(x_0)=y_0',\quad y'(x_0)=y_0'$ (4) ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÝ»ñáí 2-ñ¹ Ï³ñ·Ç ¹çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙ-Ý»ñÇ Ñ³Ù³ñ: ä³Ñ³ÝçíáõÙ ¿ ·ïÝ»É $y=y(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý, áñÁ Ñ³Ý¹Ç-ë³ÝáõÙ ¿ (4) ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³Ýáí (3) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý Éáõ íáõÙÁ;

µ) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(t,x,y), \\ \dfrac{dy}{dt} = f_2(t,x,y) \end{cases}$ (5) ï»ëùÇ ¨ $x(t_0)=x_0, y(t_0)=y_0$ (6)

ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÝ»ñáí ³é³çÇÝ Ï³ñ·Ç »ñÏáõ ¹çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³-í³ë³ñáõÙáí Ñ³Ù³Ï³ñ·Ç Ñ³Ù³ñ: ä³Ñ³ÝçíáõÙ ¿ ·ïÝ»É $x=x(t), y=y(t)$ ýáõÝÏóÇ³Ý»ñÁ, áñáÝù Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ »Ý (6) ëÏ½µÝ³-å³ÛÙ³Ýáí (5) Ñ³Ù³Ï³ñ·Ç Éáõ íáõÙÁ;

$$\text{·)}\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(t,x,y,z), \\ \dfrac{dy}{dt} = f_2(t,x,y,z), \\ \dfrac{dz}{dt} = f_3(t,x,y,z) \end{cases} \qquad (7)$$

ï»ëùÇ ¨ $x(t_0)=x_0, y(t_0)=y_0, z(t_0)=z_0$ (8) ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÝ»ñáí ³é³çÇÝ Ï³ñ·Ç »ñ»ù ¹çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ Ñ³Ù³-Ï³ñ·Ç Ñ³Ù³ñ:

ä³Ñ³ÝçíáõÙ ¿ ·ïÝ»É $x=x(t), y=y(t), z=z(t)$ ýáõÝÏóÇ³Ý»ñÁ, áñáÝù Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ »Ý (8) ëÏ½µÝ³ å³ÛÙ³Ýáí (7) Ñ³Ù³Ï³ñ·Ç Éáõ-íáõÙÁ:

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 9

ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

1. Աստիճանային շարքերի մեթոդը

¸Çï³ñÏ»Ýù ÎáßÇÇ (1), (2) ËÝ¹ÇñÁ ¨ ÁÝ¹áõÝ»Ýù, áñ ÷ÝïñíáÕ *y=y(x)* ÉáõÍáõÙÁ í»ñÉáõÍíáõÙ ¿ Â»ÛÉáñÇ ß³ñùÇ x_0 Ï»ïáõÙ.

$$y(x)=y(x_0)+\frac{y'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{y''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{y^n(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\cdots \qquad (9)$$

(9) µ³Ý³Ó¨Çó »ñ¨áõÙ ¿, áñ $y(x)$ ÉáõÍÙ³Ý Ñ³Ù³ñ ³ÝÑñ³Å»ßï ¿ ·ïÝ»É ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÁ ¨ Ýñ³ ³Í³ÝóÛ³ÉÝ»ñÁ x_0 Ï»ïáõÙ: Ð³Ù³Ó³ÛÝ (2) å³ÛÙ³ÝÇ $y(x_0)=y_0$: x_0 ¨ y_0 ï»Õ³¹ñ»Éáí (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ³ç Ù³ëáõÙ, Ñ³ßí»Ýù $y'(x_0)=f(x_0,y_0)=y_0'$: ¸Çý»ñ»Ýó»Éáí (1) Ñ³í³ë³ñáõÙÁ ¨ ³ç Ù³ëáõÙ ï»Õ³¹ñ»Éáí ëï³óí³Í x_0, y_0, y'_0 ³ñÅ»ùÝ»ñÁ Ïëï³Ý³Ýù.

$$y''(x_0)=\frac{d}{dx}f(x,y)\bigg|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ y'=y'_0}}=y''_0:$$

²ÛÝáõÑ»ï¨ Ñ³Ù³ÝÙ³Ýáñ»Ý Ñ³ßí»É y''' ¨ ³Ûëå»ë ß³ñáõÝ³Ï: ¶ïÝí³Í $y', y'', y''', \cdots$ ï»Õ³¹ñ»Ýù (9)-áõÙ:

Դիտողություն. ºÃ» ÉáõÍáõÙÁ ÷ÝïñíáõÙ ¿ $x_0\in[x_1,x_2]$ ÙÇç³Ï³Û-ùáõÙ $\varepsilon>0$ ×ßïáõÃÛ³Ùµ, ³å³ ·áñÍÁÝÃ³óÁ ß³ñáõÝ³ÏíáõÙ ¿ ³ÛÝù³Ý Å³Ù³Ý³Ï, ÙÇÝã¨ áñ $\left|\frac{y^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n\right|<\varepsilon$ µáÉáñ $x\in[x_1,x_2]$ Ñ³Ù³ñ:

ՕՐԻՆԱԿ 1.

ԳՏՆԵԼ

$y'=x^2-y^2$, $y(0)=2$ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÉáõÍÙ³Ý Â»ÛÉáñÇ ß³ñùáõÙ ³é³çÇÝ ãáñë ³Ý¹³ÙÝ»ñÁ:

ԼՈՒԾՈՒՄ.

¶ñ»Ýù Â»ÛÉáñÇ ß³ñùÁ $x_0 = 0$ Ï»ï áõÙ.

$$y(x) = y(0) + \frac{y'(0)}{1!}x + \frac{y''(0)}{2!}x^2 + \frac{y'''(0)}{3!}x^3 + \cdots$$

Ð³í³ë³ñáõÙÇó ¨ ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÇó áõÝ»Ýù.

$$y'(0) = 0^2 - 2^2 = -4:$$

¶ïÝ»Ýù 2-ñ¹ Ï³ñ·Ç ³Í³ÝóÛ³ÉÁ.

$y'' = \left(x^2 - y^2\right)'_x = 2x - 2yy'$ ¨ Ñ³ßí»Ýù $y''(0) = 2\cdot 0 - 2\cdot 2\cdot(-4) = 16:$

¶ïÝ»Ýù 3-ñ¹ Ï³ñ·Ç ³Í³ÝóÛ³ÉÁ. $y''' = \left(2x - 2yy'\right)'_x = 2 - 2(y')^2 - 2yy''$ ¨ Ñ³ßí»Ýù. $y'''(0) = 2 - 2(-4)^2 - 2\cdot 2\cdot 16 = -94:$

êï³óí³Í ³ñÅ»ùÝ»ñÁ ï»Õ³¹ñ»Éáí Â»ÛÉáñÇ ß³ñùáõÙ Ïëï³Ý³Ýù‘

$$y(x) \approx 2 - 4x + 8x^2 - \frac{47}{3}x^3:$$

²Ûë Ù»Ãá¹Á ÏÇñ³éíáõÙ ¿ Ý³¨ µ³ñÓñ Ï³ñ·Ç ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ÎáßÇÇ ËÝ¹ñÇ ÉáõÍÙ³Ý Ñ³Ù³ñ: ÎáßÇÇ (3), (4) ËÝ¹ñÇ ÉáõÍÙ³Ý ¹»åùáõÙ Â»ÛÉáñÇ ß³ñùÇ ³é³çÇÝ »ñÏáõ ·áñ-Í³ÏÇóÝ»ñÁ Ñ³ÛïÝÇ »Ý: ºññáñ¹Á Ñ³ßíáõÙ »Ý $y''(x_0) = f(x_0, y_0, y'_0) = y''_0$ µ³Ý³Ó¨áí: ¸Çý»ñ»Ýó»Éáí Ñ³í³ë³ñáõÙÁ ¨ ï»Õ³¹ñ»Éáí ³ç Ù³ëáõÙ ëï³óí³Í x_0, y_0, y'_0, y''_0 ³ñÅ»ùÝ»ñÁ, Ïëï³Ý³Ýù.

$$y'''(x_0) = \frac{d}{dx} f(x, y, y')\Bigg|_{\substack{x = x_0 \\ y = y_0 \\ y' = y'_0 \\ y'' = y''_0}} = y'''_0:$$

2. Հաջորդական մոտավորությունների մեթոդը

ºÃ» ÇÝï»·ñ»Ýù (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý »ñÏáõ Ù³ë»ñÁ x_0-Çó x ë³Ñ-Ù³ÝáõÙ, ³å³ Ïëï³Ý³Ýù

$$\int_{x_0}^{x} y'(x)dx = y(x) - y(x_0) = \int_{x_0}^{x} f(x, y(x))dx,$$

Ï³Ù

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y(x))dx \,, \tag{10}$$

áñï»Õ $y_0 = y(x_0)$: (10) Ñ³í³ë³ñáõÙÁ Ñ³Ù³ñÅ»ù ¿ (1) Ñ³í³ë³ñ-Ù³ÝÁ ¨ Ïáãíáõ٠¿ ÇÝï»·ñ³É Ñ³í³ë³ñáõÙ: Üñ³ ÉáõÍáõÙÁ Çñ³Ï³-Ý³óíáõ٠¿ Ñ³çáñ¹³Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ Ù»Ãá¹áí:

Ü³Ë ÁÝïñ»Ý»Ýù $y_0(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý, áñÁ µ³í³ñ³ñáõ٠¿ (2) ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÇÝ ¨ ³Ýí³Ý»Ýù ½ñáÛ³Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ: ²ÛÝáõÑ»ï¨ $y_0(x)$ ï»Õ³¹ñ»Ýù (10) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ³ç Ù³ëáõÙ ¨ ·ïÝ»Ýù ³é³çÇÝ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ.

$$y_1 = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_0(x))dx :$$

²é³çÇÝ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ ·ïÝ»Éáõó Ñ»ïá ï»Õ³¹ñ»Ýù ³ÛÝ (10) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ³ç Ù³ëáõÙ ¨ ³Ýí³Ý»Ýù »ñÏñáñ¹ Ùáï³íá-ñáõÃÛáõÝ, ¨ ³Ûëå»ë ß³ñáõÝ³Ï: ÀÝ¹Ñ³Ýáõñ ¹»åùáõÙ n-ñ¹ Ùáï³-íáñáõÃÛ³Ý Ñ³Ù³ñ Ïëï³Ý³Ýù

$$y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1}(x))dx : \tag{11}$$

Դիտողություն. $y(x_0)$ *սկզբնական մոտավորությունը ընտրվում է խնդրի դրվածքի ֆիզիկական վերլուծությունից: Եթե* $y_0(x)$*-ը նախապես հայտնի չէ ապա կարելի է վերցնել`* $y_0(x) \equiv y_0$*:*

¸Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ï»ëáõÃÛáõÝÇó Ñ³Ûï ÝÇ ¿, áñ »Ã» D ïÇñáõÛÃáõÙ, áñÁ å³ñáõÝ³Ïáõ٠¿ (x_0,y_0) Ï»ïÁ, $f(x,y)$ ýáõÝÏ-óÇ³Ý µ³í³ñ³ñáõ٠¿ Îáßç Ã»áñ»ÙÇ å³ÛÙ³ÝÝ»ñÇÝ, ³å³ x_0 Ï»ïÇ ßñç³Ï³ÛùáõÙ $y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x), \ldots$ ýáõÝÏóÇ³Ý»ñÇ Ñ³çáñ¹³Ï³ÝáõÃÛáõ-ÝÁ ½áõ·³ÙÇïáõ٠¿: ÀÝ¹ áñáõÙ (10) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÉáõÍáõÙ Ñ³Ý¹Ç-ë³óáÕ $y(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý Ýñ³ Ñ³Ù³ñ ë³ÑÙ³Ý ¿: Ð»ï¨³µ³ñ $y(x)$ ýáõÝÏóÇ³Ý Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ (1); (2) Îáßç ËÝ¹ñÇ ÉáõÍáõÙ:

ºñÏáõ Ñ³ñ¨³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÝ»ñÇ ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÁ ·Ý³Ñ³ï-íáõÙ ¿ ³Ûëå»ë.

$$\left|y_n(x)-y_{n-1}(x)\right|\le \frac{M}{K}\frac{(K(x-x_0))^n}{n!},$$

áñï»Õ $|f(x,y)|<M$, $\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|<K$ D ïÇñáõÛÃáõÙ:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

1. ¸Çóáõù áõÝ»Ýù (1), (2) ËÝ¹ÇñÁ:

ÀÝïñ»Ýù $y_0(x)$ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ, áñÁ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ ¥2¤ å³Û-Ù³ÝÇÝ: ¸³ Ï³ñáÕ ¿ ÉÇÝ»É $y(x)\equiv y_0$ Ñ³ëï³ïáõÝÁ:

²ÝóÝ»Ýù 2-ÇÝ

2. ¸Çóáõù áñáßí³Í ¿ $y_{n-1}(x)$ (n-1)-ñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ: àñáß»Ýù n-ñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ:

¸ñ³ Ñ³Ù³ñ $y_{n-1}(x)$-Á ï»Õ³¹ñ»Ýù (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ³ç Ù³ëÇ, ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ù»ç, ³ÛëÇÝùÝ ·ïÝ»Ýù $f(x,y_{n-1}(x))$-Á:(11) µ³Ý³Ó¨áí áñáß»Ýù n-ñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ.

$$y_n(x)=y_0+\int_{x_0}^{x} f\big(x,y_{n-1}(x)\big)dx$$

3. ¶Ý³Ñ³ï»Ýù ï³ñµ»ñáõÃÛáõÝÁ $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|$ ¨ »Ã» ¹Ç-ï³ñÏíáÕ Ï»ïÇ x_0 ßñç³Ï³ÛùáõÙ $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|<\varepsilon,$ ³å³ ·áñÍ-ÁÝÃ³óÝ ³í³ñïíáõÙ ¿ ¨ $y(x)\approx y_n(x)$ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÉáõÍáõÙÁ, Çëï »Ã» $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|\ge\varepsilon,$ ³å³ ÏñÏÝ»É 2 ·áñÍÁÝÃ³óÁ: ÀÝ¹áõÝ»Éáí ëÏ½µÝ³Ï³Ý $y_n(x)$ Ùááï³íáñáõÃÛáõÝÁ, áñáß»Ýù $y_{n+1}(x)$:

Օրինակ 2.

¶ïÝ»É $y'=x^2-y^2$ Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÉáõÍÙ³Ý 2 Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ-Ý»ñÁ, »ñµ $y(0)=2$:

ԼՈՒԾՈՒՄ

àñå»ë ½ñáÛ³Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ ÁÝ¹áõÝ»Ýù $y_0(x)=2$ Ñ³ëï³-ïáõÝÁ:

ä³ñ½ ¿, áñ Ý³ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÇÝ:

- Ð³ßí»Ýù $y_1(x)$ ³é³çÇÝ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ: ø³ÝÇ áñ $f(x,y)=x^2-y^2$, ³å³ $f(x,y_0)=x^2-4$ ¨ (11) µ³Ý³Ó¨Çó (»ñµ n=1) Ïëï³Ý³Ýù

$$y_1(x)=2+\int_0^x(x^2-4)dx=2-4x+\frac{x^3}{3}:$$

- Ð³ßí»Ýù $y_2(x)$ »ñÏñáñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ.

$$f(x,y_1(x))=x^2-\left(2-4x-\frac{x^3}{3}\right)^2=-4+16x-15x^2-\frac{4}{3}x^3+\frac{8}{3}x^4-\frac{1}{9}x^6$$

¨ (11) µ³Ý³Ó¨Çó (»ñµ n=2) Ïëï³Ý³Ýù

$$y_2(x)=2+\int_0^x(-4+16x-15x^2-\frac{4}{3}x^3+\frac{8}{3}x^4-\frac{1}{9}x^6)dx=$$

$$=2-4x+8x^2-5x^3-\frac{x^4}{3}+\frac{8}{15}x^5-\frac{1}{63}x^7:$$

Ð³Ù»Ù³ï»Éáí (1) ¨ (2) ûñÇÝ³ÏÝ»ñÇ ÉáõÍÙ³Ý ³ñ¹ÛáõÝùÝ»ñÁ Ïï»ëÝ»Ýù, áñ Çï»ñ³óÇ³ÛÇ Ù»Ãá¹Ç 2-ñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝáõÙ ëï³óíáõÙ »Ý Â»ÛÉáñÇ ß³ñùÇ ³é³çÇÝ 3 ³Ý¹³ÙÝ»ñÁ:

Æï»ñ³óÇ³Ý»ñÇ Ù»Ãá¹áí Ñ»ï³·³ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÝ»ñÁ ï³ÉÇë »Ý Â»ÛÉáñÇ ß³ñùÇ Ñ³çáñ¹ ·áñÍ³ÏÇóÝ»ñÇ ×ß·ñïáõÙ,áñÁ ë³Ï³ÛÝ áõÝÇ Ñ³ßíáÕ³Ï³Ý Ù»Í ¹Åí³ñáõÃÛáõÝÝ»ñ:

3. Հաջորդական մոտավորությունների մեթոդը բարձր կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների համար

¸Çï³ñÏ»Ýù‘ $y''=f(x,y,y')$ (3),

$$y(x_0)=y_0,\ y'(x_0)=y'_0 \qquad (4)$$

ÎáßÇÇ ËÝ¹ÇñÁ: ÆÝï»·ñ»Ýù (3) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý 2 Ù³ë»ñÁ x_0 -Çó x ë³ÑÙ³ÝÝ»ñáõÙ‘

$$\int_{x_0}^x y''(x)dx=y'(x)-y'(x_0)=\int_{x_0}^x f(x,y,y')dx$$

Ï³Ù $y'(x)-y'_0=\int_{x_0}^x f(x,y,y')dx$

²ÛÝáõÑ»ï¨ ¨ë Ù»Ï ³Ý·³Ù ÇÝï»·ñ»Éáí Ïëï³Ý³Ýù‘

$$\int_{x_0}^{x} y'(x)dx = y(x)-y(x_0) = (x-x_0)y'_0 + \int_{x_0}^{x}\left(\int_{x_0}^{x} f(x,y,y')dx\right)dx \quad \text{Ï ³ Ù}$$

$$y(x)=y_0+(x-x_0)y'_0+\int_{x_0}^{x}\left(\int_{x_0}^{x} f(x,y,y')dx\right)dx, \qquad (12)$$

áñÁ Ñ³Ù³ñÅ»ù ¿ (4) å³ÛÙ³Ýáí (3) Ñ³í³ë³ñÙ³ÝÁ: àñå»ë ½ñáÛ³-Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ í»ñóÝ»Ýù $y_0(x)$, áñÁ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ (4) ëÏ½µ-Ý³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÇÝ: ºÃ» ¹³ ÑÝ³ñ³íáñ ã¿, »ÉÝ»Éáí ËÝ¹ñÇ ¹ñí³ÍùÇó, ³å³, áñå»ë ëÏ½µÝ³Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ Ï³ñ»ÉÇ ¿ í»ñóÝ»É (4) å³ÛÙ³ÝÇÝ µ³í³ñ³ñáÕ ·Í³ÛÇÝ ýáõÝÏóÇ³, áñÁ »ñÏñ³-ã³÷áñ»Ý Çñ»ÝÇó Ý»ñÏ³Û³óÝáõÙ ¿ (x_0,y_0) Ï»ïáí ³ÝóÝáÕ áõÕÇÕ ·ÇÍ ¨ áõÝÇ y'_0 ³ÝÏÛáõÝ³ÛÇÝ ·áñÍ³ÏÇó.

$$y_0(x)= y_0+(x-x_0)y'_0$$

²å³' $y'_0(x_0)=y'_0$: î»Õ³¹ñ»Éáí $y_0(x)$, $y'_0(x)$ (12) µ³Ý³Ó¨Ç ³ç Ù³-ëáõÙ Ïëï³Ý³Ýù 1-ÇÝ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ.

$$y_1(x)=y_0+(x-x_0)y'_0+\int_{x_0}^{x}\left(\int_{x_0}^{x} f(x,y_0(x),y'_0(x))dx\right)dx :$$

²ÛÝáõÑ»ï¨ ï»Õ³¹ñ»Éáí 1-ÇÝ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ (12) µ³Ý³Ó¨Ç ³ç Ù³ëáõÙ Ïëï³Ý³Ýù 2-ñ¹ Ùáï³íáñáõÃÛáõÝÁ.

$$y_2(x)=y_0+(x-x_0)y'_0+\int_{x_0}^{x}\left(\int_{x_0}^{x} f(x,y_1(x),y'_1(x))dx\right)dx,$$

¨³Ûëå»ë ß³ñáõÝ³Ï:

x_0 Ï»ïÇ ßñç³Ï³ÛùáõÙ,Ù»Ãá¹Ç ½áõ·³ÙÇïáõÃÛ³Ùµ ·áñÍÁÝÃ³óÝ ³-í³ñïíáõÙ ¿, »ñµ ¹Çï³ñÏíáÕ ïÇñáõÛÃáõÙ $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|<\varepsilon : \varepsilon>0$ Ùá-ï³íáñáõÃÛ³Ý ïñí³Í ×ßïáõÃÛáõÝÝ ¿:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

1. ¸Çóáõù ïñí³Í ¿ ÎáßÇÇ (3), (4)ËÝ¹ÇñÁ: $y_0(x)$-Á ÁÝïñ»Ýù áñ-å»ë ½ñáÛ³Ï³Ý Ùáï³íáñáõÃÛáõÝ,áñÁ µ³í³ñ³ñáõÙ ¿ 4 ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÇÝ:

$$y_0(x)=y_0+(x-x_0)y'_0 :$$

Èáõ÷áõÙÁ ÷Ýïñíáõ٠¿ $[x_0;x_0+a]$ ÙÇç³Ï³ÛùáõÙ: ε>0 ïñí³Í ×ßïáõÃÛáõÝÝ ¿:

ÀÝ¹Ñ³Ýáõñ ù³ÛÉ:

2. ¸Çóáõù $y_{n-1}(x)$ Ùá ï ³ íáñáõÃÛáõÝÁ n-1-ñ¹ Éáõ Í áõÙÝ ¿:
¶ ï Ý»Ýù $y'_{n-1}(x)$ ¨ $f(x,y_{n-1}(x),y'_{n-1}(x))$:
àñáß»Ýù n-ñ¹ Ùá ï ³ íáñáõÃÛáõÝÁ

$$y_n(x)=y_0+(x-x_0)y'_0+\int_{x_0}^{x}\left(\int_{x_0}^{x} f\left(x, y_{n-1}(x), y'_{n-1}(x)\right)dx\right)dx \qquad (13)$$

µ ³ Ý ³ Ó¨á í:

3. ¶Ý ³ Ñ ³ ï »Ýù $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|$ ï ³ ñµ»ñáõÃÛáõÝÁ $[x_0; x_0+a]$ Ñ ³ ï í ³ Í áõÙ: ²ÛÝ Ñ ³ Ù»Ù ³ ï »Ýù ïñí ³ Í $\varepsilon>0$-Ç Ñ» ï :

ºÃ» $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|<\varepsilon$, ³ å ³ · áñ Í ÁÝÃ ³ óÁ ³ í ³ ñ ï í ³ Í ¿: ºÃ» $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|\geq\varepsilon$ ³ å ³ ÏñÏÝ»É 2 · áñ Í ÁÝÃ ³ óÁ, ÁÝ¹áõÝ»Éá í Ùáõ ï - ù ³ ÛÇÝ $y_n(x)$ ¨ (13) µ ³ Ý ³ Ó¨á í ÷Ý ï ñ»É $y_{n+1}(x)$:

Դիտողություն. Գնահատելու համար $|y_n(x)-y_{n-1}(x)|$ ï ³ ñµ»- ñáõÃÛáõÝÁ Ï ³ ñ»ÉÇ ¿ ÁÝ ï ñ»É ÇÝã áñ ë ï áõ · áÕ $x=b$ Ï» ï $[x_0; x_0+a]$ Ñ ³ ï í ³ Í áõÙ ¨ · Ý ³ Ñ ³ ï »É $|y_n(b)-y_{n-1}(b)|$: ºÃ» Ùá ï ³ íáñáõÃÛ ³ Ý µÝáõÃ ³ · ñÇó »ñ¨áõÙ ¿, áñ $y'(x)\geq 0$, ¹Ç ï ³ ñÏ íáÕ Ñ ³ ï í ³ Í áõÙ, ³ å ³ áñáÝ»ÉÇ $y(x)$ ýáõÝÏóÇ ³ Ý ³ ×áÕ ¿ ¨ $b=x_0+a$:

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

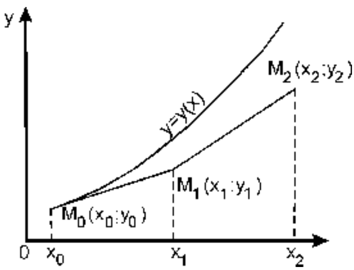
1.	$y''=xy'+y\sin x;$	$y(0)=0,\ y'(0)=1.$	**2.**	$y''=3y^2y'-1;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$
3.	$y''+(1/x)y'+y=0;$	$y(1)=1,\ y'(1)=0.$	**4.**	$y''=xyy';$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$
5.	$y''=xe^x+2yy';$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$	**6.**	$y''+xy=0;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$
7.	$y''+y\cos x=0;$	$y(0)=0,\ y'(0)=0.$	**8.**	$y''=x^2y;$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$
9.	$y''=2xy-3y'+x^3;$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$	**10.**	$y''=yy'-x^2;$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$
11.	$y''=xy'-y+e^x;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$	**12.**	$y''=x^2\ y-y';$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$
13.	$y''=y'+x^2-y^2;$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$	**14.**	$y''+xy=0;$	$y(0)=0,\ y'(0)=1.$
15.	$y''=xy-y'+\sin x;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$	**16.**	$y''+xy'-y=0;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$
17.	$y''=x\cos x-y^2-e^{2x};$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$	**18.**	$y''=(1+x^2)y;$	$y(0)=2,\ y'(0)=2.$
19.	$y''=x^2y+2y-2e^{-x};$	$y(0)=1,\ y'(0)=1.$	**20.**	$y''-xy'-y=0;$	$y(0)=1,\ y'(0)=0.$

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 10

ԷՅԼԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ

¸Çï³ñÏ»Ýù $y'=f(x,y)$ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÁ ¨ $y(x_0)=y_0$ ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÁ $[x_0,x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ£ ÊÝ¹ñÇ Ãí³ÛÇÝ ÉáõÍáõÙÁ ·ïÝ»Éáõ Ñ³Ù³ñ $[x_0,x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍÁ µ³Å³Ý»Ýù n Ñ³í³ë³ñ Ù³ë»ñÇ, áñáÝó »ñÏ³ñáõÃÛáõÝÁ $h=\frac{a}{n}$; h ÃÇíÁ Ïáãíáõ Ù ¿ ÇÝï»·ñÙ³Ý ù³ÛÉ£ àñáÝ»ÉÇ $y=y(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ ÷Ýïñíáõ Ù »Ý $x_0, x_1=x_0+h$, $x_2=x_1+h,\dots$, $x_n=x_{n-1}+h=x_0+a$ Ï»ï»ñáõÙ£

¾ÛÉ»ñÇ Ù»Ãá¹Á Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ ÉáõÍÙ³Ý Ãí³ÛÇÝ Ù»Ãá¹Ý»ñÇó ³Ù»Ý³å³ñ½Á£



Երկրաչափական ÇÙ³ëïÁ Ñ»ï¨Û³ÉÝ ¿.

¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý $y=y(x)$ ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÁ $(x;y(x))$ Ñ³ïí³ÍáõÙ ÷áË³ñÇÝíáõÙ ¿ Ýñ³ ßáß³÷áÕáí£ ²Ûëå»ë $[x_0;x_1]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ (ÝÏ.) ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÇÝ ï³Ý»Ýù ßáß³÷áÕ $M_0(x_0;y_0)$ Ï»ïÇó ³ÛëÇÝùÝ $y'(x_0)=f(x_0,y_0)$ ³ÝÏÛáõÝ³ÛÇÝ ·áñÍ³Ïóáí áõÕÕÇ, áñÇ Ñ³í³ë³ñáõÙÝ ¿ $y-y_0=f(x_0,y_0)(x-x_0)$£ àñáß»Ýù ³Û¹ áõÕÕÇ ¨ Oy ³é³ÝóùÇÝ ½áõ·³Ñ»é ¨ x_1 Ï»ïáí ³ÝóÝáÕ áõÕÕÇ Ñ³ïÙ³Ý Ï»ïÁ‘ ï»Õ³¹ñ»Éáí $x=x_1$ ßáß³÷áÕÇ Ñ³í³ë³ñÙ³Ý Ù»ç: Îëï³Ý³Ýù $y_1=y_0+f(x_0,y_0)(x-x_0)=y_0+f(x_0,y_0)h$

y_1-Á x_1 Ï»ïáõÙ Ùáï³íáñ ÉáõÍáõÙÝ ¿£ ²Ûë ·áñÍÁÝÃ³óÁ ÏñÏÝ»Ýù $[x_1;x_2]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ£ ÆÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÇÝ ï³Ý»Ýù ßáß³÷áÕ $M_1(x_1;y_1)$ Ï»ïáí ³ÝóÝáÕ, áñÝ áõÝÇ $y'(x_1)=f(x_1,y_1)$ ³ÝÏÛáõÝ³ÛÇÝ ·áñÍ³ÏÇóÁ, áñÇ Ñ³í³ë³ñáõÙÝ ¿ $y-y_1=f(x_1,y_1)(x-x_1)$: ¶ïÝ»Ýù y_2 ûñ¹ÇÝ³ïÁ $M_2(x_2;y_2)$ Ï»ïáõÙ.

$$y_2=y_1+f(x_1,y_1)(x_2-x_1)=y_1+f(x_1,y_1)h:$$

y_2 ÃÇíÁ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ ÉáõÍÙ³Ý Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÁ x_2 Ï»ïáõÙ:

²Ûë ·áñÍÁÝÃ³óÁ ß³ñáõÝ³Ï»Ýù, ÙÇÝã¨ áñ áñáß»Ýù $y_n=y_{n-1}+f(x_{n-1},y_{n-1})h$, áñÁ $M_n(x_n,y_n)$ Ï»ïÇ ûñ¹ÇÝ³ïÝ ¿:

y_n ÏÑ³Ù³ñíÇ x_n Ï»ïáõÙ Ùáï³íáñ ÉáõÍÙ³Ý ³ñÅ»ùÁ: ØÇ³óÝ»Éáí $M_0,M_1,...,M_n$ Ï»ï»ñÁ Ïëï³Ý³Ýù µ»ÏÛ³É,áñÁ Ùáï³íáñ Ý»ñÏ³Û³óÝáõÙ ¿ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÁ ¨ ÁÝ¹áõÝí³Í ¿ ³ÛÝ ³Ýí³Ý»É ¾ÛÉ»ñÇ µ»ÏÛ³É: Üñ³ Ñ³í³ë³ñáõÙÁ Ñ³ïí³Í³·Í³ÛÇÝ ýáõÝÏóÇ³ ¿, áñÁ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ (1), (2) Ñ³í³ë³ñáõÙÝ»ñÇ Ùáï³íáñ ÉáõÍáõÙ $[x_0;x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

1. êÏ½µÝ³Ï³Ý ù³ÛÉ. Ü»ñÙáõÍ»Ýù $[x_0;x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍÁ Ù³ë»ñÇ µ³Å³ÝÙ³Ý n ÃÇíÁ ¨ Ñ³ßí»Ýù $h=\frac{a}{n}$ ù³ÛÉÁ: $k=0$
2. Ð³ßí»É $f(x_k,y_k)$ ýáõÝÏóÇ³Ý »ÝÃ³Íñ³·ñáí:
3. ÀÝ¹Ñ³Ýáõñ ù³ÛÉ.
4. ÎñÏÝáõÃÛ³Ý ëÏÇ½µ. $y_{k+1}=y_k+f(x_k,y_k)h;\ x_{k+1}=x_k+h$
5. ºÃ» $k+1=n(x_{k+1}=x_0+a)$, ³å³ ·áñÍÁÝÃ³óÁ ³í³ñïíáõÙ ¿ ¨ $y_0,y_1,...,\ y_n$ Ï»ï»ñÁ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ »Ý (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÷ÝïñíáÕ ÉáõÍÙ³Ý Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ,Çëï »Ã» $k+1<n(x_{k+1}<x_0+a)$, ³å³ ³ÝóáõÙ ÁÝ¹Ñ³Ýáõñ ù³ÛÉÇÝ:

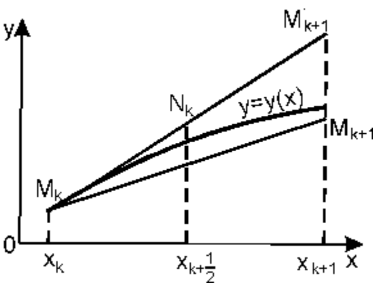
àñù³Ý ÷áùñ ¿ ÇÝï»·ñÙ³Ý h ù³ÛÉÁ, ³ÛÝù³Ý Ù»Í ¿ ×ß·ñïáõÃÛáõÝÁ ·Ý³Ñ³ï»Éáõ Ñ³Ù³ñ Ñ³ßí³ñÏÁ ÏñÏÝ»É $2h$ ù³ÛÉáí ¨ µ³ó³ñÓ³Ï ëË³É³ÝùÁ Ñ³ßí»É $\Delta(y_n)=\left|y_n-\hat{y}_n\right|$, áñï»Õ $\hat{y}_n$-Á x_n Ï»ïáõÙ $2h$ ù³ÛÉáí Ñ³í³ñÏí³Í Ùáï³íáñ ÉáõÍáõÙÝ ¿:

LԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 11

ԷՅԼԵՐԻ ՄՈԴԻՖԻԿԱՑՎԱԾ ՄԵԹՈԴԸ

¸Çï³ñÏ»Ýù ÎáßÇÇ (1), (2) ËÝ¹ñÇ Ñ³Ù³ñ ¾ÛÉ»ñÇ Ùá¹ÇýÇÏ³ó-í³Í Ù»Ãá¹Á: ÊÝ¹ñÇ Ãí³ÛÇÝ ÉáõÍáõÙÁ ·ïÝ»Éáõ Ñ³Ù³ñ $[x_0, x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ (1) Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÁ ÷áË³ñÇÝíáõÙ ¿ $(x; y(x))$ Ï»ïáí ³ÝóÝáÕ áõÕÇÕ ·Íáí,µ³Ûó ³ÝÏÛáõÝ³ÛÇÝ ·áñÍ³ÏÇóÁ ÙÇ ÷áùñ ³ÛÉ Ó¨áí ¿ áñáßíáõÙ,ù³Ý ¾ÛÉ»ñÇ Ù»Ãá¹áõÙ: ÊÝ¹ñÇ Ãí³ÛÇÝ ÉáõÍáõÙÁ ·ïÝ»Éáõ Ñ³Ù³ñ $[x_0, x_0+a]$ Ñ³ïí³ÍÁ µ³Å³Ý»Ýù n Ñ³í³ë³ñ Ù³ë»ñÇ $\left(h=\frac{a}{n}\right)$ $x_0, x_1=x_0+h, x_2=x_1+h, ..., x_n=x_{n-1}+h=x_0+a$ Ï»ï»ñáí ¨ ·ïÝ»Ýù $y=y(x)$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ $y_0, y_1, ..., y_k$ Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ $x_0, x_1, ..., x_k$ Ï»ï»ñáõÙ:

Երկրաչափական ÇÙ³ëïÁ Ñ»ï¨Û³ÉÝ ¿. $[x; x+h]$ ÷áùñ Ñ³ïí³ÍáõÙ $y=y(x)$ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÁ $(x;y(x))$ Ñ³ïí³ÍáõÙ ÷áË³ñÇÝíáõÙ ¿ Ýñ³ ßáß³÷áÕáí£ ²Ûëå»ë $[x_k; x_{k+1}]$ Ñ³ïí³ÍáõÙ (ÝÏ) ÇÝï»·ñ³É³ÛÇÝ ÏáñÇÝ ï³Ý»Ýù ßáß³÷áÕ $M_k(x_k; y_k)$ Ï»ïÇó áñÇ Ñ³í³ë³ñáõÙÁ`



$$y - y_k = f(x_k, y_k)(x - x_k)£$$

àñáß»Ýù N_k Ï»ïÇ Ïááñ¹ÇÝ³ïÝ»ñÁ, áñÁ Ñ³Ý¹Çë³ÝáõÙ ¿ ³Û¹ áõÕÕÇ ¨ $x = x_k + \frac{h}{2}$ áõÕÕÇ Ñ³ïÙ³Ý Ï»ïÁ.

$$x_{N_k} = x_k + \tfrac{h}{2} = x_{k+\frac{1}{2}};$$

$$y_{N_k} = y_k + f(x_k, y_k)\tfrac{h}{2} = y_{k+\frac{1}{2}}:$$

²ÛÝáõÑ»ï¨ ·ïÝ»Ýù $y'(x_{k+\frac{1}{2}}) = f(x_{k+\frac{1}{2}}, y_{k+\frac{1}{2}}) = \alpha_k$ ¨ $M_k(x_k; y_k)$ Ï»ïÇó ï³Ý»Ýù α_k ³ÝÏÛáõÝ³ÛÇÝ ·áñÍ³Ïóáí áõÕÇÕ‘ $y - y_k = \alpha_k(x - x_k)$:

àñå»ë y_{k+1} ÁÝ¹áõÝ»Ýù M_{k+1} Ï»ïÇ ûñ¹ÇÝ³ïÁ, áñÁ ï³ñí³Í áõÕÕÇ ¨ $x = x_k + h$ áõÕÕÇ Ñ³ïÙ³Ý Ï»ïÝ ¿.

$$y_{k+1} = y_k + \alpha_k h;$$

$$x_{k+1} = x_k + h:$$

ê³ ¾ÛÉ»ñÇ Ùá¹ÇýÇÏ³óí³Í Ù»Ãá¹Ç é»Ïáõñ»Ýï ¥³Ý¹³¹³ñÓ¤ µ³Ý³Ó¨Ý ¿:

ԱԼԳՈՐԻԹՄ

îñí³Í ¿ $y' = f(x, y)$ ¹Çý»ñ»ÝóÇ³É Ñ³í³ë³ñáõÙÁ, $y(x_0) = y_0$ ëÏ½µÝ³Ï³Ý å³ÛÙ³ÝÁ ¨ $[x_0, x_0 + a]$ Ñ³ïí³ÍÁ£

êÏ½µÝ³Ï³Ý ù³ÛÉ. Ü»ñÙáõÍ»Ýù $[x_0, x_0 + a]$ Ñ³ïí³ÍÁ Ù³ë»ñÇ µ³Å³ÝÙ³Ý n ÃÇíÁ ¨ Ñ³ßí»Ýù $h = \frac{a}{n}$ ù³ÛÉÁ: $k=0$

2. ÀÝ¹Ñ³Ýáõñ ù³ÛÉ.

ÎñÏÝáõÃÛ³Ý ëÏÇ½µ. $x_{k+\frac{1}{2}} = x_k + \frac{h}{2}$

$$y_{k+\frac{1}{2}} = y_k + f(x_k, y_k)\frac{h}{2}$$

$$\alpha_k = f\left(x_{k+\frac{1}{2}}, y_{k+\frac{1}{2}}\right)$$

$$x_{k+1} = x_k + h$$

$$y_{k+1} = y_k + \alpha_k h$$

3. ºÃ» $x_{k+1} < n$ ³å³ ÏñÏÝ»É 2 ·áñÍÁÝÃ³óÁ x_{k+1}, y_{k+1} Ñ³Ù³ñ»É Ùáõï ù³ÛÇÝ: »Ã» $x_{k+1} = n$ ³å³ ·áñÍÁÝÃ³óÁ ³í³ñï íáõÙ ¿:

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՐ

1.	$y'=x^2+y^2$;	$y(0)=0$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
2.	$y'=\sqrt{x}y^2+1$;	$y(0)=1$,	$[0;0,5]$,	$h=0,05$:
3.	$y'=(y/x)-y^2$;	$y(1)=1$,	$[1;2]$,	$h=0,1$:
4.	$y'\cos y+2x$;	$y(0)=0$,	$[0;0,1]$,	$h=0,01$:
5.	$y'=x^2+y$;	$y(0)=1$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
6.	$y'=y-\sin x$;	$y(0)=0$,	$[0;0,5]$,	$h=0,05$:
7.	$y'=xy^2+1$;	$y(0)=0$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
8.	$y'=xy^3+x^2$;	$y(0)=0,5$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
9.	$y'=x^2+xy+y^2$;	$y(0)=0,5$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
10.	$y'=x^2y^2-1$;	$y(0)=1$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
11.	$y'=xy^3-0,1$;	$y(0)=0,5$	$[0;1]$,	$h=0,1$:
12.	$y'=0,1(x^2+y^2)$;	$y(1)=1$,	$[1;5]$,	$h=0,4$:
13.	$y'=1/(x^2+y^2)$;	$y(0,5)=0,5$,	$[0,5;3,5]$,	$h=0,3$:
14.	$y'=x^3+y^3$;	$y(0,1)=0,5$,	$[0,1;0,6]$,	$h=0,05$:
15.	$y'=y^2e^x-2y$;	$y(0)=-1$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
16.	$y'=x^2-y^2$;	$y(0)=0$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
17.	$y'=1+x+x^2-2y^2$;	$y(1)=1$,	$[1;2]$,	$h=0,1$:
18.	$y'=y^2+x^3$;	$y(0,1)=0,5$,	$[0,1;1,1]$,	$h=0,1$:
19.	$y'=x+x^2+y^2$;	$y(0)=0,1$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:
20.	$y'=y^3-x$;	$y(0)=0,5$,	$[0;1]$,	$h=0,1$:

ՄԱՍ III

C++ ԼԵԶՎՈՎ ԳՐՎԱԾ ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆ ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ ԱՄՓՈՓ ԾՐԱԳՐԵՐԸ

1. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Ð³ßí»É $f(x) = \dfrac{0.382\,x^2 + \sqrt{x}}{0.4385\,x + 5}$ ýáõÝÏóÇ³ÛÇ ³ñÅ»ùÝ»ñÁ [1,3;5,3] Ñ³ïí³ÍáõÙ' h=0.4 ù³ÛÉáí:

```
#include<iostream.h>
#include<iomanip.h>
#include<math.h>
double EL (double x)
{
     double y;
y=(0.382*pow(x,2)+sqrt(x))/(0.4385*x+5);
return(y);
}
main()
{
 double a=1.3, b=5.3,y=0,h=0.4;
for(int i=0; i<=10; i++){
    y=EL(a);
    cout<<a<<"  "<<y<<endl;
    a=a+h;
    }
    return(0);
}
```

2. ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

¶ïÝ»É $2\ln x - \frac{1}{x} = 0$ Ñ³í³ë³ñÙ³Ý ³ñÙ³ïÇ Ùáï³íáñ ³ñÅ»ùÁ $\varepsilon = 10^{-4}$ ×ßïáõÃÛ³Ùµ Ñ³Ù³Ïó³Ï³Ý Ù»Ãá¹áí£

```
#include <iostream.h>
#include <math.h>
const double e=0.0001;
double y21,y,y11,y22,y2,x,fa,fb,fc,cn,dn,a,b,c; int n,i;
char cc;
double c0[100],d0[100] ;
double fun(double v)
{
double g1;
g1=(2*log(v)-1/v);
return g1;
}
double ac1(double w)
{
double h1;
h1=(2/w-1/pow(w,2));
return h1;
}
double ac2( double z)
{
double h2;
h2=(-2/(z*z)-2/pow(z,3));
return h2;
}
void main(){
 cout<<" a=" ;cin>> a;
cout<< "b=";cin>>b;
x=a;
y21=ac1(x);
```

```
y2=ac2(x);
fa=fun(a);
fb=fun(b);
 c=(a+b)/2;
 fc=fun(c);
 if ((fa*fb)>0)
cout<<"armat chka"<<endl;
else
{
 y11=ac1(c);
 y22=ac1(c);
     if ((y11*y22)<0)
{
c0[0]=a;d0[0]=b;
     }
     else
     {
c0[0]=b;d0[0]=a;
     }
n=1;
c0[1]=0;
d0[1]=0;
}
do
{
c0[n]=c0[n-1]-(fun(c0[n-1])*(d0[n-1]-c0[n-1]))/(fun(d0[n-1])-
fun(c0[n-1]));
d0[n]=d0[n-1]-(fun(d0[n-1])/ac1(d0[n-1]));
c0[n-1]=c0[n];d0[n-1]=d0[n];
n=n+1;
}
while (fabs(c0[n-1]-d0[n-1])<e);
cout<<"armat="<<(c0[n-1]+d0[n-1])/2 ;
}
```

3. ԼԱԳՐԱՆԺԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻՈՆ ԲԱՆԱՁԵՎԸ

```
#include <iostream.h>
const int n=5;
double x[n]={0.,1.5,3.,4.5,6.},
       y[n]={.4,-1.1,.7,-.5,.3};
double P(double xx, int k)
{
    double ham=1, hajt=1;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
            if (i==k)
                    continue;
            ham *=(xx - x[i]);
            hajt*=(x[k]-x[i]);
    }
    return ham/hajt;
}
double L(double xx)
{
    double s=0.;
    for(int k=0; k<n; k++)
    {
            s+= y[k] * P(xx,k);
    }
    return s;
}
void main ()
{
    int num;
    double a;
    cout<<"input number \n";
    cin>>num;
    for (int i=1; i<=num; i++)
    {
            cin>>a;
            cout<<L(a)<<endl;
    }
}
```

4. ՆՅՈՒՏՈՆԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻՈՆ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԸ

```
#include <iostream.h>
#include <math.h>
const int m=4;
double x0=0, h=.25*8.8, y[m+1]={3.4,10.2,7.7,11.2,5.6};
int fact(int n)
{
    if((n==0)||(n==1))
            return 1;
    return ( n * fact(n-1));
}
int zug(int n,int k)
{
    return ( fact(n) / ( fact(k)*fact(n-k) ) );
}
double delta(int k)
{
    double dt=0.;
    for (int j=0; j<=k; j++)
            dt+=pow(-1,j)*zug(k,j)*y[k-j];
    return dt;
}
double art(double t,int k)
{
    double p=1.;
    for (int i=0; i<k; i++)
            p*=(t-i);
    return p;
}
double Nuton(double x)
{
    double t=(x-x0)/h;
    double Nt=y[0];
    for (int k=1; k<=m; k++)
            Nt+=(delta(k) * art(t,k)) / fact(k);
```

```
    return Nt;
}
void main ()
{
    int num;
    double x;
    cout<<"input number of 'x' \n";
    cin>>num;
    for (int q=1; q<=num; q++)
    {
            cin>>x;
            cout<<Nuton(x)<<endl;
    }
}
```

5. ԹՎԱՅԻՆ ԱԾԱՆՑՈՒՄ

```
#include<iostream.h>
#include<math.h>
const int m=6;
double y[m];
int fact(int n)
{
    if((n==0)||(n==1))
            return 1;
    return ( n * fact(n-1));
}
int zug(int n,int k)
{
    return ( fact(n) / ( fact(k)*fact(n-k) ) );
}
double delta(int k)
{
    double dt=0.;
    for (int j=0; j<=k; j++)
            dt+=pow(-1,j)*zug(k,j)*y[k-j];
```

```
    return dt;
}
double P2(double t,double h)
{
    return ((1/pow(h,2))*(delta(2)-delta(3)+
            +delta(4)*(12*t*t-36*t+22)));
}
double P1(double t,double h)
{
    return ((1/h)*(delta(1) - (delta(2)/fact(2))*(2*t-1)+delta(3)/fact(3)*
*(3*t*t-6*t+2)+delta(4)/fact(4)*(4*t*t*t-18*t*t+22*t-6)));
}
void main()
{
    double x,l,x0,h;
    int num;
    cout<<"input x0\n";
    cin>>x0;
    cout<<"input h\n";
    cin>>h;
    cout<<"input y[i]\n";
    for(int j=0;j<m;j++) cin>>y[j];
    cout<<"keteri qanak"<<endl;
    cin>>num;
    for(int i=0;i<num;i++)
    {
            cin>>x;
            l=(x-x0)/h;
    cout<<"P'="<<1/h<<"("<<delta(1)<<"-"<<delta(2)<<
            "/2!(2t-1)+"<<delta(3)/fact(3)<<"/3!(3t*t-6t+2)+"<<
    delta(4)/fact(4)<<"/4!(4t*t*t-18t*t+22t-6))="<<P1(l,h)<<endl;

cout<<"P''="<<1/(h*h)<<"("<<delta(2)<<"-"<<delta(3)<<
            "(t+1)+"<<delta(4)<<"(12tt-
36t+22))="<<P2(l,h)<<endl;
    }
}
```

6. ԵՐԿՈՒ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԻՆՏԵՐՊՈԼԱՑԻԱ

```
#include<iostream.h>
#include<iomanip.h>
void main ()
{
    const int n=2;
    double x[n],y[n],z[n+1];
    double xx,yy;
    double a[n+1], L;
    cout<<"input koords\n";
    for (int i=0; i<n; i++)
    cin>>x[i]>>y[i];
    cout<<"input function\n";
    for (i=0; i<n+1; i++)
    cin>>z[i];
    a[0]=(z[2]-z[0])/(y[1]-y[0]);
    a[1]=(z[1]-z[0])/(x[1]-x[0]);
    a[2]=z[0]-a[1]*x[0]-a[0]*y[0];
    for (i=0; i<n+1; i++)
    cout<<a[i]<<"\t"<<a[2]<<"+"<<a[1]<<"*x"<<"+"<<a[0]<<"*y"
<<endl;
    cout<<endl;
    int num;
    cout<<"input num of another koords\n";
    cin>>num;
    for (i=0; i<num; i++)
    {
    cout<<"input another koords\n";
    cin>>xx>>yy;
    L=a[2]+a[1]*xx+a[0]*yy;
    cout<<"L="<<setprecision(10)<<L<<endl;
    }
}
input koords
0.2
0
0.1
0.3
input function
```

```
2.51
1.43
2.4
-0.366667    0.35+10.8*x+-0.366667*y
10.8  0.35+10.8*x+-0.366667*y
0.35  0.35+10.8*x+-0.366667*y
input num of another koords
2
input another koords
0.1
0.3
L=1.32
input another koords
0.1
0
L=1.43
```

Ï ³ Ù

```
#include<iostream.h>
#include<iomanip.h>
void main ()
{
    const int n=2;
    double x[n],y[n],z[n+1];
    double xx,yy,p,l,q,h;
            double L;
    cout<<"input koords\n";
    for (int i=0; i<2; i++){
            cin>>x[i];cin>>y[i];}
    cout<<"input function\n";
    for (i=0; i<n+1; i++)
    cin>>z[i];
cout<<"input another koords\n";
    cin>>xx>>yy;
h=x[1]-x[0];
l=y[1]-y[0];
p=(xx-x[0])/h;
q=(yy-y[0])/l;
L=(1-p-q)*z[0]+p*z[1]+q*z[2];
cout<<"L="<<setprecision(10)<<L<<endl;
}
```

7. ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ՀԱՇՎՈՒՄԸ ՍԻՄՊՍՈՆԻ ԲԱՆԱՁԵՎՈՎ

Ð³ßí»É $\int_0^{1.2} e^{-x^2}dx$ -Á êÇÙåëáÝÇ µ³Ý³Ó¨áíª ÁÝïñ»Éáí n=12:

```
#include <iostream.h>
#include <math.h>
double fun(double x)
{
    return(1/exp((x*x)));
}
main()
{   double a=0,b=1.2,c,h,x,y,i,s=0;int n=12;
    h=(b-a)/n;
            y=fun(a);cout<<"f(a)="<<y<<endl;
    s+=y;
    y=fun(1.2);cout<<"f(b)="<<y<<endl;
s+=y;
c=1;i=1;
while(i<n)
{   x=a+i*h;
    y=fun(x);cout<<"f(x)"<<i<<"="<<y<<endl;
    s+=(3+c)*y;
    c=-c;
    i++;
}
s*=h/3;
cout<<"s="<<s<<endl;
return(0);}
```

լուծման արդյունքը

```
f(a)=1
f(b)=0.236928
f(x)1=0.99005
f(x)2=0.960789
f(x)3=0.913931
```

f(x)4=0.852144
f(x)5=0.778801
f(x)6=0.697676
f(x)7=0.612626
f(x)8=0.527292
f(x)9=0.444858
f(x)10=0.367879
f(x)11=0.298197
s=0.806745

8. ԷՅԼԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ

¾ÛÉ»ñÇ Ù»Ãá¹áí Éáõ Í»É Îá߯Ç ËÝ¹ÇñÁ.

$y' = \frac{1}{2}xy;\ y(0) = 1;$ [0,1]; n=5:

```
#include<iostream.h>
#include<iomanip.h>
#include<math.h>
double EL (double x, double y)
{
y=(y*x)/2;
return(y);
}
 Void main()
{
 double a=0, b=1,y=1,h=0.2,k=0;
cout<<a<<"     "<<y<<endl;
for(int i=1; i<=5; i++)
{    y+=h*EL(a,y);
     a=a+h;
     cout<<a<<"  "<<y<<endl;}
}
```

Լուծման արդյունքը

t	x_k	y_k	t	x_k	y_k
0	0	1,0	3	0,6	1,0608
1	0,2	1,0	4	0,8	1,12445
2	0,4	1,02	5	1,0	1,2144

9. ԷՅԼԵՐԻ ՄՈԴԻՖԻԿԱՑՎԱԾ ՄԵԹՈԴԸ

¾ÛÉ»ñÇ Ùá¹ÇýÇÏ³óí³Í Ù»Ãá¹áí Éáõ Í»É ÎáßÇÇ ËÝ¹ÇñÁ.

$$y' = \frac{1}{2}xy; \quad y(0) = 1; \ [0,1]; \ n=5:$$

```
#include<iostream.h>
#include<iomanip.h>
#include<math.h>
double ELM (double x, double y)
{
y=(y*x)/2;
return(y);
}
void main()
{
                double a=0, b=1,y=1,h=0.2,k=0;
     cout<<a<<"   "<<y<<endl;
for(int i=1; i<=5; i++)
{
 a=a+h/2;
     y+=h/2*ELM(a,y);
     a1= ELM(a,y);
a=a+h;
y+=a1*h;
     cout<<a<<"  "<<y<<endl;
}   }
```

Լուծման արդյունքը

t	x_k	y_k	t	x_k	y_k
0	0	1,0	3	0,6	1,0936
1	0,2	1,01	4	0,8	1,1725
2	0,4	1,04	5	1,0	1,2822

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Հակոբյան Յու.Ռ.** – Â í ³ ÛÇÝ Ù»Ãá¹Ý»ñ, Ù ³ ë I - §²ñÙ»ÝÇ Ï ³ ¦, – ºñ¨ ³ Ý-2003, Ù ³ ë II – ºñ.£ ì Ø ì - äñÇÝ ï , 2007:
2. **Բոնդարենկո Վ.Ս., Դադայան Յու.Գ, Հակոբյան Յու.Ռ.,** – Ð ³ ß í - Ù ³ Ý Ù»Ãá¹Ý»ñ, – I, II Ù ³ ë»ñ – º äÐ Ññ ³ ï ., ºñ., 1982, 1984£
3. **Бахвалов Н.С.** – Численные методы. – М., Наука, 1975.
4. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. –** Численные методы. – М., Наука, 1987.
5. **Березин И.С., Жидков Н.П.** – Методы вычислений. – М., Наука, 1966, т. 1, т. 2.
6. **Волков Е.А.** – Численные методы. – М., Наука, 1987.
7. **Демидович Б.П., Марон И.А.** – Основы вычислительной математики. – М., Наука, 1970.
8. **Дикарев В.А., Кольцов В.П., Мельников А.Ф., Шкляров Л.И.** – Вычислительные методы в задачах радиоэлектроники. – Киев, Вища школа, 1989.
9. **Калиткин Н.Н.** – Численные методы.- М., Наука,1978.
10. **Копченова Н.В., Марон И.А.** – Вычислительная математика в примерах и задачах. – М., Наука, 1972.
11. **Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И.** – Вычислительные методы: В 2т. – М., Наука, 1977.
12. Математический практикум. – Под ред. Положего Г.Н. – М., Физматгиз,1960.
13. **Самарский А.А., Гулин А.Б. –** Численные методы. – М.: Наука, 1989.
14. **Сулима И.М., Гавриленко С.И., Радчик И.А., Юдицкий Я.А.** – Основные численные методы и их реализация на микрокалькуляторах. – Киев, Вища школа, 1987.
15. **Хэммиг Р.В.** – Численные методы. – М.: Наука, 1968.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ä³ïí»ñ 16 	î å³ù³Ý³Ï 150

ºñ¨³ÝÇ å»ï³Ï³Ý Ñ³Ù³Éë³ñ³ÝÇ
ûå»ñ³ïÇí åáÉÇ·ñ³ýÇ³ÛÇ ëïáñ³µ³Å³ÝáõÙ
ºñ¨³Ý, ²É. Ø³ÝáõÏÛ³Ý 1: